

FORSCHUNGSZENTRUM  
ROSSENDORF e.V.

FZR

---

Archiv-Ex.:

FZR-52

August 1994

*F. Hollstein*

Nodales Modell zur Berechnung  
der Neutronenflußdichteschwankungen  
infolge stochastischer Schwingungen  
von Regelementen  
mit hexagonalem Querschnitt

**Forschungszentrum Rossendorf e.V.**

**Postfach 51 01 19 · D-01314 Dresden**

**Bundesrepublik Deutschland**

**Telefon (0351) 591 3470**

**Telefax (0351) 591 3651**

# Nodales Modell zur Berechnung der Neutronenflußdichteschwankungen infolge stochastischer Schwingungen von Regelementen mit hexagonalem Querschnitt

F. Hollstein  
Forschungszentrum Rossendorf e. V.

## Inhalt

1. Einleitung
2. Geometrisches Modell
3. Neutronenphysikalisches Modell
  - 3.1. Stationäre Neutronenflußverteilung
    - 3.1.1. Brennstoffteil
    - 3.1.2. Absorbenteil
    - 3.1.3. Neutronenstromdichte in der modifizierten  
Eingruppendiffusionsnäherung
    - 3.1.4. Neutronenstromdichte in Richtung  
der z-Koordinate
    - 3.1.5. Reflektor
  - 3.2. Neutronenflußschwankungen
    - 3.2.1. Brennstoffteil
    - 3.2.2. Absorbenteil
4. Schlußbemerkungen

Literatur

## Zusammenfassung

Auf der Basis eines dreidimensionalen nodalen Geometriemodells für den WWER-440-Reaktor mit Nodes in Hexagonal-z-Geometrie /Grundmann 85/ werden die Beziehungen zur iterativen Berechnung der mittleren Neutronenflußdichte in einer Node sowie deren Schwankungen infolge stochastischer Regelelementschwingungen dargestellt.

Für die Rauschquellenmodellierung werden entsprechend der Konstruktion eines Regelelementes als räumliches Doppelpendel mit Absorber- und Brennstoffteil zwei verschiedene geometrische und neutronenphysikalische Ansätze verwendet.

Das durch Schwingungen der Brennstoffteile verursachte Neutronenflußrauschen wird auf Flächenquellen zurückgeführt /Lucas 91/. Die Flächenquellen werden dabei durch Materialparameterschwankungen infolge der Regelelementverlagerung innerhalb des Führungskanals induziert.

Für den Absorberteil wird das in /Barthel 82, Hollstein 85/ verwendete Modell des "thermisch schwarz" absorbierenden Hohlzylinders auf Körper mit hexagonalem Querschnitt übertragen.

Beide Rauschquellen werden als Störungen der über die Nodeoberflächenteile gemittelten partiellen Neutronenstromdichten in der Zweigruppendiffusionsnäherung beschrieben.

Die Übertragung der Rauschsignale wird in der Prompt-Response-Approximation /Kleiss 79/ behandelt. Die Kopplung von "Zweiggruppen-Quell-Nodes" mit "Eingruppen-Übertragungs-Nodes" wird auf der Basis der modifizierten Eingruppendiffusionsnäherung realisiert /Köhler 60/.

Die dargestellten Algorithmen sind Grundlage für die Entwicklung eines Rechenprogramms zur Untersuchung der ortsabhängigen Übertragungsfunktionen von Neutronenflußdichteschwankungen mit stochastischen Regelelementschwingungen als Rauschquelle.

## 1. Einleitung

Die Kühlmittelströmung in Leistungsreaktoren induziert mechanische Schwingungen der Konstruktionselemente des Kernreaktors. Die Überwachung der Schwingungsamplituden und -frequenzen der sicherheitsrelevanten Komponenten hinsichtlich der Einhaltung tolerierbarer Grenzen ist wesentliche Voraussetzung zur sicheren Betriebsführung der Gesamtanlage /Kunze 89, Bauernfeind 93/.

Neben konventionellen Meßverfahren zur Schwingungsüberwachung (z.B. Meßketten mit Beschleunigungsaufnehmern als Sensorelement ...) werden Verfahren auf der Basis der Neutronenflußrauschenanalyse eingesetzt. Beide Verfahren ergänzen sich und einige Diagnosen sind nur durch Korrelationsanalysen zwischen Neutronenflußschwankungen und mechanischen Schwingungssignalen zu führen. Bei der Neutronenflußrauschenanalyse wird vorteilhaft die ohnehin vorhandene In- und Excore-Sensorik genutzt. Dem steht nachteilig ein erhöhter Aufwand zur Meßwertinterpretation gegenüber. Ursächlich sind diese Probleme der Rauschsignalinterpretation durch die überlagerte Abbildung verschiedener Rauschquellen im Meßsignal sowie in der Abhängigkeit der Übertragungseigenschaften des Kernreaktors von seinem aktuellen Betriebszustand /Grabner 77, Liewers 85, Kunze 85-89, Lehmann 88, Barz 89/ begründet.

In Kernkraftwerken mit Reaktoren vom Typ WWER-440 sind die Regelemente aufgrund ihrer funktionsbedingten Konstruktion in erhöhtem Maße einer strömungsinduzierten Schwingungsanregung ausgesetzt /Grunwald 76, Altstadt 94/.

Ursachen für die Schwingungsanregung sind im wesentlichen Druckschwankungen des Kühlmittels/Moderators innerhalb des Regelementeführungskanals sowie Kräfte infolge von Anschlägen der Regelemente an die Führungskanalwände /Grunwald 78, Laggiard 93/. Informationen zur Anschlaghäufigkeit und deren Intensität sind von sicherheitsrelevanter Bedeutung für die Beurteilung des technischen Kernreaktorzustandes. Sie stehen unter anderem in Zusammenhang mit Materialabrieb an den Brennelementenmänteln bzw. mit Verklebungen von Regelementen in ihrem Führungskanal (Beeinträchtigung des Reaktorsteuerungsregimes bzw. einer Havarie-Not-Abschaltung).

Zum empirischen Verständnis der Abbildung derartiger Schwingungen im Neutronenflußrauschen eines WWER-440-Reaktors liegen umfangreiche experimentelle Ergebnisse vor. Sie basieren sowohl auf Messungen an Originalanlagen während des Normalbetriebes als auch auf Experimenten an mechanischen Simulationsmodellen /Grunwald 76, Grabner 77, Hennig 84, Collatz 84, Kunze 85, Schumann 90, Altstadt 91, Altstadt 94/.

Theoretische Untersuchungen zur Abbildung von Regelementeschwingungen im Neutronenflußrauschen eines Druckwasserreaktors basieren bisher vorrangig auf zweidimensionalen Reaktormodellen mit zumeist homogenisierten Materialparametern für die Neutronendiffusion. Damit konnte ein prinzipielles theoretisches Verständnis zum Abbildungs- und Übertragungsmechanismus erzielt werden /Meyer 79-91, Collatz 81-91, Barthel 82-85, Hollstein 85/.

Weitgehend offen sind Fragen zur Auswirkung der heterogenen Brennstoffbeladung und der axialen Ausdehnung der Rauschquelle auf das Übertragungsverhalten eines Druckwasserreaktors.

In /Lucas 91/ wurde der Einfluß der heterogenen Brennstoffbeladung auf der Grundlage eines nodalen Rechenverfahrens /Grundmann 85-93/ in der modifizierten Eingruppen-diffusionsnäherung untersucht. Betrachtet wurden dabei ausschließlich Schwingungen des Brennstoffteiles der Regelemente .

Die Untersuchungsergebnisse in /Lucas 91/ stehen qualitativ in guter Übereinstimmung mit Meßergebnissen /Barz 89/ und gestatten insbesondere die Abschätzung der Abbrandabhängigkeit der Neutronenflußrauschsignale infolge strömungsinduzierter Schwingungen der Brennstoffteile.

Wegen der Beschränkung auf ein zweidimensionales Kernreaktormodell und der alleinigen Betrachtung des Brennstoffteiles eines Regelementes können in /Lucas 91/ realistische dreidimensionale Schwingungstrajektorien (räumliche Doppelpendelschwingungen) und der Einfluß der Absorberteile auf das Neutronenflußrauschen nicht simuliert und untersucht werden.

Nachfolgend wird das in /Lucas 91/ dargelegte Berechnungsverfahren für ein entsprechend dreidimensionales Reaktor- und Regelementmodell modifiziert und erweitert. Zur Einbeziehung des Absorberteiles wird das in /Barthel 82, Hollstein 85/ beschriebene Modell des "thermisch schwarzen" Hohlzylinders auf eine hexagonale Querschnittsgeometrie übertragen.

Mit der vorliegenden Arbeit werden die grundlegenden Modellvorstellungen und Berechnungsalgorithmen für die Entwicklung eines Rechenprogramms zur Untersuchung der ortsabhängigen Übertragungsfunktionen von Neutronenflußdichteschwankungen mit stochastischen Regelementschwingungen als Rauschquelle fixiert.

## 2. Geometrisches Modell

Betrachtet wird ein dreidimensionales Reaktormodell der Höhe  $H$ . Der Reaktor sei mit  $N$  Kassetten bestückt. Der Kassettenquerschnitt ist einheitlich ein Hexagon, wobei der Mittelpunktabstand der Kassetten  $S$  sei. Die Gesamtanordnung weise eine  $60^\circ$ -Querschnittssymmetrie auf und jedes  $60^\circ$ -Segment ist hinsichtlich seiner  $30^\circ$ -Linie spiegelsymmetrisch angeordnet.

Bei einem WWER-440-Reaktor (siehe Abb. 1) ist  $N=349$ ,  $H=246$  cm und  $S=14.695$  cm.

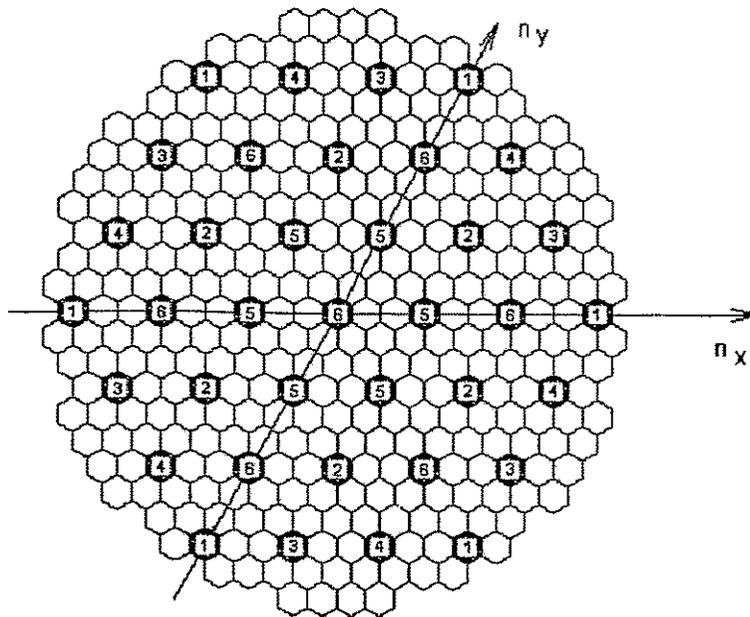


Abb. 1: Schematische Darstellung des Querschnittes eines WWER-440-Reaktors mit Kennzeichnung der Gruppenzugehörigkeit der Regelemente und  $n_x$  bzw.  $n_y$  als Koordinatenzahlen der Kassettenplätze

Die Regelemente sind als räumliche Doppelpendel konstruiert und bestehen aus einem Absorberteil (oberes Pendelteil) und einem Brennstoffteil (unteres Pendelteil). Die Gesamtlänge eines Regelementes ist  $2H$ . Die Eintauchtiefe der Absorberteile einer Regelementgruppe  $G$  in den Reaktorkern sei  $T_G$  mit  $G = \{ 1 \dots 6 \}$  entsprechend Abb.1.

Zur Berechnung der dreidimensionalen Neutronenflußverteilung haben sich Algorithmen auf der Basis nodaler Geometriemodelle als effizient erwiesen /Finnemann 77, Makai 82, Grundmann 85, Lawrence 86, Wagner 89, Yang 94/. Dabei wird der Modellreaktor gedanklich in  $M$  parallele Schichten zerlegt. Jede Schicht enthält  $N$  hexagonale Nodes entsprechend der Regelementquerschnittsgeometrie (siehe Abb. 2).  $\Delta z_m$  ist die Höhe der Schicht  $m$ .  $\Delta S/2$  ist die mittlere Wasserspaltbreite zwischen Führungskanal und Regelement.

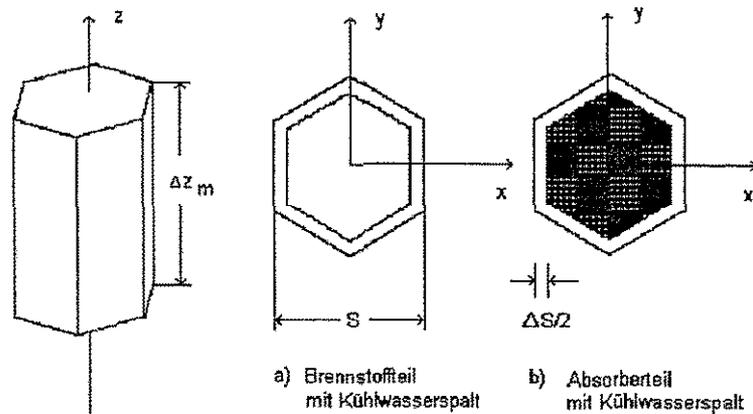


Abb. 2: Schematische Darstellung einer Node für Regelemente

Innerhalb einer Node sollen die Materialparameter bei den Brennstoffteilen der Regelemente ortsunabhängig sein. Der Wasserspalt (siehe Abb. 2a) für die Kühlmittelströmung wird im stationären Fall bei der Homogenisierung der Materialparameter berücksichtigt. Die durch ihn verursachten instationären Materialinhomogenitäten bei Schwingungen der Regelemente werden auf die radialen Grenzflächen der Nodes "ausgelagert" /Meyer 82, Lucas 91/ (siehe Abschnitt 3).

Die Absorbenteile (siehe Abb. 2b) werden in radialer Richtung als unendlich dünnwandig betrachtet. Sie seien für thermische Neutronen "schwarz" absorbierend und für schnelle Neutronen "durchsichtig" /Barthel 82, Hollstein 85/.

Die Brennelemente des Reaktors werden in gleicher Weise wie die Brennstoffteile der Regelemente modelliert. Im Gegensatz zu den Regelementen sollen sie jedoch nicht aus ihrer "Ruheposition" auslenkbar sein.

Die Regelemente sind an ihrem unteren Ende nicht arretiert und können daher innerhalb ihres Führungskanals entsprechend der Wegstrecken  $\delta x(t,z)$  und  $\delta y(t,z)$  aus ihrer Ruheposition ausgelenkt werden (siehe Abb. 3). Dabei ist  $t$  die Zeitvariable.

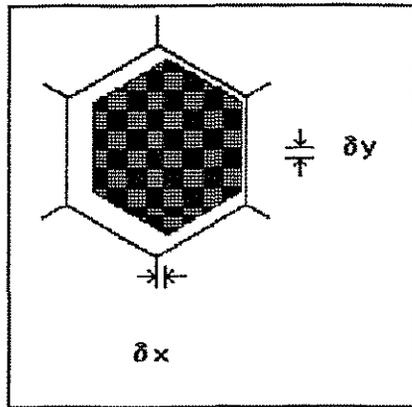


Abb. 3: Schematische Darstellung der Verschiebung eines Regelelementes im Führungskanal um die Wegstrecken  $\delta x$  und  $\delta y$

Eine mögliche Torsionsbewegung der Regelelemente soll ausgeschlossen sein.

Der Reaktor ist schließlich von einem inhomogenen Reflektor umgeben /Grundmann 85/. Die Inhomogenität wird durch entsprechende Materialparameter für Reflektor-Nodes beschrieben. In einer Reaktorschicht seien die Reflektor-Nodes geometrisch gleich dimensioniert wie eine Brennelement-Node.

Für Flächen einer Reflektor-Node, die nicht an eine andere Node grenzen, wird ein für alle Neutronengruppen "schwarz" absorbierendes Verhalten angenommen /Lucas 91/.

### 3. Neutronenphysikalisches Modell

#### 3.1. Stationäre Neutronenflußverteilung

Die stationäre Neutronenflußverteilung genügt der ortsabhängigen Eingruppen-diffusionsgleichung (1)

$$\operatorname{div} \vec{j} + \lambda \Sigma^P \Phi_0 = \Sigma^R \Phi_0 \quad (1)$$

unter Verwendung der üblichen Bezeichnungen ( $\lambda$  ist der Kritikalitätsparameter des Reaktors). In nichtmultiplizierenden Gebieten wird der Produktionsquerschnitt  $\Sigma^P$  gleich Null gesetzt.

Nach Integration von (1) über das Volumen  $V$  einer Node kann unter Verwendung von (2)

$$\sum_{k=1}^8 \frac{F_k}{V} j_k = (\lambda \Sigma^P - \Sigma^R) \bar{\Phi}_0 \quad (2)$$

die mittlere Neutronenflußdichte der Node  $\bar{\Phi}_0$  als Funktion der über die Teiloberflächen  $F_k$  gemittelten Neutronenstromdichten  $j_k$  berechnet werden. Dabei sind mit  $V$  als Nodevolumen

$$\bar{\Phi}_0 = \frac{1}{V} \int dV \Phi_0 \quad (3)$$

und

$$j_k = \frac{1}{F_k} \int d\vec{F} \vec{j} \quad (4)$$

Benachtbarte Nodes sind nach der Aufspaltung der Neutronenstromdichte entsprechend (5)

$$j_k = j_k^+ - j_k^- \quad (5)$$

unter Einführung der Partialstromdichten (6)

$$j_k^\pm = \frac{1}{4F_k} \int dF (\Phi_0 \mp 2D \frac{\partial}{\partial n_k} \Phi_0) \quad (6)$$

über die Stetigkeitsforderung für die partiellen Stromdichten an der gemeinsamen Grenzfläche gekoppelt. Der Index "+" kennzeichnet in (6) wie üblich die partielle Out-Stromdichte und "-" die partielle In-Stromdichte. D ist die Diffusionskonstante der Node.

Zur Berechnung der mittleren Neutronenflußdichte der Node ist eine Relation zwischen den partiellen Out-Stromdichten und den In-Stromdichten herzustellen. Entsprechend der unterschiedlichen geometrischen Modelle des Brennstoff- und des Absorberteils eines Regelelementes (siehe Abschnitt 2) werden nachfolgend die diesen zwei Kassettentypen zugrundegelegten neutronenphysikalischen Modellvorstellungen und Berechnungsalgorithmen getrennt dargestellt.

### 3.1.1. Brennstoffteil

Die gesuchten Relationen zwischen Out- und In-Stromdichten werden auf der Grundlage einer genäherten Lösung der Diffusionsgleichung (1) unter Berücksichtigung der Fick'schen Beziehung (7)

$$\vec{J} = -D \text{grad } \Phi_0 \quad (7)$$

abgeleitet. Mit dem Separationsansatz (8)

$$\Phi_0(x, y, z) = \bar{\Phi}_0 U(x, y) H(z) \quad (8)$$

sowie den Normierungsbedingungen (9,10)

$$\int_{(F_{Hex})} dx dy U(x, y) = F_{Hex} \quad (9)$$

und

$$\int_{(\Delta z)} dz H(z) = \Delta z \quad (10)$$

mit  $F_{Hex}$  als Deck- bzw. Bodenfläche und  $\Delta z$  als Höhe der Node folgen nach Integration von (1) über das Nodevolumen die Differentialgleichungen (11) und (14):

$$(-D\Delta_{xy} + \Sigma^R - (\lambda\Sigma^P - DB_z^2)) u(x, y) = 0 \quad (11)$$

mit

$$u(x, y) = \bar{\Phi}_0 U(x, y) \quad (12)$$

$$B_z^2 = \frac{1}{D \Delta z \bar{\Phi}_0} (j_7 + j_8) \quad (13)$$

und

$$(-D\Delta_z + \Sigma^R - (\lambda\Sigma^P - DB_r^2)) h(z) = 0 \quad (14)$$

mit

$$h(z) = \bar{\Phi}_0 H(z) \quad (15)$$

$$B_r^2 = \frac{1}{D F_{Hex} \bar{\Phi}_0} \sum_{k=1}^6 S_{Hex} j_k \quad (16)$$

$$S_{Hex} = \frac{S}{\sqrt{3}} \quad (17)$$

$$F_{Hex} = \frac{\sqrt{3}}{2} S^2 \quad (18)$$

$j_1$  bis  $j_6$  sind die Neutronenstromdichten in Richtung der Normalen der radialen Nodeflächen des Hexagons,  $j_7$  und  $j_8$  stehen analog für die Deck- und Bodenfläche der Node.  $\Delta_{xy}$  und  $\Delta_z$  sind die entsprechenden Komponenten des Laplace-Operators.

Nach Einführung von Zylinderkoordinaten wird für ( 11 ) der Lösungsansatz

$$u(x, y) = \sum_n a_n J_n(\mu r) \exp(in\varphi) \quad (19)$$

mit

$$\mu^2 = \frac{\lambda \Sigma^P - \Sigma^R}{D} - B_z^2 \quad (20)$$

verwendet.  $J_n$  sind dabei die Besselfunktionen der Ordnung  $n$  und  $a_n$  komplexe Integrationskonstanten.

Der Polarwinkel  $\varphi$  sowie die weiter unten zugrundegelegte Nummerierung der radialen Hexagonseiten sind entsprechend Abb. 4 definiert.

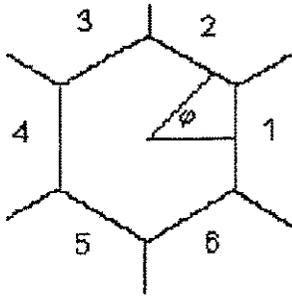


Abb.4: Definition des Polarwinkels  $\varphi$  und der Seitennummern  $k$  des Hexagons

Nach Einführung des Äquivalenzradius  $r$  (21), der einen zur Hexagondecke-/boden flächengleichen Kreis repräsentiert /Grundmann 85/, durch

$$r = \sqrt{\frac{F_{Hex}}{\pi}} \quad (21)$$

und unter Berücksichtigung von (22)

$$\frac{\partial}{\partial n_k} = \cos\left(\left(k-1\right) \frac{\pi}{3} - \varphi\right) \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \sin\left(\left(k-1\right) \frac{\pi}{3} - \varphi\right) \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (22)$$

mit  $k$  als Nummer der Hexagonseite, können die "radialen" Partialstromdichten mit den Integrationskonstanten  $a_n$  in Beziehung gebracht werden (23):

$$j_k^\pm = \frac{1}{3} \frac{3}{\pi} \sum_n a_n \exp\left(in\left(k-1\right) \frac{\pi}{3}\right) Z_n^\pm(r) \quad (23)$$

mit

$$Z_n^\pm(r) = \frac{J_n(\mu r)}{n} \sin\left(n \frac{\pi}{6}\right) \mp D\mu \left( \frac{J_{n-1}(\mu r)}{n-1} \sin\left((n-1) \frac{\pi}{6}\right) - \frac{J_{n+1}(\mu r)}{n+1} \sin\left((n+1) \frac{\pi}{6}\right) \right) \quad (24)$$

Bei Beschränkung auf die ersten sechs linear unabhängigen Integrationskonstanten  $a_n$  entsprechend  $-2 \leq n \leq 3$  folgt die gesuchte Beziehung (25) für die partiellen, rationalen Stromdichten ( $k=1\dots 6$ )

$$j_k^+ = \sum_{n=1}^6 R_{kn} j_n^- \quad (25)$$

mit der zirkular-symmetrischen Responsematrix  $\underline{\mathbf{R}}$  (26)

$$\underline{\mathbf{R}} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_3 & R_2 \\ R_2 & R_3 & R_4 & R_3 & R_2 & R_1 \\ R_3 & R_4 & R_3 & R_2 & R_1 & R_2 \\ R_4 & R_3 & R_2 & R_1 & R_2 & R_3 \\ R_3 & R_2 & R_1 & R_2 & R_3 & R_4 \\ R_2 & R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_3 \end{vmatrix} \quad (26)$$

wobei

$$\begin{aligned} R_1 &= k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3 \\ R_2 &= k_0 + k_1 - k_2 - k_3 \\ R_3 &= k_0 - k_1 - k_2 + k_3 \\ R_4 &= k_0 - 2k_1 + 2k_2 - k_3 \end{aligned} \quad (27)$$

und

$$k_n = \frac{Z_n^+}{Z_n^-} \quad (28)$$

mit  $Z_n^+$  bzw.  $Z_n^-$  nach ( 24 ) sind.

Die Responsematrix **R** widerspiegelt vollständig die in /Makai 81/ gefundenen Symmetrieeigenschaften für hexagonale Zellen.

### 3.1.2. Absorberteil

Der Absorberteil eines Regelelementes soll für thermische Neutronen "schwarz" absorbierend und für schnelle Neutronen "durchsichtig" sein. Die von der Neutronengeschwindigkeit abhängige Wirkung des Absorberteiles wird durch ein Zweigruppendiffusionsmodell berücksichtigt.

Im folgenden werden alle Größen, die sich innerhalb des Führungskanals auf die Gruppe der schnellen Neutronen beziehen mit dem Index 1 bezeichnet, die Gruppe der langsamen Neutronen ist mit 2 indiziert.

In nichtmultiplizierenden Gebieten haben thermische Neutronen keine Rückwirkung auf die schnelle Neutronenflußgruppe. Somit kann die stationäre Flußverteilung der schnellen Neutronen in einer Absorber-Node analog zu der einer Brennstoff-Node (siehe Abschnitt 3.1.1.) behandelt werden unter Verwendung der modifizierten Besselfunktionen. Formal soll dieser Zusammenhang in der Form

$$j_{1k}^+ = \sum_{n=1}^6 R_{1kn}^W j_{1n}^- \quad (29)$$

mit  $R_{1kn}^W$  als Komponenten der Responsematrix im Führungskanal dargestellt werden.

Zur Berücksichtigung des Wasserspaltes wird der Führungskanal gedanklich in Nodes mit trapezförmigem Querschnitt entsprechend Abb. 5 eingeteilt.

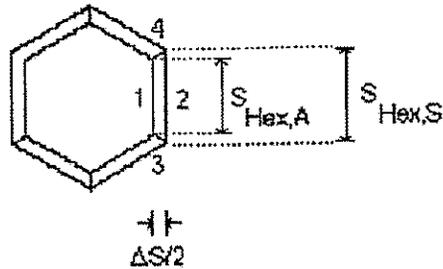


Abb.5: Schematische Darstellung der Führungsschachteinteilung in trapezförmige Nodes und deren Nummerierung

Da die Beziehung (30)

$$\frac{\Delta S}{2} \ll S_{Hex,W} \quad (30)$$

gilt, soll die Neutronendiffusion über gemeinsame Trapezflächen vernachlässigt werden (Flächen 3 und 4 in Abb 5).

Damit kann das Problem unter der Annahme (31)

$$S_{Hex,A} \approx S_{Hex,W} \quad (31)$$

auf der Basis eines eindimensionalen Modells behandelt werden. Unter Verwendung eines Koordinatensystems entsprechend Abb. 6 wird die Forderung der thermisch "schwarzen"



Abb. 6: Koordinatensystem zur Berechnung der thermischen Neutronenstromdichte am Führungskanal

Absorbtion (32)

$$j_2^-(x_A) = 0 \quad (32)$$

durch eine lineare Entwicklung hinsichtlich  $\Delta X = X_s - X_A$  auf die Führungskanalfläche transformiert:

$$j_2^+(x_s - \Delta X) = j_2^-(x_s) - \Delta X \frac{d}{dX} j_2^-(x_s) + O(\Delta X^2) \quad (33)$$

Unter Nutzung der stationären Zweigruppendiffusionsgleichungen in gewohnter Notation

$$\operatorname{div} \vec{j}_1 - \Sigma_1^R \Phi_{10} = 0 \quad (34)$$

$$\operatorname{div} \vec{j}_2 + \Sigma_2^A \Phi_{20} - \Sigma_{1-2} \Phi_{10} = 0 \quad (35)$$

und der Beziehungen (36, 37)

$$j_g^+ + j_g^- = \frac{\Phi_g}{2} \quad (36)$$

$$j_g^+ - j_g^- = -D_g \frac{d}{dX} \Phi_g \quad (37)$$

für jede Energiegruppe  $g$  kann die partielle thermische Out-Stromdichte am Führungskanal in linearer Näherung hinsichtlich der mittleren Spaltbreite  $\Delta x$  mit (38)

$$j_2^+(x_s) = j_2^-(x_s) \frac{\Delta X}{4D_2} (1 - 4D_2 \Sigma_2^A) + \Delta X \Sigma_{1-2} (j_1^+(x_s) + j_1^-(x_s)) \quad (38)$$

berechnet werden.

Zusammen mit (29) bildet (38) ein die schnellen und thermischen Neutronenstromdichten koppelndes Gleichungssystem. Nachfolgend wird dieses Gleichungssystem im Sinne der modifizierten Eingruppendiffusionsnäherung /Köhler 60/ entkoppelt.

### 3.1.3. Neutronenstromdichte in der modifizierten Eingruppendiffusionsnäherung

Jede Absorber-Node hat in radialer Ausrichtung entweder Nodes mit Brennmaterial oder mit Reflektormaterial (beispielsweise das Regelement (9,0), siehe Abb. 1) als Nachbarn. Diese gleichzeitig als Rauschsignalüberträger fungierenden Nodes werden neutronenphysikalisch durch die modifizierte Eingruppendiffusionsnäherung beschrieben (siehe Abschnitt 3.1.1). Aus diesem Grunde müssen an den Absorber-Node-Oberflächen Eingruppen-Out-Stromdichten der Brennstoff-/Reflektor-Nodes in Zweigruppen-In-Stromdichten der Absorber-Nodes aufgesplittet werden können. Im umgekehrten Sinne gilt diese Forderung in analoger Weise.

Zur Realisierung der Aufgabe seien die stationären Zweigruppendiffusionsgleichungen in der Haupt-Nebenfluß-Darstellung (39)

$$\begin{vmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1 & S_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_H \\ \Psi_N \end{vmatrix} \quad (39)$$

mit  $S_1$  und  $S_2$  als hier nicht näher spezifizierte Kopplungskonstanten dargestellt. Der Hauptfluß  $\Psi_H$  bzw. der Nebenfluß  $\Psi_N$  genügen dabei in bekannter Weise zwei entkoppelten Helmholtz-Gleichungen.

In Analogie zu den Fick'schen Beziehungen (40) für die Zweigruppendiffusionsgleichungen

$$\begin{vmatrix} \vec{J}_1 \\ \vec{J}_1 \end{vmatrix} = -grad \begin{vmatrix} D_1 \Phi_1 \\ D_2 \Phi_2 \end{vmatrix} \quad (40)$$

werden nun Haupt-Neben-Stromdichten definiert (41):

$$\begin{vmatrix} \vec{J}_H \\ \vec{J}_N \end{vmatrix} = -grad \begin{vmatrix} D_H \Psi_H \\ D_N \Psi_N \end{vmatrix} \quad (41)$$

Einsetzen von (39) in (40) führt unter Berücksichtigung von (41) zu (42):

$$\begin{vmatrix} \vec{j}_1 \\ \vec{j}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{D_1}{D_H} & \frac{D_1}{D_N} \\ \frac{S_1 D_2}{D_H} & \frac{S_2 D_2}{D_N} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{j}_H \\ \vec{j}_N \end{vmatrix} \quad (42)$$

Nach Invertierung der quadratischen Matrix in (42) kann die Hauptstromdichte als Funktion der schnellen und der thermischen Neutronenstromdichte dargestellt werden (43):

$$\vec{j}_H = \frac{D_H}{S_2 - S_1} \left( S_2 \frac{\vec{j}_1}{D_1} - \frac{\vec{j}_2}{D_2} \right) \quad (43)$$

Im Sinne der modifizierten Eingruppendiffusionsnäherung gilt für die Neutronenstromdichten (44)

$$\begin{vmatrix} \vec{j}_1 \\ \vec{j}_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{D_H} \begin{vmatrix} D_1 \\ S_1 D_2 \end{vmatrix} \vec{j}_H \quad (44)$$

sowie für die partiellen Neutronenstromdichten (45 .. 47)

$$j_H^\pm = \frac{D_H - D_2}{D_1 - D_2} j_1^\pm - \frac{1}{S_1} \frac{D_H - D_1}{D_1 - D_2} j_2^\pm \quad (45)$$

$$j_1^\pm = j_H^\pm \mp \frac{1}{2} \frac{D_H - D_1}{D_H} j_H \quad (46)$$

$$j_2^\pm = S_1 \left( j_H^\pm \mp \frac{1}{2} \frac{D_H - D_2}{D_H} j_H \right) \quad (47)$$

Die Hauptflußdiffusionskonstante  $D_H$  kann nach /Lucas 91/ über eine Bilanzbetrachtung aus den Diffusionskonstanten für die thermische und schnelle Neutronenflußgruppe bestimmt werden (48):

$$D_H = \frac{D_1 \Sigma_2^A + D_2 (\Sigma_1^F - \Sigma_1^P)}{\Sigma_2^A + \Sigma_{1 \rightarrow 2}} \quad (48)$$

unter Verwendung der üblichen Bezeichnungen. Dies gilt nicht für den Absorberteil, da dort die thermischen Materialeigenschaften von untergeordneter Bedeutung sind. Entsprechend ist dort  $D_H = D_1$  zu setzen.

#### 3.1.4. Neutronenstromdichte in Richtung der z-Koordinate

Für die Verknüpfung der partiellen Out-Stromdichten mit den In-Stromdichten für die Boden- und Deckflächen einer Node wird für die Differentialgleichung (14) der Lösungsansatz (49)

$$h_m(z) = A_m \cos(b_{zm}z) + B_m \sin(b_{zm}z) \quad (49)$$

mit

$$b_{zm}^2 = \frac{\lambda \Sigma^P - \Sigma^R}{D} - B_{Tm}^2 \quad (50)$$

verwendet.  $A_m$  und  $B_m$  sind Integrationskonstanten. Der Index  $m$  kennzeichnet eine beliebige der  $M$  Reaktorschichten.

Mit

$$j_{m7}^{\pm} = \frac{1}{4} (h_m(z_m) \pm 2D_m \frac{d}{dz} h_m(z_m)) \quad (51)$$

und

$$j_{m8}^{\pm} = \frac{1}{4} (h_m(z_m + \Delta x) \mp 2D_m \frac{d}{dz} h_m(z_m + \Delta x)) \quad (52)$$

als partielle Stromdichten für den Node-Boden (Index 7) bzw. die obere Node-Deckfläche (Index 8) lautet unter Fortlassung des Index  $m$  der gesuchte Zusammenhang zwischen den Out- und In-Stromdichten (53):

$$\begin{vmatrix} j_7^+ \\ j_8^+ \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} j_7^- \\ j_8^- \end{vmatrix} \quad (53)$$

mit den eingeführten Abkürzungen (54 .. 57)

$$k_1 = \frac{C^+}{C^-} + \frac{S^-}{S^+} \quad (54)$$

$$k_2 = \frac{C^+}{C^-} - \frac{S^-}{S^+} \quad (55)$$

$$S^\pm = \sin\left(b_z \frac{\Delta z}{2}\right) \pm 2Db_z \cos\left(b_z \frac{\Delta z}{2}\right) \quad (56)$$

$$C^\pm = \cos\left(b_z \frac{\Delta z}{2}\right) \pm 2Db_z \sin\left(b_z \frac{\Delta z}{2}\right) \quad (57)$$

Für nichtmultiplizierende Gebiete (Absorbteilm- und Reflektor-Nodes) sind in (49) anstelle der trigonometrischen Funktionen die entsprechenden Hyperbolikusfunktionen zu verwenden. Außerdem sind die Komponenten der Responsematrix in (53) wie folgt zu ändern (58, 59):

$$k_1 = \frac{C^-}{C^+} + \frac{S^-}{S^+} \quad (58)$$

$$k_2 = \frac{C^-}{C^+} - \frac{S^-}{S^+} \quad (59)$$

### 3.1.5. Reflektor

Das inhomogene Reflektorgebiet wird durch jeweils eine Node am äußeren Spaltzonenrand mit dem Materialeigenschaften des Reflektors und den geometrischen Abmessungen einer Brennstoff-Node berücksichtigt. Die auf diese Weise erzeugte neue Oberfläche der Anordnung sei entsprechend /Lucas 91/ "schwarz" absorbierend, d. h.

$$j_{Randfläche}^- = 0 \quad (60)$$

Mit (60) ist das aus

$$8 * (N * M + 2) + M * N_{Reflektor}$$

mit

M	- Anzahl der Reflektorschichten
N	- Anzahl der Reaktor-Nodes je Schicht
$N_{Reflektor}$	- Anzahl der Reflektor-Nodes je Schicht

bestehende nichtlineare Gleichungssysteme zur Ermittlung des Kritikalitätsparameters der Anordnung vollständig beschrieben und kann mit iterativen Berechnungsverfahren /Grundmann 85, Lucas 91, Mai 91/ gelöst werden.

### 3.2. Neutronenflußschwankungen

Die Neutronenflußverteilung im Reaktor wird infolge stochastischer Schwingungen der Regelelemente um den stationären Wert schwanken. Die Schwingungsfrequenzen sollen innerhalb des sogenannten Plateau-Bereiches liegen, d. h. sie sollen einerseits wesentlich größer als die Zerfallskonstanten der verzögerten Neutronen sein, andererseits jedoch klein genug, um Laufzeiteffekte infolge der endlichen Lebensdauer der Neutronen vernachlässigen zu können. Der für Regelelementschwingungen relevante Bereich von 0,1 ... 10 Hz genügt diesen Bedingungen /Collatz 82/.

Damit läßt sich in quellfreien Gebieten die räumliche Verteilung der Neutronenflußdichteschwankungen durch die gleichen partiellen Differentialgleichungen wie die stationäre Neutronenflußverteilung berechnen, wenn die Produktionsquerschnitt durch Multiplikation mit dem Faktor  $(1-\beta)$  zuvor angepaßt worden sind (Prompt-Response-Approximation /Kleiss79/,  $\beta$  ist wie üblich der relative Anteil der verzögerten Neutronen).

Im Sinne des hier betrachteten nodalen Rechenverfahrens sind die Schwankungen des über das Nodevolumen gemittelten Eingruppen-Neutronenflusses  $\delta\Phi$  durch Schwankungen der den Nodeoberflächenteilen entsprechend zugeordneten Neutronenströme  $\delta j_k$  auszudrücken. Diese Stromschwankungen sind bei Nodes, die Bereiche eines stochastisch schwingenden Regelelementes bzw. eines dazu benachbarten Brennelementes repräsentieren, die durch die Schwingungen induzierten Stromschwankungen zu überlagern. Im weiteren werden diese durch  $\Delta\delta j_k$  gekennzeichnet.  $\Delta\delta j_k$  stellt somit einen Sprung in den Stromdichteschwankungen an der Hexagonseite  $k$  dar.

### 3.2.1. Brennstoffteil

Für den Brennstoffteil eines Regelelementes kann nach /Lucas 91/ unter Vernachlässigung von Änderungen in den Diffusionskoeffizienten der Sprung in den Neutronenstromschwankungen über die radiale Hexagonseite  $k$  in der Zweigruppendiffusionsnäherung durch

$$\Delta \delta j_{1k} = ( (\Sigma_1^{rR} - \Sigma_1^{rW}) \bar{\Phi}_{1k} + (1 - \beta) ( \Sigma_1^{pR} \bar{\Phi}_{1k} + \Sigma_2^{pR} \bar{\Phi}_{2k} ) ) \quad (61)$$

und

$$\Delta \delta j_{2k} = ( (\Sigma_2^{aR} - \Sigma_2^{aW}) \bar{\Phi}_{2k} + ( \Sigma_{1 \rightarrow 2}^R - \Sigma_{1 \rightarrow 2}^W ) \bar{\Phi}_{1k} ) \delta x_k \quad (62)$$

dargestellt werden. Der Index 1 bezieht sich wie im stationären Fall auf die schnelle Neutronenflußgruppe, 2 entsprechend auf die thermische. R und W kennzeichnen die Wirkungsquerschnitte im (R)eaktor bzw. im Führungskanal, der mit (W)asser gefüllt sein soll. Weiterhin sind  $\bar{\Phi}_{1k}$  und  $\bar{\Phi}_{2k}$  die mittleren stationären Neutronenflußdichten auf der Hexagonseite  $k$  und  $\delta x_k$  schließlich die sich infolge der Regelelementeschwingungen stochastisch ändernde Wasserspaltbreite des entsprechenden Führungskanalspaltes.

An der gemeinsamen radialen Grenzfläche gelten (61) und (62) für die angrenzende Node mit den entsprechenden Wirkungsquerschnitten des Gebietes analog.

Die Änderung der Wasserspaltbreite  $\delta x_k$  zwischen dem Führungskanal und dem Brennelement bei einer Verschiebung des Elementes um den Betrag  $\delta R$  in Richtung  $\varphi$  entsprechend Abb. 4 ist durch (63)

$$\delta X_k = \delta R \cos \left( (k-1) \frac{\pi}{3} - \varphi \right) \quad (63)$$

gegeben.

Die Schwankungen der Zweigruppenstromdichten (61, 62) können nun unter Verwendung von (43) in Schwankungen für die Hauptstromdichten transformiert werden (64)

$$\Delta \delta j_k = c_k \bar{\Phi}_k \delta X_k$$

mit

$$c_k = \frac{D_H}{S_2 - S_1} \left( \frac{S_2}{D_1} (\Sigma_1^{rR} - \Sigma_1^{rW} + (1-\beta) (\Sigma_1^{pR} + S_1 \Sigma_2^{pR})) \right. \\ \left. - \frac{1}{D_1} (\Sigma_{1 \rightarrow 2}^R - \Sigma_{1 \rightarrow 2}^W + S_1 (\Sigma_2^{aR} - \Sigma_2^{aW})) \right) \quad (65)$$

Abschließend ist eine Aufspaltung von  $\Delta \delta j_k$  in Schwankungen der partiellen Stromdichten entsprechend (66)

$$\Delta \delta j_k^- = \frac{1}{2} \Delta \delta j_k \quad (66)$$

vorzunehmen /Lucas 91/. Sind die Materialparameter beiderseits des Führungskanalspaltes unterschiedlich, so führt dies zu einer Anisotropie der Rauschquelle und somit zu einem Sprung in den partiellen Neutronenstromschwankungen.

### 3.2.2. Absorberteil

Die durch Schwingungen des Absorberteils verursachten Schwankungen des Eingruppen-Neutronenflusses werden auf Schwankungen in den Randbedingungen der Diffusionsgleichung zurückgeführt. Durch eine Absorberteilverschiebung im Führungskanal sollen im Gegensatz zu einer Verschiebung des Brennstoffteils die Materialparameter des Nodes nicht beeinflusst werden.

Zur Formulierung eines linearen Zusammenhanges zwischen einer Absorberschiebung und den Neutronenstromschwankungen auf der Oberfläche des Führungskanals wird auf der Basis von (29) für die Gruppe der schnellen Neutronen

$$\delta j_{1k}^+ = \sum_{n=1}^6 R_{1kn}^S \delta j_{1n}^- \quad (67)$$

gesetzt. Durch die Substitutionen (68)

$$j_2^+(x_S) = j_{20}^+(x_S) + \delta j_2^+(x_S) \quad (68)$$

und (69)

$$\Delta x = \Delta x_0 + \delta x \quad (69)$$

in (38) und bei Vernachlässigung von Produkten der Form  $\Delta x^* \delta j_g$  /Barthel 82/ mit  $g=\{1,2\}$  können die partiellen Neutronenstromschwankungen durch (70)

$$\begin{aligned} \delta j_2^+(x_S) = & \delta x \left( \frac{\delta j_2^-(x_S)}{4D_2} (1 - 4D_2 \Sigma_2^A) \right. \\ & \left. + \Sigma_{1-2} (\delta j_1^+(x_S) + \delta j_1^-(x_S)) \right) \end{aligned} \quad (70)$$

ausgedrückt werden. Zusammen mit (67) lassen sich damit in Analogie zu den durch Brennstoff-Nodes induzierte Stromdichteschwankungen partielle Hauptstromschwankungen berechnen.

#### 4. Schlußbemerkungen

Dargestellt wurde ein in sich geschlossenes Modell zur Berechnung der Übertragungsfunktionen für Neutronenflußdichteschwankungen in heterogenen Reaktorkonfigurationen vom WWER-440-Typ infolge stochastischer Schwingungen der Regelelemente.

Es basiert auf verschiedenen Modell- und Näherungsannahmen, deren ausführliche Diskussion insbesondere in den Arbeiten /Kleiss 79, Meyer 79/82, Barthel 82/83, Hollstein 85, Collatz 81, Grundmann 85 und Lucas 91/ dargelegt ist.

Nachfolgend werden die wesentlichen Modell- und Näherungsannahmen des hier vorgestellten Modells in Anstrichen ungewichtet aufgelistet:

- Die reale heterogene Materialzusammensetzung des Reaktors wird durch ein grobmaschiges Gitter von Nodes in Hexagonal-z-Geometrie mit homogenisierten Materialparametern innerhalb der Nodes beschrieben. Der Querschnitt einer Node entspricht einem Hexagon mit dem Mittelpunktabstand der Kassetten eines WWER-Reaktors als Schlüsselweite. Die Nodehöhen sind innerhalb einer Reaktorschicht identisch. Die Schichthöhen selbst sind variabel.
- Der den Reaktor umgebene Reflektor wird durch eine Randschicht von Nodes mit den gleichen Geometrieparametern wie eine Reaktor-Node repräsentiert. Die Materialparameter entsprechen denen von Wasser.
- Die äußere Oberfläche der aus Reaktor- und Reflektor-Nodes zusammengesetzten Anordnung wird als schwarz absorbierend für alle Neutronengruppen betrachtet.
- Die Regelelemente werden geometrisch als räumliche Doppelpendel mit hexagonalem Querschnitt und jeweils einem Absorber- und einem Brennstoffteil beschrieben. Sie können innerhalb ihres Führungskanals frei verschoben bzw. gekippt werden. Torsionsschwingungen sind ausgeschlossen.
- Die räumliche Verteilung der Neutronenflußdichte und deren Schwankungen werden in der modifizierten Eingruppendiffusionsnäherung beschrieben. Für die Übertragung von Rauschsignalen wird die Prompt-Response-Approximation verwendet.
- Die Grobgittergleichungen werden unter Verwendung eines Separationsansatzes für die modifizierte Eingruppen-Diffusionsgleichung gelöst. Dabei wird die radial-/azimutale Funktionskomponente durch eine Reihe von Zylinderfunktionen angenähert. Für die axiale Funktionskomponente werden trigonometrische bzw. Exponentialfunktionen verwendet.
- Bei der Berechnung der mittleren Neutronenflußdichte einer Node bzw. der mittleren Neutronenstromdichte über die radialen Nodeflächen wird anstelle einer Integration über die radialen Hexagonseiten eine Integration über flächengleiche Zylindersegmente vorgenommen. Dabei werden für die Reihe der Zylinderfunktionen ausschließlich die linear unabhängigen Funktionskomponenten berücksichtigt.

- Der Absorberteil eines Regelementes wird als unendlich dünnwandiger Hohlkörper mit hexagonalem Querschnitt modelliert. Dieser Hohlkörper wird als schwarzer Absorber für thermische Neutronen betrachtet. Für schnelle Neutronen ist er durchsichtig.
- Die Eigenschaft der "thermisch schwarzen Absorption" wird durch eine Taylor-Entwicklung des thermischen Neutronenflusses an der Kanalwand nach der Spaltweite auf die Kanalwand übertragen.
- Bei der Modellierung der Rauschquelle für den Brennstoffteil werden Änderungen in den Diffusionskonstanten innerhalb einer Node infolge der Bewegung nicht berücksichtigt. Die Anwendbarkeit der Zweigruppendiffusionsnäherung in der Nähe der Nodegrenzflächen wird vorausgesetzt.
- Bei der Aufspaltung der Stromdichtestörungen für den Brennstoffteil in partielle Stromdichtestörungen wird für benachbarte Nodes mit gleichen Materialparametern von einer isotropen Flächenquelle ausgegangen. Der Gradient der stationären Flußdichteverteilung an der gemeinsame Grenzfläche wird nicht berücksichtigt.

Der Autor dankt Herrn Prof. Dr. K. Meyer (HTWS Zittau/Görlitz (FH)) für die kritische Durchsicht des Manuskriptes. Den Herren Dr. U. Grundmann und Dr. D. Lucas (FZ Rossendorf e.V.) dankt der Autor für nützliche Diskussionen zur Problematik sowie Herrn Prof. Dr. F.-P. Weiß (FZ Rossendorf e.V.) für die inhaltliche und organisatorische Unterstützung zur Absicherung des Forschungsprojektes.

## Literatur

/Altstadt 91/

E. Altstadt; G. Grunwald; P. Liewers; P. Schumann; F.-P. Weiß:  
Analytical Model for the Description of Control Element Vibration Occuring  
Abnormal Core Barrel Motion at WWER-440 Type Reactors and for the Interpretation  
of Phase Relations Between Incore and Excore Neutron Noise; Proceedings  
COMADEM 91, Southampton 2. - 4.7.91

/Altstadt 94/

E. Altstadt; P. Liewers; M. Scheffler; P. Schumann; F.-P. Weiß:  
Komponentenschwingungen an WWER-Reaktoren - Diagnose und Modellierung -;  
Proceedings ANNUAL MEETING ON NUCLEAR TECHNOLOGY '94,  
Stuttgart 16.5. - 19.5.94

/Barthel 82/

R. Barthel: Zur Darstellung kleiner Auslenkungen eines zentralen Absorbers durch  
entsprechende Randbedingungen für die induzierten Flußdichteschwankungen;  
Kernenergie 25(1982)4, S. 163-166

/Barthel 83/

R. Barthel: Zur Anwendung frequenzunabhängiger Näherungen bei der Untersuchung  
ortsabhängiger Effekte des Neutronenrauschens; Kernenergie 26(1983)4, S. 154-159

/Barthel 85/

R. Barthel: Zur Anwendung der Neutronenrauschanalyse für die Überwachung von  
Regelelementschwingungen; Kernenergie 28(1985)2, S. 61-69

/Barz 89/

M. Barz: Abbrandabhängigkeit von Neutronenflußschwankungen;  
Kernenergie 32(1989)8, S. 321-324

/Bauernfeind 93/

V. Bauernfeind; B.J. Olma; R. Sunder; D. Wach: Development of diagnostic methods  
for on-line condition monitoring of primary system components, Kerntechnik  
58(1993)2, S. 84-97

/Collatz 81/

S. Collatz: Zur Berechnung von Neutronenflußstörungen in hexagonalen  
Reaktorgittern bei Bewegung einer Reaktorkassette; Kernenergie 24(1981)4, S. 2-11

/Collatz 84/

S. Collatz; U. Rindelhardt: Untersuchung der Bewegung einer Brennstoffkassette in  
einem WWER-Reaktor durch Analyse von Neutronenrauschsignalen; Kernenergie  
27(1984)11/12, S. 450-456

/Collatz 91/

S. Collatz: Modelluntersuchungen zu Neutronenflußschwankungen in  
Druckwasserreaktoren durch kollektive Bewegung von Regelorganen; Kernenergie  
34(1991)6, S. 249-252

/Finnemann 77/

H. Finnemann; F. Bennewitz; M.R. Wagner: Interface current techniques for multidimensional reactor calculations; Atomkernenergie 30(1977)2, S. 123-128

/Grabner 77/

A. Grabner; P. Liewers; P. Schumann; F.-P. Weiß: Decomposition of Noise Signals composed of many Similar Components; ZfK-331, Rossendorf 1977

/Grundmann 85/

U. Grundmann: HEXNOD 23 - a Two- and Tree-Dimensional Nodal Code for Neutron Flux Calculation of Thermal Reactors with Hexagonal Geometry, ZfK-557, Rossendorf 1985

/Grundmann 91/

U. Grundmann; J. Hadek: Calculation of Neutron Kinetic Experiments on the LR-0 Reactor with the Tree-Dimensional Code DYN3D/M1; Kernenergie 34(1991)1, S. 12-20

/Grundmann 93/

U. Grundmann; U. Rohde: DYN3D/M2 - a Code for Calculation of Reactivity Transients in Cores with Hexagonal Geometry; FZR 93-01, Rossendorf 1993

/Grunwald 76/

G. Grunwald; K. Hennig: Untersuchung strömungsinduzierter Pendelschwingungen; Berichte der Tagung "Stochastische Schwingungen und Zuverlässigkeit", Heft 2, Eisenach 1976

/Grunwald 78/

G. Grunwald; P. Liewers; P. Schumann; F.-P. Weiß: Experimental Investigation of Flow- Induced Control Element Movements by Means of Noise Analysis- Technique; Nuklear Power Plant Control and Instrumentation 1(1978), S. 291-302

/Hennig 84/

K. Hennig; G. Grunwald: Treatment of Flow-Induced Pendulum-Oscillations; Kernenergie 27(1984)7, S. 286-291

/Hollstein 85/

F. Hollstein: Untersuchungen zur ortsabhängigen Übertragungsfunktion bei zufälligen Regelstabschwingungen in einem Druckwasserreaktor, Teil 1: Kernenergie 28(1985)1, S. 14-18; Teil 2: Kernenergie 28(1985)2, S. 70-74; Teil 3: Kernenergie 28(1985)3, S. 123-127

/Kleiss 79/

E. Kleiss; H. van Dam: Analysis of Neutron Detector Response to Bubbles in a Water Moderated Reactor; Annals of Nuclear Energy 6(1979), S. 385-398

/Köhler 60/

B. Köhler: Berechnung von Regelorganen nach einer modifizierten Eingruppungsgleichung  
Kernenergie 3(1960), S. 959-962

/Kunze 85/

U. Kunze; K.Meyer: Transfer of Fuel Assembly Vibrations to Fluctuations of Thermal Neutron Flux; Kernenergie 28(1985)1, S. 9-13

/Kunze 89/

U. Kunze: Anwendung der Rauschdiagnostik im KKW "Bruno Leuschner" Greifswald zur Anlagenüberwachung; Kernenergie 32(1989)8 , S. 329-333

/Laggiard 93/

E. Laggiard; J. Runkel; D. Stegemann: One-Dimensional Bimodal Model of Vibration and Impacting of Instrument Tubes in a Boiling Water Reactor; Nuclear Science and Engineering 115(1993), S. 62-70

/Lawrence 86/

R.D. Lawrence: Progress in Nodal Methods for the Solution of the Neutron Diffusion and Transport Equations; Progress in Nuclear Energy 17(1986)3, S. 271-301

/Lehmann 88/

R. Lehmann; U. Kunze; K.-D. Schulz: Influence of Operational Data Evaluation on the Enhancement of Nuclear Power Plant Safety and Availability; Kernenergie 31(1988)9 , S. 381-386

/Liewers 85/

P. Liewers: Rauschdiagnostik; Akademie-Verlag, Berlin 1985

/Lucas 91/

D. Lucas: Modellierung von Schwankungserscheinungen der Neutronenflußdichte in einem Druckwasserreaktor; Dissertation A, TU Dresden 1991

/Mai 90/

W. Mai; A. Müller: Das nodale Neutronenflußberechnungsprogramm TRAPEZ; Kernenergie 33(1990)10, S. 394-397

/Makai 81/

M. Makai; J. Arkuszewski: A Hexagonal Coarse-Mesh Program Based on Symmetry Considerations; Trans. Am. Nucl. Soc. 38(1981), S. 461-462

/Makai 82/

M. Makai: HEXAN - A Hexagonal Nodal Code for Solving the Diffusion Equation; KFKI-1982-47, Budapest 1982

/Meyer 79/

K. Meyer: Über die Berechnung der Spektraldichte der Schwankungen des Neutronenflusses bei stochastischen Schwingungen von Steuerelementen eines Kernreaktors, Teil I: Grundlagen und Anwendung auf ein zentrales Steuerorgan; Kernenergie 22(1979)3, S. 86-90

/Meyer 82/

K. Meyer: Zur Abbildung stochastischer Schwingungen von Arbeitskassetten eines Druckwasserreaktors in den Schwankungen der Neutronenflußdichte, Teil I+II; Kernenergie 25(1982)5, S. 204-207, 25(1982)7, S. 290-293

/Meyer 90/

K. Meyer: Zur Abbildung von gekoppelten Reaktorschacht- und Steuerelementschwingungen in den Schwankungen des Ionisationskammerstroms; Kernenergie 33(1990)3, S.130-132

/Meyer 91-1/

K. Meyer: Übertragung von Schwingungen von Steuerorganen eines Reaktors WWER-440 im Normalbetrieb; Kernenergie 34(1991)3, S.77-81

/Meyer 91-2/

K. Meyer: Elementare Kernreaktortheorie; Manuskript Hochschullehrbuch, 1991

/Schumann 90/

P. Schumann: Zur Abschätzung des Einflusses von relativen Regelelementschwingungen bei anormalen Reaktorschachtbewegungen; Kernenergie 33(1990)5, S. 223-225

/Wagner 89/

M.R. Wagner: Three- Dimensional Nodal Diffusion and Transport Theory Methods for Hexagonal-z Geometry; Nuclear Science and Engineering 103(1989), S. 377-391

/Yang 94/

W.S. Yang; T.A. Taiwo; H. Khalil: Solution of the Mathematical Adjoint Equations for an Interface Current Nodal Formulation; Nuclear Science and Engineering 116(1994), S. 42-54