
Archiv-Ex.:
FZR-79

März 1995

M. Müller

Zur Herausbildung verschiedener Zeitskalen
beim Zerfall von Compoundkern-Resonanzen
als Folge des Trapping-Effekts



Forschungszentrum Rossendorf e.V.

Postfach 51 01 19 · D-01314 Dresden

Bundesrepublik Deutschland

Telefon (0351) 591 3281

Telefax (0351) 591 3700

E-Mail muellerm@fz-rossendorf.de

**Zur Herausbildung verschiedener Zeitskalen
beim Zerfall von Compoundkern-Resonanzen
als Folge des Trapping-Effekts**

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
doctor rerum naturalis
vorgelegt von
Markus Müller
aus Engers

**Institut für Theoretische Physik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
der Technischen Universität Dresden**

Vorsitzender der Promotionskommission:

1. Gutachter:

2. Gutachter:

auswärtiger Gutachter:

Datum des Einreichens der Arbeit:

Also lautet der Beschluß:
Daß der Mensch was lernen muß.—
Nicht allein das ABC
bringt den Menschen in die Höh;
Nicht allein im Schreiben, Lesen
Übt sich ein vernünftig Wesen;
Nicht allein in Rechnungssachen
Soll der Mensch sich Mühe machen;
Sondern auch der Weisheit Lehren
Muß man mit Vergnügen hören.
Wilhem Busch



Unser Wissen ist ein Tropfen,
was wir nicht wissen, ist ein Ozean.

Isaac Newton

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	11
2	Das Kontinuum-Schalenmodell	15
2.1	Lösung der Einteilchengleichungen	16
2.2	Konfigurationsmischung im Schalenmodell	20
2.3	Berücksichtigung des Kontinuums	21
2.4	Das Kontinuum-Schalenmodell zur Beschreibung eines offenen Quantensystems	28
2.5	Das Konzept der numerischen Untersuchungen und die verwendeten Parameter	30
3	Der Trapping-Effekt	33
3.1	Eigenwerte unter dem Einfluß der äußeren Kopplung	34
3.2	Die Eigenfunktionen von H_{QQ}^{eff} und deren äußere Mischung	39
3.3	Zusammenfassung	45
4	Der Basismechanismus des Trapping	46
4.1	Modellbeschreibung	46
4.2	Symmetrien und Eigenwerte	48
4.3	Eigenfunktionen von H^{eff}	51
4.4	Die äußere Mischung der $ \tilde{\Phi}_R\rangle$	53
4.5	Betrachtungen zur S-Matrix	58
4.6	Der Wirkungsquerschnitt σ^{tot}	59
4.7	Zusammenfassung	62
5	Der Vielresonanz-Vielkanalfall	64
5.1	Propagation der Eigenwerte	64
5.2	Das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R \tilde{\Phi}_R \rangle$	67
5.3	Die äußere Mischung I_R^0	68
5.4	Fluktuationen der Niveaudichte	70
5.5	Der Überlappungsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$	72
5.6	Zusammenfassung	74
6	Energieabhängigkeit, Schwelleneffekte, gebundene Zustände	75
6.1	Energieabhängigkeit der Eigenwerte	76
6.2	Energieabhängigkeit der Breitenverteilung und die spektroskopische Struktur der Zustände	80
6.3	Interferenz durch gebundene Zustände	84
6.4	Neutronenresonanzen	88
6.5	Einfluß gebundener Zustände auf den Wirkungsquerschnitt	90
6.6	Zusammenfassung	95

7	Einfluß der inneren Mischung	96
7.1	Ausschalten der Konfigurationsmischung in den $ \Phi_i^{SM}\rangle$	96
7.2	Starke Konfigurationsmischung in den $ \tilde{\Phi}_i^{SM}\rangle$	101
7.3	Zusammenfassung	103
8	Strukturen im Raum	104
8.1	Lokalisierungseffekte	104
8.2	Zusammenfassung	112
9	Schlußbetrachtung	113
10	Literaturverzeichnis	117
11	Liste der wissenschaftlichen Aktivitäten	124
12	Thesen	129
13	Danksagung	133

Kapitel 1

Einführung

Das Problem der theoretischen Beschreibung verschiedenster Resonanzphänomene in Kernreaktionen begleitet die Kernphysik seit vielen Jahrzehnten und prägte entscheidend den historischen Verlauf der experimentellen und theoretischen Entwicklung. Besonders die Beobachtung unterschiedlicher Zeitskalen in den Lebensdauern der Resonanz-Zustände stand häufig im Mittelpunkt des Interesses und war Ursache eines oftmals kontroversen Dialoges zwischen theoretischer und experimenteller Kernphysik. Die unterschiedlichen Erscheinungsformen des Atomkerns bei unterschiedlichen Anregungsenergien, Reaktionspartnern und Massenzahlen gaben Anlaß zu verschiedensten theoretischen Modellierungen und Hypothesen. Abhängig vom diskutierten experimentellen Phänomen und dem grundsätzlichen Verständnis der Autoren wurde das Vielteilchen-System Atomkern als chaotisch oder aber regulär verstanden.

1936 formulierte Niels Bohr [1] das Konzept des Compound-Kerns als ein Vielteilchensystem stark miteinander wechselwirkender Nukleonen. Aufgrund der starken Kräfte, die die Nukleonen aufeinander ausüben, sollte ihre Bewegung stochastischen Gesetzmäßigkeiten genügen und keinen deterministischen Regeln unterworfen sein. Ein regelmäßiges Verhalten wird dem Kern, bzw. den einzelnen Konstituenten, per Definition abgesprochen.

Eine entgegengesetzte Vorstellung vermittelt das Schalenmodell des Atomkerns [2, 3], das eine eher regelmäßige Bewegung der Teilchen auf festgelegten Orbits, vergleichbar zum Bild der Elektronenbahnen in der Atomhülle, als Grundlage zur Beschreibung der gemessenen Spektren voraussetzt. Damit ergaben sich zwei vollkommen unterschiedliche Auffassungen von der dem Kern inhärenten Dynamik. Diese diametral zueinander stehenden Sichtweisen haben oftmals bei der Interpretation experimenteller Befunde Richtlinien im Verständnis des Atomkerns gesetzt. Eine große Bandbreite unterschiedlichster Resonanzphänomene war dabei wichtigste Quelle kontroverser Argumente.

Ein Beispiel dafür findet man in der Arbeit von Lee und Schiffer [4]. Der Wirkungsquerschnitt elastischer Streuung von Protonen an Ni und Cu zeigte große Fluktuationen von schnellen und langsamen Übergängen. Die Analyse der Daten ergab, daß die Spektren lokale Anhäufungen von Resonanz-Zuständen aufwiesen, die die Autoren als Ursache für die großen Fluktuationen im Wirkungsquerschnitt ansahen. Damit widersprachen sie der von Ericson [5] schon 1960 formulierten Annahme, daß die Lagen höherenergetischer Niveaus im Kern einer Zufallsverteilung genügen.

Mitte der sechziger Jahre befaßte sich Moldauer [6, 7] mit der Beschreibung experimentell ermittelter Wirkungsquerschnitte auf der Basis der R -Matrix-Theorie. Das Ziel war, eine

große Palette der im Atomkern auftretenden Reaktionsprozesse mit Hilfe statistischer Methoden erfassen zu können. Formresonanzen, direkte Übergänge und eine Vielzahl verschiedener Resonanzphänomene sollten in diese Beschreibung eingeschlossen werden. Die Schwierigkeit dieser Aufgabe bestand darin, die dabei auftretenden, vollkommen unterschiedlichen Zeitskalen der verschiedenen Prozesse im *gleichen* Energiebereich in einer einheitlichen theoretischen Beschreibung wiederzugeben. Allein die Beschränkung auf resonante Anregungen des Compoundkernes ergibt dabei schon ein kompliziertes Bild im Wirkungsquerschnitt einer Reaktion, der oftmals Feinstrukturen – hervorgerufen durch sehr langlebige Zustände – aufweist, die von kurzlebigen Resonanzen überlagert sind [8]. Prominentes Beispiel sind die Neutronenresonanzen schwerer Kerne, deren Zerfallsbreiten mit wachsender Massenzahl vom keV-Bereich bis hin zu einigen eV variieren können und die außerdem in breite, resonante Strukturen im Wirkungsquerschnitt eingebettet sind [9, 10, 11].

Die Isobar-Analog-Resonanzen (erstmalig gemessen 1961 [12] in Kernen mit $N > Z$ durch (p, n) -Reaktionen) sind ein weiteres Beispiel für ein Resonanzphänomen, das durch verschiedene Zeitskalen im Wirkungsquerschnitt gekennzeichnet ist [13, 14]. Die Isobar-Analog-Resonanzen haben eine große Anregungs- bzw. Zerfallswahrscheinlichkeit und liegen in einem Energiegebiet hoher Niveaudichte von Zuständen langer Lebensdauer. Allerdings ergaben die Messungen eine Besonderheit bezüglich der Zustandsverteilung. Die experimentell ermittelten Spektren zeigen Anhäufungen (Clusterung) der langlebigen Zustände [15, 16], so daß im Wirkungsquerschnitt je nach Auflösung eine hierarchische Anordnung der Zerfallsbreiten beobachtet wird.

Eine Erklärung für die kurzlebigen Isobar-Analog-Resonanzen liefert die "Doorway"-Konzeption [17]. Langlebige Zustände komplizierter spektroskopischer Struktur können in diesem Bild lediglich über eine kurzlebige Resonanz (Doorway-Zustand) einfacher Anregungsstruktur zerfallen [17, 18, 19]. Die verschiedenen Zeitskalen können also durch die spektroskopische Struktur der verschiedenen Zustände erklärt werden. Das Problem der Klumpung der Feinstruktur-Resonanzen bleibt allerdings ungeklärt. Aus diesem Grund sieht Barrette et al. [20] die Isobar-Analog-Resonanzen als ein bis dahin ungelöstes Problem an.

Das Problem der Existenz von Zuständen einfacher spektroskopischer Struktur im Bereich hoher Anregungsenergien gewann 1975 mit der Entdeckung von Gamow-Teller-Übergängen in $^{90}\text{Zr}(p, n)$ [21] erneut an Aktualität. Außerdem trat bei den Messungen das Problem fehlender Übergangsstärke experimenteller Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu theoretischen Vorhersagen auf [22].

Ein ähnliches Problem tritt auch bei der Analyse der Isobar-Analog-Resonanzen auf. E. G. Bilpuch et al. [23] schreiben 1974: *The disagreement between the spectroscopic factors and between the reduced normalizations as measured by analog-states experiments and by stripping experiments seems to indicate that these quantities are not reliably calculated with current theories.*

Man erhoffte sich aus der Untersuchung der Resonanzphänomene bei der Rückwärtsstreuung bei Schwerionenstößen eine Klärung der aufgeworfenen Fragen. Der Einfluß des direkten Reaktionsanteils kann bei diesen Experimenten nahezu ausgeschlossen werden, so daß der reine Resonanzanteil gemessen wird. Aber die Analyse der erhaltenen Daten auf der Grundlage der entwickelten Modelle lieferte keine befriedigende Lösung der oben genannten Probleme. So schreiben Braun-Munzinger und Barrette 1982 in einer Arbeit über Rückwärtsstreuung bei Schwerionenstößen: [24] ... *a challenging problem for the future is the*

development of a reaction theory which encompasses simultaneously both shorter and longer time scales so that gross, intermediate and/or fine structures and the gradual dissolution of one into the other can be quantitatively described.

Das Problem unterschiedlicher Zeitskalen in den Lebensdauern der Zustände zieht sich wie ein Leitfaden durch die Geschichte der Kernphysik und forcierte die Bestrebungen, eine einheitliche Theorie der Kernreaktionen zu entwickeln [25, 26, 27].

Ein tieferes Verständnis für die im Atomkern vorherrschende Dynamik wurde durch die statistische Beschreibung der Zustände ermöglicht. Der Ursprung dieser Sichtweise hatte zunächst praktische Gründe, da die Vielzahl unterschiedlicher Niveaus, insbesondere bei steigender Massenzahl, eine individuelle Berechnung unmöglich machte. Das Resultat war eine Palette leistungsfähiger Reaktionsmodelle, angepaßt an unterschiedliche Energiebereiche und Massenzahlen.

Die Dynamik des Systems Atomkern wird in sehr guter Näherung durch Mittelwerte (mittlerer Niveauabstand, Überlappungsgrad der Resonanzen, mittlere S -Matrixelemente, etc.) beschrieben. Abweichungen von diesen gemittelten Größen (Fluktuationen) werden chaotischen Eigenschaften des Kerns, hervorgerufen durch die starke Wechselwirkung zwischen den Nukleonen, zugeschrieben. Damit können verschiedene Zeitskalen im Wirkungsquerschnitt durch eine mehr oder weniger komplizierte Überlagerung ungestörter Basiszustände erklärt werden.[28].

Diese Sichtweise ist in vielen Bereichen der Kernphysik sehr erfolgreich. Allerdings stößt man bei einer konsequenten Anwendung auf Probleme im niederenergetischen Bereich. Der zentrale Punkt wird von Weidenmüller in [28] wie folgt kommentiert: *There is mounting evidence that in nuclei these fluctuation properties persist all the way down into the ground-state domain, at least for some values of spin and parity, and for odd-odd nuclei, suggesting complete chaoticity. This fact has to be contrasted with the phenomenal success of the nuclear models in the ground-state region which suggest completely regular behaviour.*

Einen weiteren Ansatz zur Erklärung verschiedener Zeitskalen ergab die Untersuchung offener Quantensysteme, die besonders in der letzten Dekade immer mehr Anklang gefunden hat. *Offene* Systeme sind durch eine *innere* und eine *äußere* Wechselwirkung charakterisiert. Die innere Wechselwirkung legt die Struktur des zugrundeliegenden *abgeschlossenen* Systems fest. Das heißt, sie bestimmt dessen Eigenschaften, wenn keine Wechselwirkung zu einer Umgebung vorliegt, oder mit anderen Worten: Das zugrundeliegende *abgeschlossene* System wird durch Art und Stärke der *inneren* Wechselwirkung charakterisiert. Der Einfluß der Umgebung wird durch die Wechselwirkung zwischen System und Außenraum festgelegt. Diese Wechselwirkung bewirkt Korrekturen bezüglich der Strukturmerkmale und Observablen des abgeschlossenen Systems. Das heißt, das System erleidet Strukturveränderungen mit wachsender äußerer Kopplungsstärke, und es können drastische Umordnungsvorgänge stattfinden.

Die Eigenschaften von quantenmechanischen Systemen sind durch die Eigenfunktionen und Eigenwerte eines Hamilton-Operators festgelegt. Für abgeschlossene Systeme ist, wegen der fehlenden Wechselwirkung zu einem Außenraum, kein Energie- oder Teilchenfluß in eine Umgebung möglich. Abgeschlossene Systeme sind stabil: Die Zustände können zwar durch die innere Wechselwirkung miteinander mischen, aber ein Zerfall in die äußere Umgebung findet nicht statt. Die Eigenschaften eines solchen Problems werden durch einen hermite-

schen Hamilton-Operator mit diskreten Eigenwerten beschrieben.

Durch die äußere Wechselwirkung kann es zum Zerfall angeregter Energieniveaus kommen (Resonanzerscheinungen). Die äußere Wechselwirkung generiert einen Energiefluß zwischen System und Umgebung. Der Hamilton-Operator eines offenen Quantensystems enthält die Kopplung an den Außenraum. Durch diesen Kopplungsterm ist er nichthermitesch; seine Eigenwerte sind komplex. Seine Eigenzustände berücksichtigen nicht nur die durch die innere Wechselwirkung hervorgerufene Mischung, sondern sie können auch mittels der äußeren Kopplung über Zustände des Außenraumes untereinander mischen: Die Resonanzen interferieren miteinander. Es kommt also zu Korrekturen bezüglich der diskreten Eigenzustände und Eigenwerte des abgeschlossenen Systems. Es ist zu erwarten, daß sich etwaige Umordnungsvorgänge gerade in diesen strukturbestimmenden Größen widerspiegeln.

Dieses Verhalten wurde in Untersuchungen zu verschiedensten Quantensystemen insbesondere in der Kernphysik und der Atom- und Molekülphysik [29]–[50] gefunden. Als wesentliches Ergebnis dieser Arbeiten zeigte sich, daß sich in Quantensystemen, die stark mit ihrer Umgebung wechselwirken, getrennte Zeitskalen für den Zerfall von Resonanz-Zuständen herausbilden. In all diesen Untersuchungen wurde eine charakteristische Umordnung der Eigenwerte oberhalb einer bestimmten systemkritischen Kopplungsstärke festgestellt.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diesen Umordnungsvorgang detailliert zu beschreiben und dessen ursächlichen Mechanismus zu verstehen. Dabei greife ich auf zwei Modelle zurück, einerseits auf das Kontinuum-Schalenmodell [52] und andererseits auf ein vereinfachtes S -Matrix-Modell [25, 53]. Anhand numerischer Untersuchungen wird im Rahmen dieser Modelle der Einfluß der äußeren Kopplung auf die Eigenfunktionen und Eigenwerte sowie auf daraus abgeleitete Observable, z.B. den Wirkungsquerschnitt, verfolgt. Die dabei erzielten Ergebnisse möchte ich lediglich als Vorschlag zur Lösung der oben geschilderten Problematik verstanden wissen.

Kapitel 2

Das Kontinuum-Schalenmodell

In den sechziger Jahren war es in der theoretischen Kernphysik das vorrangige Ziel, eine einheitliche Theorie der verschiedenen Kernreaktionsmechanismen zu entwickeln. Dazu ist es notwendig, das "klassische" Schalenmodell [2, 3], in dem nur diskrete Zustände erfaßt werden, zu erweitern. Für eine Beschreibung der Kernreaktionsprozesse war die Einschränkung des Zustandsraumes auf diskrete Niveaus unzureichend. Für eine einheitliche Beschreibung müssen auch die Compoundkern-Resonanzen *und* reine Kontinuumfunktionen mit berücksichtigt werden.

Eine bahnbrechende Arbeit auf dem Weg zu einer solchen Formulierung wurde 1958 von Feshbach [26, 27] veröffentlicht. Die Idee beruhte darauf, den Gesamt-Hilbertraum, in dem auch die Kontinuumfunktionen enthalten sind, in geeigneter Weise zu unterteilen. Die Aufspaltung bestand darin, in einem Teilraum alle zur Beschreibung von Kernreaktionen wichtigen Anteile, das heißt die offenen Zerfallskanäle, aufzunehmen, währenddessen der andere Teilraum die restlichen Funktionen umfaßt, also auch die, die zur Beschreibung von Resonanz-Zuständen wichtig sind. Durch die Definition von Projektionsoperatoren, die auf die entsprechenden Teilräume abbilden, war hiermit das Fundament für eine elegante Formulierung der Reaktionsmechanismen gelegt ("unified theory of nuclear reactions").

Diese Grundgedanken wurden von Mahaux und Weidenmüller [25] aufgegriffen. Der Gesamthilbertraum besteht in dieser Beschreibung aus einem Raum, der alle Vielteilchen-Zustände umfaßt, die aus diskreten Einteilchen-Zuständen aufgebaut werden können, und einem Raum der Streufunktionen, der die offenen und geschlossenen Kanäle berücksichtigt. Q und P seien die Projektoren auf die entsprechenden Teilräume der diskreten und der Streuzustände. Mittels einer Wechselwirkung zwischen den beiden Teilräumen kann der Zerfall von Resonanz-Zuständen beschrieben werden. Die Eigenfunktionen eines effektiv im Q -Raum wirkenden, komplexen Operators beschreiben die Compoundkernzustände. Die energieabhängigen Eigenwerte geben deren energetische Lage und Zerfallsbreite bei den entsprechenden Energien wieder.

Allerdings ergibt die Beschreibung der Resonanzparameter durch die komplexen Eigenwerte, insbesondere in der Nähe der Einteilchen-Resonanzen mehrdeutige Lösungen, wenn die in [25] getroffene Definition des Q -Unterraumes, der nicht alle im Kerninneren wesentlichen Anteile umfaßt, zugrundegelegt wird. Diese Modellierung erlaubt daher die einheitliche Beschreibung von diskreten Kern-Niveaus *und* von Resonanzzuständen nur für große Energien von ca 8 MeV bis zu 30 – 50 MeV.

Dieser Nachteil wird durch das in den siebziger Jahren in Rossendorf ausgearbeitete

Kontinuum-Schalenmodell behoben [52, 54, 55]. Die im Inneren der Wechselwirkungszone relevanten Anteile der Einteilchen-Resonanzen werden durch einen Cut-Off-Mechanismus in den Q -Unterraum mit eingefasst. Die Grundidee zur Einbeziehung der im Kerninneren relevanten Anteile der im Kontinuum liegenden Einteilchen-Funktionen wurde Anfang der siebziger Jahre von Wang und Shakin formuliert [51, 56]. Die Vielteilchen-Zustände des Q -Raumes können dadurch auch Anteile echter Einteilchen-Kontinuum-Funktionen enthalten. Im P -Raum werden sowohl die offenen als auch die geschlossenen Kanäle berücksichtigt. Der gesamte Hilbertraum wird also durch den Raum der gebundenen, bzw. quasigebundenen Vielteilchen-Zustände und den der Streuzustände gegeben. Die Funktionen des Q -Unterraumes, also die gebundenen *und* die Resonanz-Zustände, werden als komplexe Mischungen von Schalenmodell-Funktionen dargestellt. Die Resonanzparameter (energetische Lage und Lebensdauer) werden in *eindeutiger* Weise durch die komplexen Eigenwerte eines effektiven Operators H_{QQ}^{eff} wiedergegeben. Damit ist eine einheitliche Beschreibung der Grund- und niedrigliegenden Zustände, der Compoundkernresonanzen und der direkten Reaktionsmechanismen gewährleistet.

Der Hamilton-Operator H des gesamten Systems der gebundenen Zustände *und* der Streuzustände beschreibt ein abgeschlossenes System, das in keinerlei Wechselwirkung zu einer Umgebung steht. Im Ortsraum sind die Zustände aus Q im Kerninneren lokalisiert, während die Zustände aus P außerhalb des Kerns liegen. In diesem Sinne bildet P eine Umgebung für das System Q . (Die Definition von "System" und "Umgebung" ist formal auch umkehrbar, so daß der Q -Unterraum auch als Umgebung des Systems P aufgefaßt werden kann.) Eine Basis für den Q -Raum kann durch eine Schalenmodell-Rechnung gefunden werden. Im Schalenmodell bleibt die Kopplung zwischen Q - und P -Raum unberücksichtigt, und es beschreibt damit das System in einem Unterraum als ein abgeschlossenes Quantensystem.

Durch die Wechselwirkung zwischen den beiden Teilräumen kommt es zu Korrekturen der Eigenwerte und Eigenfunktionen des Schalenmodell-Operators. Diese Korrekturen werden im effektiven Operator H_{QQ}^{eff} wiedergespiegelt. H_{QQ}^{eff} beschreibt die Eigenschaften eines Systems, das auf den Q -Unterraum eingeschränkt ist und in Wechselwirkung mit dem Teilraum der Kontinuumfunktionen (P -Raum) steht. In diesem Sinne beschreibt H_{QQ}^{eff} ein *offenes* Quantensystem. Das zugrundeliegende abgeschlossene System ist gegeben, wenn die Kopplung zwischen den beiden Teilräumen vernachlässigbar ist. Es wird durch das Schalenmodell definiert.

Alle charakteristischen Wesenszüge eines offenen Quantensystems werden durch das Kontinuum-Schalenmodell wiedergespiegelt. Bei den meisten von mir durchgeführten, numerischen Untersuchungen wurde es als ein realistisches Modell für ein offenes Quantensystem herangezogen. Lediglich zur Klärung prinzipieller Fragen wurde ein schematisches S -Matrix-Modell, das an späterer Stelle erläutert wird, benutzt. Im folgenden soll das Kontinuum-Schalenmodell als Beispiel eines Modells für ein offenes Quantensystem beschrieben werden [32].

2.1 Lösung der Einteilchengleichungen

Der Atomkern stellt als Ensemble von A Nukleonen ein Vielteilchen-System dar, dessen Hamilton-Operator in einen "Mean-field"-Anteil H^0 und eine Zweiteilchen-Restwechselwirkung V^{Res} zerlegt werden kann:

$$H(1, \dots, A) = H^0(1, \dots, A) + V^{\text{Res}}(1, \dots, A) \quad (2.1)$$

H^0 stellt eine Summe von Einteilchen-Operatoren dar:

$$H^0(1, \dots, A) = \sum_{i=1}^A h^0(i). \quad (2.2)$$

Die Einteilchen-Operatoren $h^0(i)$ enthalten einen kinetischen und einen potentiellen Term,

$$h^0(i) = t(i) + v(i). \quad (2.3)$$

Dieser Gleichung liegt die Vorstellung zugrunde, daß durch starke kooperative Effekte zwischen den einzelnen Nukleonen des gesamten Ensembles ein mittleres Potential $v(i)$ generiert wird. Das heißt, die Summe der Wirkungen aller Nukleonen auf das i -te Nukleon wird hier näherungsweise durch das Einteilchen-Potential repräsentiert. Dadurch weicht die Zweiteilchen-Restwechselwirkung $V^{\text{Res}}(i, j)$ im Vielteilchen-Problem Kern erheblich von der Zweiteilchen-Wechselwirkung $V(i, j)$ zwischen freien Nukleonen ab. Der Unterschied wird gerade durch das mittlere Potential $v(i)$ gegeben, das hier eine ähnliche Aufgabe bei den Nukleonen erfüllt wie etwa die vom Kern ausgeübte Coulombkraft auf die Elektronen der Atomhülle,

$$V^{\text{Res}}(1, \dots, A) = \sum_{j>i=1}^A V(i, j) - \sum_{i=1}^A v(i). \quad (2.4)$$

Um später in geeigneter Weise Kontinuum-Funktionen definieren zu können, ist es wesentlich, ein endliches Potential zu wählen, damit auch Kontinuumzustände berechnet werden können. Im Schalenmodell wird das mittlere Potential $v(i)$ nicht selbstkonsistent berechnet, sondern durch ein phänomenologisches Potential ersetzt. In den von mir durchgeführten Rechnungen wurde ein Woods-Saxon-Potential benutzt:

$$v(r) = -v^0 \left[1 + \exp \frac{r - R}{a} \right]^{-1}. \quad (2.5)$$

R steht in dieser Gleichung für den Kernradius, v^0 für die Potentialtiefe und der Wert von a beschreibt die Randunschärfe des Potentials. Alle Parameter wurden aus [57] entnommen. In dieser Arbeit sind sie an experimentelle Daten für die Kerne ^{16}O , ^{15}O und ^{15}N angepaßt. Kerndeformationen sollen im Rahmen dieser Beschreibung ausgeschlossen werden. Das mittlere Potential wird als radialsymmetrisch angenommen. Auf Grund der Zentralsymmetrie des Woods-Saxon-Potentials kann eine Separation der Winkelkoordinaten bei der Lösung der stationären Einteilchen-Schrödinger-Gleichung vorgenommen werden. Im Winkelanteil der Einteilchen-Funktionen ist die Vektorkopplung von Spin- und Bahndrehimpuls durch Clebsch-Gordan-Koeffizienten gegeben:

$$\mathcal{Y}_{jm}(\Omega) = \sum_{\mu\sigma} \left(\begin{array}{cc|c} l & s & j \\ \mu & \sigma & m \end{array} \right) \cdot \mathcal{Y}_{lm}(\Omega) \cdot \chi_{\sigma s}. \quad (2.6)$$

In dieser Gleichung bedeuten die \mathcal{Y}_{lm} die Kugelflächenfunktionen als Eigenfunktionen des Bahndrehimpulses, und die χ_{σ_s} berücksichtigen den Spin der Nukleonen. Mit der Isospinfunktion χ_{tr} zur Unterscheidung von Protonen und Neutronen läßt sich die Einteilchenfunktion schreiben als:

$$\varphi_{e\tau ljm} = i^l \mathcal{Y}_{lm} \cdot \chi_{tr} \cdot \frac{1}{r} U_{e\tau lj}(r). \quad (2.7)$$

Mit e ist hier die Energie des gebundenen oder ungebundenen Einteilchen-Zustandes bezeichnet. Es bleibt noch die bislang unbekannte Funktion $U_{e\tau lj}$ als Lösung der radialen Einteilchen-Schrödinger-Gleichung für die gebundenen Zustände

$$[\epsilon_{n\tau lj} - h_{\tau lj}] U_{n\tau lj}(r) = 0 \quad (2.8)$$

und für die ungebundenen Zustände

$$[\epsilon - h_{\tau lj}] U_{e\tau lj}(r) = 0 \quad (2.9)$$

zu bestimmen. Die Hauptquantenzahl n und die Einteilchenenergie ϵ unterscheiden hier zwischen gebundenen und ungebundenen Teilchen. Die Lösungen für den ungebundenen Fall werden zur späteren Definition der Kanalwellenfunktionen benötigt. Das mittlere Schalenmodell-Potential wurde zustandsabhängig gewählt, indem die Potentialparameter v^0 , a und R von $v_{\tau lj}(r)$ (Gl. (2.5)) durch Anpassung der Eigenwerte ϵ an die experimentell bestimmten Einteilchenenergien festgelegt werden. Der Operator $h_{\tau lj}$ schreibt sich damit als:

$$h_{\tau lj} = \frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + v_{\tau lj}(r). \quad (2.10)$$

Die Vielteilchen-Zustände (Slaterdeterminanten) werden durch die Besetzung der verschiedenen Einteilchenniveaus als Teilchen-Loch-Anregungen in dem gewählten System konstruiert. Die Schalen $nlj = 1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}$ liegen beim ^{16}O unterhalb der Teilchenschwelle und wurden in allen Rechnungen berücksichtigt. Der Funktionenraum des zugrundeliegenden, abgeschlossenen Systems wird, wie später zu zeigen ist, durch die Slaterdeterminanten aufgespannt. Dabei sollen alle im Kerninneren wesentlichen Anteile berücksichtigt werden, also auch die relevanten Anteile der Einteilchen-Resonanzen. Sie liegen zwar energetisch im Einteilchen-Kontinuum, haben aber nicht zu vernachlässigende Anteile im Inneren der Wechselwirkungszone. Diese Anteile sollen durch einen Cut-Off-Mechanismus in den Raum der gebundenen Zustände mit eingeschlossen werden. Dadurch wird die Anzahl der gebundenen Einteilchen-Funktionen um die Anzahl der berücksichtigten Einteilchen-Resonanzen erweitert. Diese neue Basis im Raum der gebundenen Einteilchen-Funktionen läßt sich mathematisch wie folgt erfassen [51, 56]:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{n\tau lj} &= U_{n\tau lj} & (n = 1, \dots, M) \\ \tilde{U}_{e_i\tau lj} &= \tilde{N}_{e_i\tau lj} \Theta(R_{\text{cut}} - r) U_{e_i\tau lj} + \sum_{n=1}^M \tilde{N}_{n\tau lj} U_{n\tau lj} & (i = 1, \dots, \lambda) \end{aligned} \quad (2.11)$$

mit

$$\Theta(R_{\text{cut}} - r) = \begin{cases} 1 & \forall r < R_{\text{cut}} \\ 0 & \forall r > R_{\text{cut}} \end{cases} \quad (2.12)$$

Hier numeriert der Index n die schon berechneten, gebundenen Einteilchen-Zustände, i zählt die im Kerninneren relevanten Anteile der berücksichtigten Einteilchen-Resonanzen bei ihren entsprechenden Energien ϵ_i . M ist die Anzahl der gebundenen Einteilchen-Zustände. Der Einteilchen-Zustand $\tilde{U}_{\epsilon\tau lj}$ wird mit Hilfe des Orthonormalisierungsverfahren von E. Schmidt orthogonal zu den Zuständen $\tilde{U}_{n\tau lj}$ ausgerichtet. Die Faktoren \tilde{N} sichern also die Orthonormalität zur ursprünglichen Basis $(U_{n\tau lj})_{n=1, \dots, M}$. Die $1d_{3/2}$ -Schale des von mir betrachteten Systems ^{16}O ist die einzige Einteilchen-Resonanz, die in meinen Rechnungen berücksichtigt wurde. Der Wert für den Cut-Off-Radius liegt hier bei $R_{\text{cut}} = 7.5$ fm, was in etwa dem 2.5-fachen des Kernradius des O^{16} -Kernes entspricht.

Die Normierung der gebundenen Einteilchen-Zustände wird so durchgeführt, daß die folgenden Relationen gelten:

$$\int_0^{4\pi} \int_0^\infty d\Omega dr \tilde{\varphi}_{n\tau lj}(\Omega, r) \tilde{\varphi}_{n'\tau lj}(\Omega, r) = \delta_{nn'} \quad (2.13)$$

Die $\tilde{\varphi}_{n\tau lj}(r)$ gehören für die Quantenzahlen $\{\tau lj\}$ zu verschiedenen Potentials, da die Parameter des Woods-Saxon-Potentials zustandsabhängig gewählt sind. Sie werden analog zu Gleichung (2.7) aus der neu gefundenen Basis der Radialfunktionen $\tilde{U}_{n\tau lj}$ der gebundenen Zustände gebildet. Wegen der Zentralsymmetrie des mittleren Potentials konnten die Einteilchen-Funktionen als Produkt von Koordinatenfunktionen (Gl. (2.7)) angesetzt werden. Damit ist die Orthogonalität der Funktionen $\tilde{\varphi}_{n\tau lj}(\Omega, r)$ für verschiedene $\{\tau lj\}$ durch den Winkelanteil $\mathcal{Y}_{ljm}(\Omega)$ bzw. der Isospinfunktion $\chi_{\tau\tau}$ gegeben. Da für verschiedene Hauptquantenzahlen n die gleichen Potentialparameter benutzt werden, gilt die Gleichung (2.13) für alle $\{n\tau lj\}$. Es bleibt, die Orthogonalität zwischen den gebundenen Zuständen $\tilde{\varphi}_{n\tau lj}$ und den Einteilchen-Kontinuumsfunktionen $\tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}$ sicherzustellen. Mit Hilfe des Projektors auf den Raum der gebundenen Einteilchen-Funktionen $\hat{q} = \sum_{n\tau lj} |n\tau lj\rangle \langle n\tau lj|$ werden die Kontinuumszustände als Lösungen der Gleichung

$$(\epsilon - h_{\tau lj}) \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj} = -\hat{q} h_{\tau lj} \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj} \quad (2.14)$$

bestimmt. Durch Multiplikation der Gleichung (2.14) von links mit \hat{q} sieht man, daß die Lösungen dieser Gleichung orthogonal zu den gebundenen Einteilchen-Funktionen stehen. Mit der Normierung der $\tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}$ auf δ -Funktionen folgt:

$$\int_0^{4\pi} \int_0^\infty d\Omega dr \tilde{\varphi}_{n\tau lj}(\Omega, r) \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}(\Omega, r) = 0 \quad (2.15)$$

$$\int_0^{4\pi} \int_0^\infty d\Omega dr \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}(\Omega, r) \tilde{\varphi}_{\epsilon'\tau lj}(\Omega, r) = \delta(\epsilon - \epsilon') \quad (2.16)$$

Außerdem gilt die Vollständigkeitsrelation:

$$\sum_{n=1}^K \tilde{\varphi}_{n\tau lj}(\Omega, r) \tilde{\varphi}_{n\tau lj}(\Omega', r') + \int_0^\infty d\epsilon \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}(\Omega, r) \tilde{\varphi}_{\epsilon\tau lj}(\Omega', r') = \delta(\Omega - \Omega') \delta(r - r') \quad (2.17)$$

Das so konstruierte Einteilchen-Spektrum des Schalenmodells dient nun als Basis zum Aufbau der Vielteilchen-Zustände. Darüberhinaus wird auch die Gesamtlösung des Kontinuum-Schalenmodells mit Hilfe dieser Basis erzeugt.

2.2 Konfigurationsmischung im Schalenmodell

Mit der auf diese Weise gewonnenen Einteilchen-Basis werden nun Vielteilchen-Funktionen als Eigenzustände von H^0 konstruiert. Da H^0 als Summe über die Einteilchen-Operatoren h^0 dargestellt wird, ergeben sich seine Eigenzustände als Produktfunktionen der Einteilchen-Eigenzustände und unter Berücksichtigung des Pauliprinzips als antisymmetrisiertes Produkt, den Slaterdeterminanten:

$$|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle = \mathcal{A}\{\tilde{\varphi}_{\alpha_1}(1) \cdot \dots \cdot \tilde{\varphi}_{\alpha_A}(A)\}. \quad (2.18)$$

\mathcal{A} stellt hier den Antisymmetrisierungsoperator dar, der Index α_i steht symbolisch für den Satz von Einteilchen-Quantenzahlen. An dieser Stelle kommt es in einer praktischen Rechnung zu einer Einschränkung. Jeder Vielteilchen-Zustand $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ stellt eine definierte Einteilchen-Anregung im Sinne von Teilchen-Loch-Anregungen dar. Praktisch wird in einer numerischen Untersuchung die Zahl der Anregungen auf *die* Teilchen-Loch-Anregungen limitiert, mit denen man die Resonanzerscheinungen zu untersuchen wünscht, also beispielsweise auf $(1p-1h)$, $(2p-2h)$, etc.. Ansonsten würde der Rechenaufwand die Rechnerkapazitäten sprengen. Gerechtfertigt wird diese Limitierung dadurch, daß die einfachen Anregungsmoden bei tieferen Energien liegen als die komplexen Konfigurationen, und aus diesem Grund bei niedrigen Energien mit höherer Wahrscheinlichkeit angeregt werden.

Eine weitere Randbemerkung in diesem Zusammenhang betrifft die energetische Lage dieser Vielteilchen-Zustände. Obwohl sie aus rein gebundenen Einteilchen-Komponenten gebildet werden, kann die Energie dieser Zustände, sie ergibt sich aus der Summe der Einteilchen-Energien, oberhalb der Teilchenschwelle, also im Kontinuum liegen. Die Zustände können also sowohl unterhalb der ersten Teilchenzerfallsschwelle liegen als auch im Kontinuum eingebettet sein, je nachdem welche Schalenmodell-Zustände $\tilde{\varphi}_{\text{erlj}}$ zur Konstruktion der $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ herangezogen werden. In [25] werden beide Klassen unter dem Begriff BSEC (bound states embedded in the continuum) zusammengefaßt. Eine Ankopplung an den Raum der Streufunktionen bewirkt, daß die im Kontinuum eingebetteten Zustände eine endliche Lebensdauer erhalten. Durch die Hinzunahme der relevanten Anteile der Einteilchen-Resonanzen (Cut-Off-Technik) mischen auch Anteile echter Kontinuum-Funktionen mit hinein. Ich nenne sie daher in Zukunft QBSEC (quasi bound states embedded in the continuum)[52].

Die $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ beschreiben nun ein System von unabhängigen Nukleonen im mittleren Feld H^0 , die aber keine Information über ihre nächsten Nachbarn haben, da die Zweiteilchen-Restwechselwirkung bislang unberücksichtigt blieb. Mit Hilfe der $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ findet man eine Matrixdarstellung des Operators $H^0 + V^{\text{Res}}$ im Q -Unterraum,

$$H^{\text{SM}} = \sum_{i,j}^{1,N} |\Phi_i^{\text{SL}}\rangle \langle \Phi_i^{\text{SL}} | [H^0 + \alpha^{\text{int}} \cdot V^{\text{Res}}] |\Phi_j^{\text{SL}}\rangle \langle \Phi_j^{\text{SL}} |, \quad (2.19)$$

dessen Eigenwerte und Eigenfunktionen mittels eines Diagonalisierungsverfahrens gewonnen werden können. Der Parameter α^{int} legt die Stärke der Zweiteilchen-Restwechselwirkung fest. In den meisten Rechnungen ist er gleich 1 gewählt. Der Operator H^{SM} bestimmt die Konfigurationsmischungen der Einteilchen-Schalenmodell-Funktionen

$$[H^0 + \alpha^{\text{int}} \cdot V^{\text{Res}}] |\Phi_i^{\text{SM}}\rangle = E_i^{\text{SM}} |\Phi_i^{\text{SM}}\rangle. \quad (2.20)$$

Als Ergebnis erhält man die Eigenfunktionen von H^{SM} als Überlagerung von Slaterdeterminanten.

Die Lösung der Eigenwertgleichung (2.20) liefert für viele Anwendungen eine gute Näherung für niedrigliegende Zustände in der Nähe des Grundzustandes. Der Definitionsbereich von H^{SM} ist der Raum der QBSEC. Der Operator H^{SM} ist hermitesch, seine Eigenwerte sind reell, und sie beschreiben näherungsweise die energetische Lage sowohl der Zustände unterhalb der Teichenschwelle als auch der Compoundkernresonanzen. Die Eigenfunktionen $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ sind durch Gesamtspin, Parität und Isospin $\{J, \pi, t\}$ charakterisiert. Durch die unitäre Transformation $(a)_{ij=1, \dots, N}$, die den Operator diagonalisiert, erhält man die Darstellung der $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ in der Basis der $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$:

$$|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle = \sum_{j=1}^N a_{ij} |\Phi_j^{\text{SL}}\rangle \quad (2.21)$$

mit reellen Koeffizienten a_{ij} . Durch diese Gleichungen werden die Eigenwerte und Eigenfunktionen des diskreten Systems festgelegt. Der Operator H^{SM} beschreibt ein abgeschlossenes System, da die Kopplung an die Kontinuumzustände vernachlässigt ist.

Für eine Beschreibung von Streuprozessen müssen jedoch die Kontinuumzustände des Woods-Saxon-Potential berücksichtigt werden. Falls das Streuteilchen vom Kern eingefangen wird, kann ein Compoundkern gebildet werden, der durch Teilchenemission wieder zerfallen kann. Der Compoundkern befindet sich also in Wechselwirkung mit den Zerfallskanälen, die nun in geeigneter Weise definiert werden sollen.

2.3 Berücksichtigung des Kontinuums

Die Berücksichtigung des Kontinuums bedeutet eine Erweiterung des Hilbertraumes, in dem die diskreten Zustände nur noch einen Teilraum bilden, der mit dem Unterraum der kontinuierlichen Zustände gekoppelt ist. Diese Situation zweier gekoppelter Untersysteme läßt sich am elegantesten durch Einführung entsprechender Projektoren formulieren.

Seit Einführung solcher Projektionsoperatoren zur Beschreibung von Kernreaktionen durch Feshbach [26, 27] hat diese Methode aufgrund ihrer allgemeinen Anpassungsfähigkeit eine breite Anwendung in der theoretischen Physik gefunden. Ich bezeichne mit Q bzw. P die Projektoren auf den Unterraum der QBSEC und der Kontinuumzustände. Sie müssen so konstruiert werden, daß die Relationen

$$Q + P = 1 \quad (2.22)$$

und

$$Q P = 0 \quad (2.23)$$

erfüllt sind. Dann läßt sich der Hamilton-Operator H des gesamten Systems in Anteile der verschiedenen Teilräume und deren Kopplungsterme zerlegen:

$$H = QHQ + QHP + PHQ + PHP. \quad (2.24)$$

Ein Erzeugendensystem für den Unterraum der quasi-gebundenen Zustände wurde durch Lösung des Schalenmodell-Problems gefunden, so daß sich der Projektor Q in der folgenden Form in Spektraldarstellung formulieren läßt:

$$Q \equiv \sum_{j=1}^N |\Phi_j^{\text{SL}}\rangle \langle \Phi_j^{\text{SL}}| = \sum_{i=1}^N |\Phi_i^{\text{SM}}\rangle \langle \Phi_i^{\text{SM}}|. \quad (2.25)$$

Bei der Definition der Kontinuum-Funktionen kommt es nun zu einer weiteren Einschränkung. Es sollen nur solche Prozesse betrachtet werden, bei denen nur ein Teilchen emittiert wird; α -Zerfälle beispielsweise bleiben unberücksichtigt. Da das Anliegen dieser Arbeit darin besteht, den *prinzipiellen* Einfluß der Umgebung der Zerfallskanäle auf die spektroskopische Struktur des offenen Systems Compoundkern zu untersuchen, spielt die spezifische Auswahl der Zerfallsmöglichkeiten und damit die oben getroffene Einschränkung eine nur untergeordnete Rolle. Mit dieser Vereinfachung lassen sich die Kontinuumfunktionen als antisymmetrisches Produkt einer Targetwellenfunktion $\Phi_T^{\text{SM}}(2, \dots, A)$, abhängig von $(A - 1)$ Teilchen, und einer ungebundenen Einteilchen-Funktion $\tilde{\varphi}_{\text{er}lj}(1)$ aufschreiben. Die Spektraldarstellung des P -Operators ergibt sich dann als:

$$\begin{aligned} P &\equiv \sum_{T\text{er}lj} \int_{E_c}^{\infty} dE' \mathcal{A} \left[\Phi_T^{\text{SM}}(2, \dots, A) \tilde{\varphi}_{\text{er}lj}(1) \right] \int d1' \dots dA' \\ &\quad \mathcal{A} \left[\Phi_T^{\text{SM}*}(2', \dots, A') \tilde{\varphi}_{\text{er}lj}^*(1') \right] \\ &= \sum_c \int_{E_c}^{\infty} dE' |\chi_{E'}^{c(+)}\rangle \langle \chi_{E'}^{c(+)}|. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Die Kanalwellenfunktionen $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ sind dabei Eigenfunktionen des Operators

$$\begin{aligned} H^{c0} &= H_T^{\text{SM}}(2, \dots, A) + h^0(1) \\ &= \sum_{i=2}^A h^0(i) + \sum_{i>j=2}^A V^{\text{Res}}(i, j) + h^0(1) \end{aligned} \quad (2.27)$$

mit den Randbedingungen für auslaufende Wellen. Dabei beinhaltet der Index c die Quantenzahlen $\{E_T^c J \pi\}$ der Targetfunktion $\Phi_T^{\text{SM}}(2, \dots, A)$ und die Quantenzahlen $\{\text{er}lj\}$ des freien Teilchens zur Klassifikation des Zerfallskanals. Der Operator $H_T^{\text{SM}}(2, \dots, A)$ charakterisiert das Targetsystem und berücksichtigt analog zur Gl. (2.19) die Konfigurationsmischungen für das System von $(A - 1)$ Nukleonen. Wechselwirkungen zwischen freiem Teilchen und Targetsystem sind im Operator H^{c0} *nicht* enthalten. Aufgrund der Konstruktion zur

Lösung der gebundenen $\tilde{\varphi}_{nrlj}$ und der ungebundenen Einteilchenfunktionen $\tilde{\varphi}_{erlj}(1)$ (Gleichung (2.13, 2.14) stehen beide Projektoren orthogonal zueinander $QP = 0$ (Gl.(2.15)).

Im Rahmen der Modellbeschreibung spannen die Zustände $|\Phi_i^{SM}\rangle$ und $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ den Gesamthilbertraum auf. Aufgrund der Vollständigkeitsrelation gilt demnach $P + Q = 1$.

Ziel ist es nun, den effektiv im Raum der QBSEC wirkenden Operator aufzufinden, der implizit die Kopplung zum Raum der Streufunktionen enthalten soll und somit ein offenes Quantensystem charakterisiert. Hierzu suchen wir zunächst die Lösungen für das Eigenwertproblem des Operators $H = H^0 + V^{Res}$ im soeben definierten Gesamthilbertraum der QBSEC und der Kontinuumsfunktionen:

$$[H - E] |\Psi_E^{c(+)}\rangle = 0 \quad (2.28)$$

mit H aus Gleichung (2.24). (An dieser Stelle sei die häufig verwendete Schreibweise $QHQ = H_{QQ}$, $QHP = H_{QP}$, etc. eingeführt.) Das heißt, daß die Gesamtwellenfunktion $|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ Anteile aus beiden Räumen enthalten muß:

$$|\Psi_E^{c(+)}\rangle = Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle + P|\Psi_E^{c(+)}\rangle. \quad (2.29)$$

Einsetzen von Gleichung (2.29) in (2.28) und Multiplikation von links mit Q , bzw. P liefert zwei gekoppelte, inhomogene Differentialgleichungen:

$$[E - H_{PP}] P|\Psi_E^{c(+)}\rangle = H_{PQ}Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle \quad (2.30)$$

$$[E - H_{QQ}] Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle = H_{QP}P|\Psi_E^{c(+)}\rangle. \quad (2.31)$$

Die Beziehungen (2.30) und (2.31) illustrieren die Eigenschaften, die sich aus der Unterteilung des gesamten Systems in zwei Untersysteme, die durch eine Wechselwirkung miteinander gekoppelt sind, ergeben. Die Anteile $P|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ und $Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ der Gesamtwellenfunktion aus den beiden Teilräumen sind *nicht* unabhängig voneinander. Die Bestimmungsgleichungen haben jeweils einen Quellterm, der die Kopplung der beiden Untersysteme enthält. Der Anteil $P|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ hat Quellen im Unterraum Q und umgekehrt.

Die Lösung dieses Systems inhomogener Gleichungen erfolgt durch Auffindung der Lösung der Gleichung (2.30) entsprechenden homogenen Differentialgleichung:

$$[E^{(+)} - H_{PP}] |\xi_E^{c(+)}\rangle = 0. \quad (2.32)$$

Mit $E^{(+)}$ ist die allgemein gebräuchliche Notation $E^{(+)} = E + i\eta$ im limes $\eta \rightarrow 0$ mit positivem η benutzt worden. Wegen Gleichung (2.27) gilt:

$$H = H^{c0} + \hat{V}^{Res} \quad (2.33)$$

mit

$$\hat{V}^{\text{Res}} = \sum_{i=2}^A V^{\text{Res}}(1, i). \quad (2.34)$$

Unter Beachtung von $H^{c0}|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle = E'|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ mit $E' = E_T^c + \epsilon$ schreibt sich H_{PP} in der Darstellung der Kanalwellenfunktionen $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ als:

$$\begin{aligned} H_{PP} &= \sum_{c'c''=1}^K \int_{E'_{c'}}^{\infty} dE' \int_{E''_{c''}}^{\infty} dE'' |\chi_{E'}^{c(+)}\rangle \langle \chi_{E'}^{c(+)}| [H^{c0} + \hat{V}^{\text{Res}}] |\chi_{E''}^{c''(+)}\rangle \langle \chi_{E''}^{c''(+)}| \\ &= \sum_{c'=1}^K \int_{E'_{c'}}^{\infty} dE' |\chi_{E'}^{c(+)}\rangle E' \langle \chi_{E'}^{c(+)}| \\ &\quad + \sum_{c'c''=1}^K \int_{E'_{c'}}^{\infty} dE' \int_{E''_{c''}}^{\infty} dE'' |\chi_{E'}^{c(+)}\rangle \langle \chi_{E'}^{c(+)}| \hat{V}^{\text{Res}} |\chi_{E''}^{c''(+)}\rangle \langle \chi_{E''}^{c''(+)}|. \end{aligned} \quad (2.35)$$

In der Basis der Kanalwellenfunktionen $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ sind also die Matrixelemente des Operators H_{PP} gegeben durch:

$$\langle \chi_{E'}^{c(+)}| H_{PP} |\chi_{E''}^{c''(+)}\rangle = E' \delta_{E'E''} \delta_{c'c''} + \langle \chi_{E'}^{c(+)}| \hat{V}^{\text{Res}} |\chi_{E''}^{c''(+)}\rangle. \quad (2.36)$$

Im Operator H_{PP} ist die Restwechselwirkung \hat{V}^{Res} zwischen freiem Teilchen und Targetsystern berücksichtigt. Die Funktionen $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ sind Elemente des P -Raumes und lassen sich in der Basis $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ darstellen. Sie beinhalten also Mischungen der Kanalwellenfunktionen. Durch die Summe der Zweiteilchen-Restwechselwirkungen zwischen Targetsystern und freiem Nukleon $\sum_{i=2}^A V^{\text{Res}}(1, i)$ werden die Kanäle miteinander gekoppelt (gekoppelte Kanalgleichung). Da der Operator \hat{V}^{Res} nur innerhalb der Wechselwirkungszone einen Beitrag liefert, sind die Kontinuum-Funktionen $|\chi_{E'}^{c(+)}\rangle$ und $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ für große r gleich und bestimmen außerdem das asymptotische Verhalten der Gesamtlösung $|\Psi_E^{c(+)}\rangle$. Mit der Definition des Propagators für die Bewegung eines Teilchens im P -Raum, $G_P^{(+)} \equiv P(E + i\eta - H_{PP})^{-1}P$, kann man die Lösung des Anteils $P|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ als Summe der allgemeinen, homogenen Lösung und einem partikulären Integral aufschreiben:

$$P|\Psi_E^{c(+)}\rangle = |\xi_E^{c(+)}\rangle + G_P^{(+)} H_{PQ} Q |\Psi_E^{c(+)}\rangle. \quad (2.37)$$

Der zweite Term enthält die Kopplung der QBSEC über die Wechselwirkung H_{PQ} an die Streuzustände. Einsetzen von Gleichung (2.37) in (2.31) liefert einen Ausdruck für den Anteil $Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle$:

$$Q|\Psi_E^{c(+)}\rangle = [E - H_{QQ}^{\text{eff}}]^{-1} H_{QP} |\xi_E^{c(+)}\rangle. \quad (2.38)$$

H_{QQ}^{eff} steht hier symbolisch für die Operatorkombination $H_{QQ}^{\text{eff}} = H_{QQ} + H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ}$. Wegen des Propagators $G_P^{(+)}$ im zweiten Term wird H_{QQ}^{eff} energieabhängig und nichthermitisch. Das heißt, es existiert ein System von links- und rechtsseitigen Eigenvektoren:

$$H_{QQ}^{\text{eff}} |\tilde{\Phi}_R^r\rangle = \tilde{\mathcal{E}}_R(E) |\tilde{\Phi}_R^r\rangle \quad (2.39)$$

$$(H_{QQ}^{\text{eff}})^+ |\tilde{\Phi}_R^l\rangle = \tilde{\mathcal{E}}_R^*(E) |\tilde{\Phi}_R^l\rangle \quad (2.40)$$

mit

$$\tilde{\mathcal{E}}_R(E) = \tilde{E}_R(E) - \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_R(E). \quad (2.41)$$

Die Transformation B , durch die die Diagonalisierung von H_{QQ}^{eff} erfolgt, ist deshalb nicht unitär sondern komplex orthogonal. Es gilt:

$$B^T B = 1 = B B^T. \quad (2.42)$$

Das heißt, die Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ und $|\tilde{\Phi}_R^l\rangle$ bilden ein Biorthogonal-System und lassen sich mit komplexen Koeffizienten $b_{RR'}$ in der Basis der Schalenmodell-Funktionen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ entwickeln. Die Koeffizienten $b_{RR'}$ sind dabei die Matrixelemente der Transformation B . Es gilt:

$$\begin{aligned} |\tilde{\Phi}_R^r\rangle &= \sum_{R'=1}^N b_{RR'} |\Phi_{R'}^{\text{SM}}\rangle \\ |\tilde{\Phi}_R^l\rangle &= \sum_{R'=1}^N b_{R'R}^* |\Phi_{R'}^{\text{SM}}\rangle \end{aligned} \quad (2.43)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\Phi}_R^r | &= \sum_{R'=1}^N b_{R'R}^* \langle \Phi_{R'}^{\text{SM}} | \\ \langle \tilde{\Phi}_R^l | &= \sum_{R'=1}^N b_{RR'} \langle \Phi_{R'}^{\text{SM}} | \end{aligned} \quad (2.44)$$

sowie die Orthonormalitätsbedingung:

$$\langle \tilde{\Phi}_R^l | \tilde{\Phi}_{R'}^r \rangle = \delta_{RR'}. \quad (2.45)$$

Im Gegensatz dazu sind die rechts- bzw. linksseitigen Systeme untereinander *nicht* orthogonal:

$$\langle \tilde{\Phi}_R^r | \tilde{\Phi}_{R'}^r \rangle \neq \delta_{RR'} \neq \langle \tilde{\Phi}_R^l | \tilde{\Phi}_{R'}^l \rangle. \quad (2.46)$$

Die physikalischen Konsequenzen, die sich aus den mathematischen Eigenschaften des Operators H_{QQ}^{eff} ergeben, werde ich an späterer Stelle genauer diskutieren. Mit den beiden Ausdrücken (2.37), (2.38) ergibt sich die Gesamtwellenfunktion $|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ als:

$$|\Psi_E^{c(+)}\rangle = |\xi_E^{c(+)}\rangle + [G_P^{(+)} H_{PQ} + 1] [E - H_{QQ}^{\text{eff}}]^{-1} H_{QP} |\xi_E^{c(+)}\rangle. \quad (2.47)$$

In der Eigendarstellung von H_{QQ}^{eff} (Gl. (2.39), (2.40)) erhält man den folgenden Ausdruck für die Gesamtlösung $|\Psi_E^{c(+)}\rangle$:

$$|\Psi_E^{c(+)}\rangle = |\xi_E^{c(+)}\rangle + \sum_{R=1}^N [1 + G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}}] |\tilde{\Phi}_R^r\rangle \cdot \frac{1}{E - \bar{E}_R(E) + \frac{i}{2}\bar{\Gamma}_R(E)} \cdot \langle \tilde{\Phi}_R^l | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle \quad (2.48)$$

wobei $\langle \tilde{\Phi}_R^l | H_{QP} | \xi_E^{c(+)} \rangle = \langle \tilde{\Phi}_R^l | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ ausgenutzt wurde. Der Term $G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}} |\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ beschreibt die stetige Erweiterung des Zustandes $|\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ in den Raum der Streufunktionen. Diesen Kontinuumanteil des Resonanzzustandes erhält man durch Lösung der gekoppelten Kanalgleichung mit Quellterm:

$$(E^{(+)} - H_{PP})^{-1} |\tilde{\omega}_R^{(+r)}\rangle = H_{PQ} |\tilde{\Phi}_R^r\rangle. \quad (2.49)$$

Die Funktionen $|\tilde{\omega}_R^{(+r)}\rangle$ und $|\tilde{\omega}_R^{(+l)}\rangle$ bildet aus den gleichen Gründen wie die Eigenfunktionen von H_{QQ}^{eff} ein Biorthogonal-System. Durch

$$|\tilde{\Omega}_R^{(+r)}\rangle = |\tilde{\omega}_R^{(+r)}\rangle + |\tilde{\Phi}_R^r\rangle \quad (2.50)$$

wird der im Kerninneren relevante Anteil $|\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ der Resonanzwellenfunktion und deren Fortsetzung in den P -Raum zusammengefaßt.

Experimentell zugänglich ist der Wirkungsquerschnitt, der durch die Matrixelemente der S -Matrix [25]

$$S_{cc'}(E) = \exp(2i\delta_c) \delta_{cc'} - 2i\pi \langle \chi_E^{c'(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \Psi_E^{c(+)} \rangle. \quad (2.51)$$

bestimmt wird. Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (2.51) beschreibt die Potentialstreuung, das heißt die reine Streuung am mittleren Feld ohne Beteiligung von inneren Freiheitsgraden. Der zweite Term in Gleichung (2.51) nimmt nach Einsetzen von Gleichung (2.48) unter Berücksichtigung von

$$\hat{V}^{\text{Res}} [1 + G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}}] = [1 + \hat{V}^{\text{Res}} G_P^{(+)}] \hat{V}^{\text{Res}} = [E - H^{c0}] G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}} \quad (2.52)$$

die folgende Gestalt an:

$$\langle \chi_E^{c'(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \Psi_E^{c(+)} \rangle = \langle \chi_E^{c'(-)} | \xi_E^{c(+)} \rangle + \sum_{R=1}^N \langle \chi_E^{c'(-)} | [E - H^{c0}] G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R^r \rangle \cdot \frac{1}{E - \bar{E}_R(E) + i/2\bar{\Gamma}_R(E)} \langle \tilde{\Phi}_R^l | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle. \quad (2.53)$$

Die Kanalwellenfunktion $\langle \chi_E^{c'(-)} |$ ist Eigenfunktion zu H^{c0} (Gl. (2.27), bzw. (2.35)). Zusammen mit Gleichung (2.32) ergibt sich damit die Beziehung:

$$\langle \chi_E^{c'(-)} | [E - H^{c0}] = \langle \xi_E^{c'(-)} | [E - H_{PP}] . \quad (2.54)$$

Mit Hilfe dieser Identität ergibt sich das Übergangsmatrixelement zwischen dem Resonanzzustand $|\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ und dem Streuzustand $|\xi_E^{c'(-)}\rangle$, das die Kopplung der offenen *und* geschlossenen Zerfallskanäle enthält zu:

$$\begin{aligned} \langle \chi_E^{c'(-)} | [E - H^{c0}] G_P^{(+)} \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R^r \rangle &= \langle \xi_E^{c'(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R^r \rangle \\ &= [\langle \tilde{\Phi}_R^{r*} | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c'(-)} \rangle]^* \\ &= \langle \tilde{\Phi}_R^l | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle . \end{aligned} \quad (2.55)$$

Mit der Notation

$$\tilde{\gamma}_{Rc} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R^r \rangle \quad (2.56)$$

ergibt sich die Partialbreite Γ^c eines Resonanzzustandes zu:

$$\Gamma^c = |\tilde{\gamma}_{Rc}|^2 = \frac{1}{2\pi} | \langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R^r \rangle |^2 . \quad (2.57)$$

Mit Hilfe der Beziehungen (2.54), (2.55) und (2.56) läßt sich der Ausdruck (2.53) für die S -Matrix in zwei Anteile zerlegen:

$$S_{cc'} = S_{cc'}^{(1)} + S_{cc'}^{(2)} . \quad (2.58)$$

Der Term $S_{cc'}^{(1)}$ hat dabei die Form:

$$S_{cc'}^{(1)} = \exp(2i\delta_c) \delta_{cc'} - 2i\pi \langle \chi_E^{c'(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle . \quad (2.59)$$

Die Bedeutung dieses Terms kann man sich mit Hilfe von

$$|\xi_E^{c(+)}\rangle = |\chi_E^{c(+)}\rangle + (E^{(+)} - H^{c0})^{-1} \hat{V}^{\text{Res}} |\xi_E^{c(+)}\rangle \quad (2.60)$$

folgendermaßen verdeutlichen. Gleichung (2.60) stellt eine Integralgleichung für $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ dar. Durch iteratives Lösen dieser Gleichung erkennt man, daß $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ die Mehrfachstreuung im Unterraum P beschreibt. Damit werden alle Prozesse erfaßt, die ohne Kopplung an den Unterraum Q stattfinden können. Diesen Term bezeichnet man in der Reaktionstheorie als direkten Anteil. Er ist nur schwach von der Energie des einfallenden Teilchens abhängig.

Der Summenterm aus Gleichung (2.53) schreibt sich mit der oben getroffenen Notation für das Übergangsmatrixelement (Gl. (2.56)):

$$S_{cc'}^{(2)} = i \sum_R \tilde{\gamma}_{Rc'} \tilde{\gamma}_{Rc} [E - \tilde{E}_R + \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_R]^{-1} . \quad (2.61)$$

Er berücksichtigt die Möglichkeit einer Compoundkernbildung und den Zerfall von Resonanz-Zuständen beim Streuprozeß. Aus diesen Gleichungen berechnet man den totalen Wirkungsquerschnitt mit:

$$\sigma^{\text{tot}} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mE} |1 - S|^2 . \quad (2.62)$$

wenn m und E die Masse und Energie des einfallenden Teilchens bezeichnet.

2.4 Das Kontinuum-Schalenmodell zur Beschreibung eines offenen Quantensystems

Die bisherige Darstellung des Modells zeigte stufenweise den Weg zur Auffindung der Gesamtlösung des Vielteilchen-Problems $|\Psi_E^{c(+)}\rangle$ unter Berücksichtigung der Kontinuumfunktionen auf. Weiterhin habe ich erläutert, welchen Ausdruck die S -Matrix innerhalb dieser Modellierung annimmt. Bei der Berücksichtigung der Streufunktionen nimmt der effektiv im Q -Raum wirkende Operator H_{QQ}^{eff} eine zentrale Stellung ein, da er Korrekturen durch den P -Raum beinhaltet

$$H_{QQ}^{\text{eff}} = H_{QQ} + H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ} . \quad (2.63)$$

Der erste Term von H_{QQ}^{eff} ist der Schalenmodell-Operator $H^{\text{SM}} \equiv H_{QQ}$. Die Diagonalisierung dieses Operators wird unter Vernachlässigung des ungebundenen Spektrums durchgeführt (Gl. (2.20)). Seine Eigenwerte sind reell und beschreiben diskrete Niveaus. Der endlichen Lebensdauer der Resonanzen wird im Rahmen des Schalenmodells *nicht* Rechnung getragen. In diesem Sinne beschreibt H_{QQ} das zugrundeliegende *abgeschlossene* System, das keinerlei Kopplung an die Umgebung der Zerfallskanäle ausgesetzt ist.

Der zweite Term bewirkt eine Korrektur zu den diskreten Lösungen aus Gleichung (2.20). Er enthält die Kontinuumkopplung und trägt dem Einfluß der Streufunktionen auf die QBSEC Rechnung. Das bedeutet, H_{QQ}^{eff} ist ein effektiv im Raum der QBSEC wirkender Operator, dessen Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ Elemente aus dem Q -Raum sind, der aber den Einfluß der Zerfallskanäle implizit berücksichtigt. (Wenn ich nicht ausdrücklich durch eine Indizierung der Eigenfunktionen darauf hinweise, bezeichnet in Zukunft $|\tilde{\Phi}_R\rangle = |\tilde{\Phi}_R^r\rangle$ das System der rechtsseitig Eigenvektoren.) Wegen des Propagators $G_P^{(+)}$ zwischen den beiden Kopplungstermen ist H_{QQ}^{eff} *nichthermitesch* und *energieabhängig*.

Durch das Auftreten des Operators H_{QQ}^{eff} im Resonanzanteils der S -Matrix $S_{cc'}^{(2)}$ in Gleichung (2.61) erhalten dessen Eigenwerte eine konkrete, physikalische Bedeutung. Die Pole von $S_{cc'}^{(2)}$ sind die Nullstellen des Energieterms (Gl. (2.61)). Sie liegen an *den* Stellen $E = E_R$, für die gilt:

$$\tilde{E}_R(E_R) = E_R \quad (2.64)$$

$$\tilde{\Gamma}_R(E_R) = \Gamma_R . \quad (2.65)$$

Die Energie E_R kann aus diesem Grund als energetische Lage E_R der Resonanzzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ aufgefaßt werden. Der Wert von $\tilde{\Gamma}_R(E)$ bei der Energie E_R entspricht dessen Zerfallsbreite.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß die Eindeutigkeit der Lösung der Gleichungen (2.64) und (2.65) durch den Cut-Off-Mechanismus gewährleistet wird. Werden die Einteilchen-Resonanzen nicht in der beschriebenen Weise in den Q -Unterraum eingeschlossen, so können für Resonanzen in der Nähe der Einteilchen-Resonanzenergien mehrere Lösungen der Gleichung (2.64) auftreten [52, 57]. Im Rahmen der Modellierung *mit* Cut-off-Technik (2.11) können die Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} an den entsprechenden Stellen E_R als die energetische Lage der Compoundkern-Resonanzen und deren inverse Lebensdauer aufgefaßt werden. H_{QQ}^{eff} projiziert in geeigneter Weise die Resonanz-Zustände aus dem Raum der QBSEC heraus und beschreibt ein *offenes* Quantensystem, das von der Kopplung zwischen Q - und P -Raum geprägt ist.

Für eine korrekte Beschreibung des offenen Systems Compoundkern ist es weiterhin notwendig, daß der Operator H_{QQ}^{eff} zwischen den verschiedenen Zerfallsmöglichkeiten unterscheidet und auch den zugehörigen Schwellenenergien Rechnung trägt. Je nach Energie des einfallenden Teilchens können verschiedene Kanäle geöffnet, bzw. geschlossen sein. Diese Tatsache wird durch die Energieabhängigkeit von H_{QQ}^{eff} im externen Kopplungsterm befriedigt. Unter der Annahme, daß die Matrixelemente $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ nur schwach von der Einschußenergie abhängen, vereinfacht sich der zweite Term in H_{QQ}^{eff} zu:

$$\begin{aligned} & \sum_{c=1}^K \int_{E_c}^{\infty} dE' \langle \Phi_i^{\text{SM}} | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle \frac{1}{E^{(+)} - E'} \langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \Phi_j^{\text{SM}} \rangle \approx \\ & \sum_{c=1}^K \langle \Phi_i^{\text{SM}} | \hat{V}^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle \langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \Phi_j^{\text{SM}} \rangle \cdot \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{E_c}^{\infty} dE' \frac{1}{E + i\eta - E'}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Diese Annahme ist nicht ohne weiteres gerechtfertigt, da die Funktionen $|\xi_E^{c(\pm)}\rangle$ bei Energien $E' \approx E_c$ stark von der Energie abhängen können. Für Projektilenergien deutlich ober- oder unterhalb der Schwellenenergie ist diese Näherung aber erlaubt. Der Integrand läßt sich nun in einen reellen und rein imaginären Anteil zerlegen.

$$\begin{aligned} & \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{E_c}^{\infty} dE' \frac{1}{E + i\eta - E'} = \\ & \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{E_c}^{\infty} dE' \frac{E - E'}{(E - E')^2 + \eta^2} - i\pi \int_{E_c}^{\infty} dE' \delta(E - E'). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Durch Ausnutzung der Darstellung der δ -Distribution gewinnt man einen einfachen Ausdruck für den Imaginärteil des externen Kopplungsterms.

Für Projektilenergien unterhalb der Schwellenenergie E_c wird dadurch der entsprechende Summand aus Gleichung (2.66) von H_{QQ}^{eff} reell. Zustände unterhalb der elastischen Schwelle werden als diskrete Zustände beschrieben. Auch die Kanäle, deren Schwellenenergie oberhalb der Systemenergie liegt, sind geschlossen. Der Realteil des Integrals (2.67) ist im allgemeinen aber nicht gleich Null und führt zu einer Korrektur der energetischen Lage der Zustände. Wegen des reellen Anteils des Integrals in Gleichung (2.67) sind insbesondere auch die gebundenen Zustände in der Lage, mit Resonanz-Zuständen zu interferieren. Diesen Aspekt werde

ich in Kapitel 6 noch einmal aufgreifen und eingehend diskutieren. An dieser Stelle möchte ich nur unterstreichen, daß die physikalischen Vorstellungen bezüglich der Zerfallsmöglichkeiten des Systems und der Lebensdauer der Zustände durch die Konstruktion des effektiven Hamilton-Operator befriedigt werden.

Als Schlußbemerkung dieses Kapitels möchte ich noch darauf hinweisen, daß, bedingt durch die Komplexwertigkeit der Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$, die Summe der Partialbreiten im allgemeinen nicht gleich der totalen Zerfallsbreite eines Zustandes ist [25]. Hier führt der Wert von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ zu einer Korrektur (Auch hier wird von der abkürzenden Schreibweise Gebrauch gemacht, daß es sich bei Zuständen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ ohne Index (r) bzw. (l) um rechtsseitige Eigenvektoren handelt):

$$\tilde{\Gamma}_R = \sum_c \frac{\Gamma_R^c}{\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle}. \quad (2.68)$$

2.5 Das Konzept der numerischen Untersuchungen und die verwendeten Parameter

Das im Kontinuum-Schalenmodell implementierte, abgeschlossene System wird durch eine Schalenmodell-Rechnung ohne Berücksichtigung der Streuzustände definiert. Das Spektrum des hermiteschen Anteils H_{QQ} des effektiven Hamiltonian H_{QQ}^{eff} spiegelt die Struktur dieses Systems wider. Ziel dieser Arbeit ist es, Eigenschaften des offenen Quantensystems zu untersuchen. Es soll der Frage nachgegangen werden, ob und in welcher Form die ursprüngliche Struktur des abgeschlossenen Systems durch den Außenraum beeinflusst wird. Welche Veränderung erleiden die komplexen Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R(E)$ und Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ des offenen Systems unter wachsender äußerer Kopplung?

Die Strategie meiner Untersuchungen wird im folgenden darin bestehen, das durch H_{QQ}^{eff} definierte System einer wachsenden Ankopplung an die äußere Umgebung der Zerfallskanäle auszusetzen [58, 59, 60]. Konkret bedeutet das, daß die Wechselwirkungsstärke in den Kopplungstermen von H_{QQ}^{eff} sukzessive mittels eines Stärkeparameters α^{ex} erhöht wird:

$$\begin{aligned} W_{ij}^{\text{ex}} &= (QHPPG_P^{(+)}PHQ)_{ij} \\ &= \sum_c \int_{E_c}^{\infty} dE' \langle \Phi_i^{\text{SM}} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \zeta_{E'}^{c(+)} \rangle \frac{1}{E + i\eta - E'} \cdot \\ &\quad \cdot \langle \zeta_{E'}^{c(+)} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \Phi_j^{\text{SM}} \rangle, \end{aligned} \quad (2.69)$$

währenddessen die innere Wechselwirkung

$$W_{ij}^{\text{int}} = \langle \Phi_i^{\text{SM}} | \alpha^{\text{int}} V^{\text{Res}} | \Phi_j^{\text{SM}} \rangle \quad (2.70)$$

im Operator H_{QQ} , die die Mischung der Schalenmodell-Funktionen $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ bezüglich den Slaterdeterminanten $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ bestimmt, Gl.(2.21), konstant gehalten werden soll ($\alpha^{\text{int}} = \text{const.} = 1$).

Für konkrete Berechnungen hat sich die folgende Parametrisierung der Zweiteilchen-Restwechselwirkung als sinnvoll erwiesen [18]:

$$V^{Res}(1,2) = \sum_{l=0}^{\infty} V_l(r_1, r_2) \sum_{m=-l}^l (-1)^m \mathcal{Y}_{l-m}(\Omega_1) \mathcal{Y}_{lm}(\Omega_2) \\ [a_{00} + a_{10} \cdot \sigma_1 \sigma_2 + a_{01} \cdot \tau_1 \tau_2 + a_{11} \cdot \sigma_1 \sigma_2 \cdot \tau_1 \tau_2] \quad (2.71)$$

mit

$$V_l(r_1, r_2) = 2\pi \int_{-1}^{+1} V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) P_l(\cos \Theta_{12}) d \cos \Theta_{12} . \quad (2.72)$$

Damit ist in Gleichung (2.71) der Spinaustausch, Isospinaustausch und die kombinierte Wechselwirkung Spin-Isospinaustausch berücksichtigt. Häufig wird V^{Res} auch in der Notation

$$V^{Res} = V(r_1, r_2)[W + BP^\sigma - HP^\tau - MP^\sigma P^\tau] \quad (2.73)$$

angegeben. Dabei bezeichnet M den Wigner-, B den Bartlett- (Spinaustausch), H den Heisenberg- (Isospinaustausch) und M den Majorana-Term (Spin-Isospinaustausch), mit den Operatoren

$$P^\sigma = \frac{1}{2}(1 + \sigma_1 \sigma_2) \\ P^\tau = \frac{1}{2}(1 + \tau_1 \tau_2) . \quad (2.74)$$

Die einzelnen Terme sind durch

$$W + B + H + M = 1 \quad (2.75)$$

normiert [18]. Zur Vereinfachung vieler Integrationen bei der numerischen Berechnung wird für V^{Res} ein Nullreichweiten-Potential benutzt. Diese Näherung trägt nicht dem repulsiven Charakter der Kernkraft bei kleinen Abständen Rechnung, hat sich aber bei der Beschreibung experimenteller Daten bewährt [61]. Dadurch ist $P^\sigma P^\tau$ (Majorana Term) equivalent zum Wigner-Term und der Heisenberg-Term ist gleich dem Bartlett-Term, der den Spinaustausch berücksichtigt. Damit schreibt sich die Zweiteilchen-Restwechselwirkung als:

$$V^{Res} = V_0 \cdot (a_V + b_V P_{12}^\sigma) \delta(r_1 - r_2) . \quad (2.76)$$

Wie schon in den vorangegangenen Kapiteln erwähnt, wurden zur Lösung des Kontinuumschalenmodells empirisch ermittelte Parameter verwendet. Dabei wurde der Sauerstoffkern ^{16}O zugrunde gelegt. Die Konstanten $a_V = W + M$ und $b_V = B + H$ wurden durch anfitzen an Zustände des ^{16}O -Kernes ermittelt und sind auf 0.73 und 0.27 festgelegt [61, 62]. Für die Wechselwirkungsstärke V_0 hat sich der Wert 500 MeVfm^3 aufgrund der gleichen Methode für den ^{16}O als sinnvoll erwiesen [57]. Als analytische Form des mittleren Einteilchen-Potentials wurde eine Woods-Saxon-Kraft mit Spin-Bahn-Kopplung verwendet [57]:

$$v_{\tau ij}(r) = v_{\tau ij} f(r) + 4\text{fm}^2 v_{\tau ij}^{(sl)} (\vec{s} \cdot \vec{l})_j \frac{1}{a} \frac{d}{dr} f(r) + (\tau + 1/2) v_{\text{coul}}(r) . \quad (2.77)$$

Tabelle 2.1: Potentialparameter und zugehörige Einteilchenenergien in MeV für den Kern ^{16}O

l	τ	$V_{\tau l}$	$V_{\tau l}^{(st)}$	$\begin{matrix} \mathcal{E}_{0\tau l j=l+1/2} \\ \mathcal{E}_{0\tau l j=l-1/2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathcal{E}_{1\tau l j=l+1/2} \\ \mathcal{E}_{1\tau l j=l-1/2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathcal{E}_{2\tau l j=l+1/2} \\ \text{---} \end{matrix}$
0	1/2	55.91	---	[-30.80]	[-0.09]	[+25.72]
	-1/2	56.82	---	[-35.78]	[-3.24]	[+20.79]
1	1/2	57.95	9.89	[-18.45]	[+19.17]	
	-1/2	57.59	9.64	[-12.12]	[+18.52]	
2	1/2	54.36	5.27	[-21.80]	[+15.01]	
	-1/2	54.94	5.27	[-15.64]	[+14.42]	
3	1/2	51.00	7.0	[-0.61]	[+15.86]	
	-1/2	50.00	7.0	[+4.19]	[+21.89]	
				[-4.13]	[+11.41]	
				[+0.95]	[+17.42]	
				[+13.95]		
				[---]		
				[+10.08]		
				[---]		

Die Funktion $f(r)$ entspricht der Parametrisierung aus Gleichung (2.5). Der benutzte Wert für die Randunschärfe ist $a = 0.53$ fm. Der Wert des Potentialradius hängt mit dem Kernradius R über die Beziehung $R = R_0(A-1)^{\frac{1}{3}}$ zusammen und wurde auf $R_0 = 1.25$ fm festgelegt. Als Coulombpotential v_{coul} wird das elektrostatische Potential einer homogen geladenen Kugel vom Radius R benutzt. Bezüglich der Radialabhängigkeit des Woods-Saxon-Potentials ist die Wahl eines scharfen Übergangs bei der Ladungsverteilung in gewisser Weise inkonsistent. Da Coulombkräfte im Kerninneren im Vergleich zur starken Wechselwirkung nur eine untergeordnete Rolle spielen, hat sich diese Wahl als sinnvoll für die Beschreibung experimenteller Daten erwiesen [61, 62].

Da der Kern ^{16}O magisch ist, können die Potentialtiefen von $v_{\tau l j}$ und $v_{\tau l j}^{(st)}$ so gewählt werden, daß die Einteilchenenergien von v mit den Separationsenergien der benachbarten Kerne ^{17}O und ^{17}F , bzw. ^{15}O und ^{15}N übereinstimmen. Die daraus folgenden Parameter sind aus [57] entnommen und in Tabelle (2.1) zusammengefaßt. Die Energien der Zerfallsschwellen werden durch die Kernstruktur der Targetkerne ^{15}O und ^{15}N gegeben, je nachdem, ob Protonen- oder Neutronenkanäle betrachtet werden (Gl. (2.26)). Die Schwellenenergie des elastischen Kanals wird also durch die entsprechende Grundzustands-Energie, die Schwelle des ersten inelastischen Kanals durch den ersten angeregten Zustand etc. gegeben. Programmtechnisch ist allerdings die Freiheit vorgesehen, die Schwellenenergien per Hand zu wählen.

Kapitel 3

Der Trapping-Effekt

Das im vorigen Abschnitt beschriebene Modell wurde zur numerischen Untersuchung spektroskopischer Eigenschaften eines offenen Quantensystems herangezogen. Der Formalismus erlaubt es, Streuprozesse zu beschreiben, bei denen ein Targetkern von $(A - 1)$ Nukleonen durch Beschuß mit einem Teilchen zur Compoundkernbildung (A -Teilchen-System) angeregt wird. Wegen der vereinfachenden Einschränkung bei der Definition der Streuzustände (Gl.(2.26)) sind nur solche Zerfälle erlaubt, bei denen ein Nukleon emittiert wird. Die verschiedenen Kanäle sind also durch die Kernstruktur des $(A - 1)$ Nukleonensystems (Grundzustand \equiv elastischer Kanal, erster angeregter Zustand \equiv Schwelle des ersten inelastischen Kanals, etc.) gegeben (Gl.(2.26)).

Die Schalenmodell-Rechnung (Gl. (2.20)) des A -Nukleonen-Systems definiert, wie im vorigen Kapitel erläutert, die Struktur des abgeschlossenen Systems. Dabei diente in fast allen Rechnungen meiner Arbeit, die im Rahmen des Kontinuum Schalenmodells durchgeführt wurden, der Kern ^{16}O als Beispiel (α^{int} aus Gl. (2.70) wird auf 1 gesetzt). Lediglich in einigen Rechnungen wurde auch die Stärke der Zweiteilchen-Restwechselwirkung bei der Schalenmodell-Rechnung variiert, um das Wechselspiel zwischen *innerer* (Gl. (2.70)) und *äußerer* Wechselwirkung (Gl. (2.69)) untersuchen zu können. In diesen Fällen ist es aber nicht mehr gerechtfertigt von der Kernstruktur des ^{16}O zu sprechen, da das errechnete Spektrum wesentlich von der Stärke der Restwechselwirkung V^{Res} geprägt ist. Je nachdem, ob Protonen- oder Neutronenkanäle berücksichtigt werden, ist zusätzlich die Lösung von Gl. (2.20) für ^{15}O oder ^{15}N erforderlich.

Im folgenden Beispiel sind zwei Protonenkanäle $^{15}\text{N}+p$ mit negativer Parität, entsprechend den beiden Zuständen von ^{15}N ausgewählt ($N_c = 2$). Sie entsprechen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand angeregten Zustand mit positiver Parität und $(2h - 1p)$ -Struktur bei $E_{s2} = 6.3$ MeV von ^{15}N (E_{s2} ist damit gleich der Schwellenenergie des inelastischen Kanals). Die Rechnungen habe ich anhand von 70 $(2p - 2h)$ -Anregungen ($N_R = 70$) mit den Quantenzahlen $J^\pi = 1^-$ durchgeführt. Der Konfigurationsraum wurde durch $(1p)^{-1} \cdot (2s, 1d_{5/2})^1$ und $(1s)^{-1}(1p)^{-1} (2s, 1d_{5/2})^2$ festgelegt.

Die Anregungsenergie des Systems ist durch die Projektilenergie gegeben. Sie wurde auf $E_{\text{Lab}} = 34.7$ MeV konstant gehalten, so daß die Energieabhängigkeit der Eigenwerte zunächst keine Auswirkung auf das Ergebnis der Rechnungen hat. Der Diskussion der Energieabhängigkeiten und der Auswirkung von Schwelleneffekten ist ein eigenes Kapitel gewidmet.

Um den Einfluß der Umgebung der Zerfallskanäle auf die Resonanzzustände zu unter-

suchen, wird das System einer wachsenden externen Kopplung durch die Variation von α^{ex} von einem Wert nahe 0 bis zu einem genügend großen Maximalwert ausgesetzt. Dabei werden für die Zweiteilchen-Restwechselwirkung im Kern ^{16}O in den externen Kopplungsterm, Gl. (2.69) untypische Werte eingesetzt, wenn man annimmt, daß die Restwechselwirkung zwischen Targetsystem und freiem Teilchen den gleichen Betrag hat wie für Nukleonen innerhalb des Kernverbandes. Diese Tatsache soll uns an dieser Stelle nicht weiter stören, da wir zunächst an prinzipiellen Effekten durch den wachsenden Kontinuumeinfluß interessiert sind. Ich werde aber die Diskussion dieser Inkonsistenz an späterer Stelle detailliert fortführen. Dieses Kapitel befaßt sich mit der Beschreibung der durch steigende Kopplung an die äußere Umgebung auftretenden Effekte.

3.1 Eigenwerte unter dem Einfluß der äußeren Kopplung

Eine wichtige Größe zur Charakterisierung eines Quantensystems ist das Energiespektrum, das heißt die Menge der Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$, die, bedingt durch die Nichthermitizität von H_{QQ}^{eff} , im allgemeinen komplex sind. Sie werden durch die Abhängigkeit des effektiven Hamilton-Operator von α^{ex} entscheidend beeinflusst. Der Parameter α^{ex} bestimmt die Wechselwirkungsstärke in den Übergangsmatrixelementen von Gl. (2.69). Die Erwartung, die sich aus Gl. (2.69) ergibt, ist, daß mit der Erhöhung von α^{ex} eine größere Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Schalenmodell-Funktionen $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ und den Kanälen $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ produziert wird. Für die Eigenwerte bedeutet das ein Anwachsen der Zerfallsbreite.

Trägt man die Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ in der komplexen Ebene auf, so sollte sich dementsprechend mit wachsendem α^{ex} ein Drift von der reellen Achse (für den gebundenen Fall der Schalenmodell-Eigenwerte E_i^{SM} bei $\alpha^{\text{ex}} = 0$) hin zu großen Imaginärteilen einstellen. In Figur (3.1) ist die Bewegung der Eigenwerte in Abhängigkeit von α^{ex} dargestellt. α^{ex} wurde von einem Startwert $\alpha^{\text{ex}} = 0.05$ bis zu $\alpha^{\text{ex}} = 1$ sukzessive in Schritten von 0.05 erhöht. Bei jedem Wert von α^{ex} wurde der effektive Hamilton-Operator diagonalisiert und die Eigenwerte in das Diagramm (3.1.a) eingetragen. Für kleine α^{ex} spielt der nichthermitesche Korrekturterm in H_{QQ}^{eff} eine untergeordnete Rolle, so daß der nahezu gebundene Fall von großen Lebensdauern, bzw. kleinen Zerfallsbreiten vorliegt. Die Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ der einzelnen Resonanzen liegen dicht beim reellen Schalenmodell-Eigenwert. Mit ansteigender Kopplungsstärke beschreiben die $\tilde{\mathcal{E}}_R$ Trajektorien, die in die komplexe Ebene hineinführen. Die Zustände werden kurzlebiger.

Der Abstand aufeinanderfolgender Punkte einer Trajektorie ist ein Maß für die Driftgeschwindigkeit. Da die Driftgeschwindigkeit für verschiedene Resonanzen unterschiedlich ist, unterscheiden sich auch die maximal erreichten Werte von $\tilde{\Gamma}_R$ bei der Kopplungsstärke $\alpha^{\text{ex}} = 1$ voneinander. Dieser Sachverhalt liegt in der Struktur der Wellenfunktionen $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ begründet. Die Beimischung der einzelnen Slaterdeterminanten, d.h. die Beimischung der verschiedenen Teilchen-Loch-Anregungskomponenten, ist für die $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ unterschiedlich. Das heißt, jede Schalenmodell-Funktion $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ ist durch ihre individuell festgelegte Beimischung der Komponenten einzelner Slaterdeterminanten charakterisiert (Gl. (2.21)). Damit nehmen auch die Überlappintegrale $\langle \Phi_i^{\text{SM}} | V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ individuell für jede $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ unterschiedliche Werte an, was aufgrund Gleichung (2.69) zu unterschiedlichen Breiten der Zustände bei gegebenem Kopplungsparameter α^{ex} führt. Bild (3.1.a) zeigt, daß sich die Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ bis

zum Wert $\alpha^{\text{ex}} = 1$ den Erwartungen entsprechend verhalten.

In Figur (3.1.b) wird die Propagation der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ bis zum Maximalwert $\alpha_{\text{max}}^{\text{ex}} = 3$ verfolgt. Entsprechend den Erwartungen wachsen sind auch die Imaginärteile der \mathcal{E}_R zunächst an (Man beachte die veränderte Skala der Ordinate in Bild (3.1.b)). Für zwei Eigenwerte liegen die Werte von $\tilde{\Gamma}_R$ bei $\alpha^{\text{ex}} = 3$ schon weit außerhalb der aufgetragenen Skala. Einige der Eigenwerte zeigen aber ein Umklappen der Bewegungsrichtung. Trotz weiterer Erhöhung der äußeren Wechselwirkungsstärke verringert sich effektiv ihre Ankopplung zu den Zerfallskanälen. Sie bewegen sich in Richtung der reellen Achse und werden wieder langlebiger. Dieses kuriose Verhalten zeigt sich noch ausgeprägter bei weiterer Erhöhung von α^{ex} . Es wurde erstmals 1985 von Kleinwächter/Rotter in [29] beschrieben. In Anlehnung an diese Arbeit möchte ich dieses Phänomen im folgenden als das *Trapping* von Resonanz-Zuständen bezeichnen.

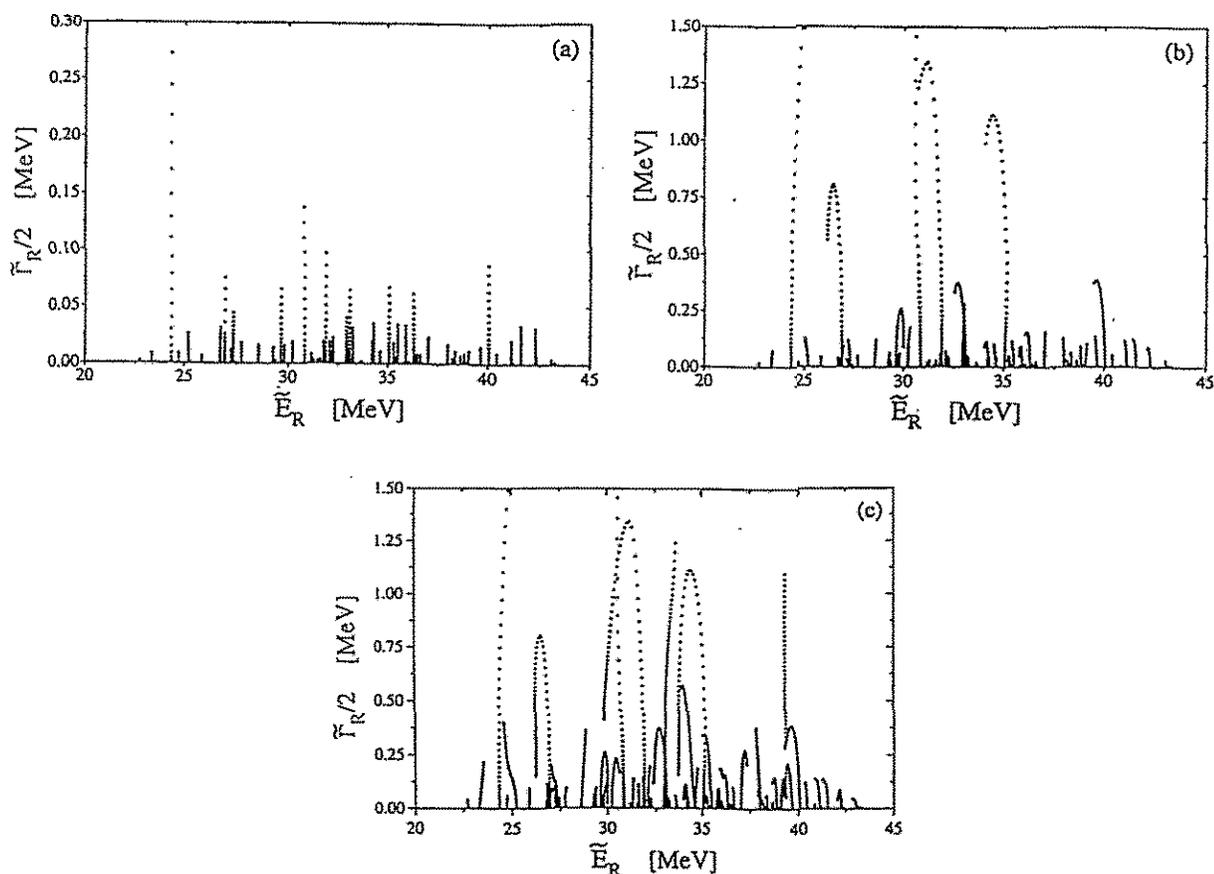


Abbildung 3.1: Propagation der komplexen Eigenwerte des effektiven Hamilton-Operators H_{QQ}^{eff} mit Variation von α^{ex} bis zu verschiedenen Maximalwerten der Kopplungsstärke: (a): $\alpha_{\text{max}}^{\text{ex}} = 1$, (b): $\alpha_{\text{max}}^{\text{ex}} = 3$, (c): $\alpha_{\text{max}}^{\text{ex}} = 6$, $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 34.7$ MeV

Bild (3.1.c) zeigt die Ergebnisse einer Rechnung bis zum Wert $\alpha_{\text{max}}^{\text{ex}} = 6$. Zwar verringert sich die Driftgeschwindigkeit vieler Zustände gegen Ende der Trajektorien, aber sie biegen sich in fast allen Fällen wieder zurück zur reellen Achse. Diese Zustände werden *getrappt*.

Einige Eigenwerte können sich allerdings, z.B. durch ein weiteres Umklappen der Bewegungsrichtung, aus dem Gebiet langer Lebensdauern befreien. Danach bewegen sie sich mit relativ hoher Geschwindigkeit in die komplexe Ebene.

In Figur (3.2) ist das gesamte Szenarium für einen Maximalwert $\alpha_{\max}^{\text{ex}} = 9.98$ in halblogarithmischer Skala aufgezeichnet. Deutlich trennen sich die Trajektorien der beiden breitesten Zustände von dem Ensemble der Kurven getrappter Zustände. Diese beiden Zustände überlappen das gesamte Resonanzgebiet. Sie bestimmen sehr dominant das Zerfallsverhalten des gesamten Systems. Außerdem zeigen sie einen vergleichsweise großen Energieshift. Der nichthermitesche Anteil (2.69) von H_{QQ}^{eff} erzeugt nicht nur einen Imaginärteil, der die Zerfallsbreite der Resonanzen bestimmt, sondern auch einen Realteil, der den Energieshift verursacht. Real- und Imaginärteil von W^{ex} liegen in der gleichen Größenordnung. Man sieht, daß Eigenwerte mit großem Imaginärteil auch einen großen Energieshift erleiden [58, 59].

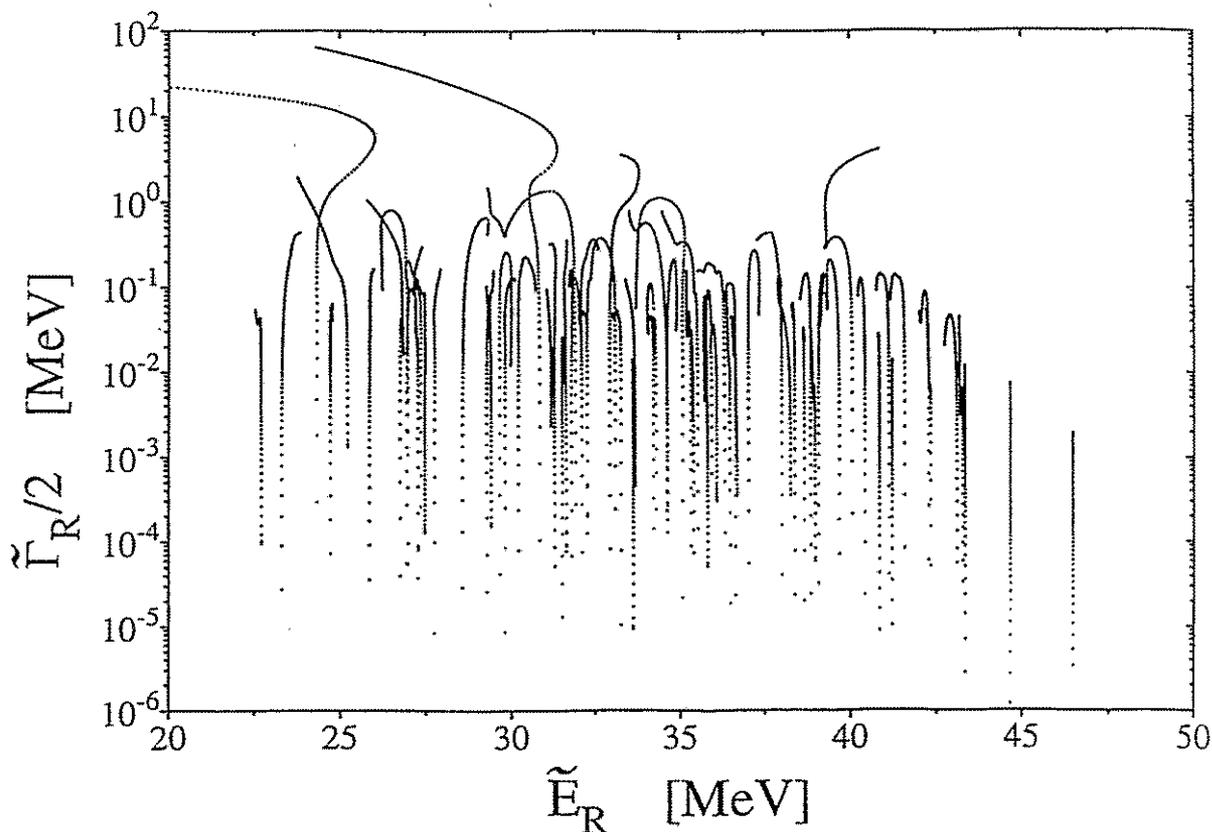


Abbildung 3.2: Bewegung der komplexen Eigenwerte des effektiven Hamilton-Operator H_{QQ}^{eff} mit Variation von $\alpha^{\text{ex}} = 0.05 - 9.98$, $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 34.7$ MeV

Weiterhin ist zu erkennen, daß im nieder- und höherenergetischen Teil des Spektrums jeweils zwei Resonanzen existieren, die diesen Energiebereich mit ihrer Breite überdecken. Jeweils zwei Resonanzen trappen unterliegende Strukturen und bestimmen das Zerfallsverhalten des Systems in diesem Energiegebiet, sie werden jedoch selbst von den beiden Zuständen mit größerer Breite getrappt. Dieses Verhalten führt das System auch auf kleineren Energieskalen fort: Es lassen sich jeweils zwei lokal dominante Zustände finden, die trotz weiterer Erhöhung der Kopplung zu den Zerfallskanälen, die von ihnen überlappen

Zustände zu kleinen Zerfallsbreiten zwingen. Andererseits wird der Imaginärteil ihres Eigenwertes von Zuständen höherer Breitenhierarchie kontrolliert. Das gesamte Spektrum zeigt also im Hinblick auf die Zerfallsbreiten eine hierarchische Struktur [40].

Die Dimension des P -Raums wird durch die Anzahl in der Rechnung berücksichtigten Kanäle bestimmt (Gl (2.26)). Für $K < N$ ist der Rang der Kopplungsmatrix durch $\text{rank}(H_{PQ}) \leq K$ eingeschränkt, wenn ich mit K die Anzahl der Kanäle und mit N die Anzahl der Resonanzen bezeichne. Im Kontinuum-Schalenmodell gilt $\text{rank}(H_{PQ}) = K$ da wegen Gleichung (2.15) die Kanäle orthogonal gewählt sind. Wegen $\text{rank}(H_{PQ}) = \text{rank}(H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}) = K$ ist damit auch der Rang des nichthermiteschen Anteils des effektiven Hamilton-Operator festgelegt. Diese Beziehung gilt, wegen der Überlegungen bezüglich Gleichungen (2.66) und (2.67) unabhängig davon, ob die Systemenergie E_{Sys} ober- oder unterhalb der Zerfallsschwellen E_c liegt. Für den Fall $E_{\text{Sys}} < E_{\text{elast}}^c$ liefert der Term $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ nur reelle, aber von Null verschiedene Eigenwertverschiebungen. Für große α^{ex} wird der nichthermitesche Anteil von H_{QQ}^{eff} wesentlich, H_{QQ} verliert an Bedeutung. Im Grenzübergang $\alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty$ ist der Rang von H_{QQ}^{eff} gleich dem Rang von $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$. Die hier vorgestellte Rechnung wurde für zwei offene Protonenkanäle durchgeführt.

Einen analytischen Beweis dafür, daß die Anzahl der breiten Moden gleich der Anzahl der offenen Zerfallskanäle ist, findet man im Rahmen eines statistischen S -Matrix-Modells in [38]. In [39] wurde gezeigt, daß es bei Erhöhung der Kopplungsstärke zwischen gebundenen Zuständen und Streufunktionen im Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ und $K \rightarrow \infty$ unter der Bedingung, $\frac{K}{N} = \text{const.}$ ebenfalls zu einer Breitenseparation kommt. Das bedeutet, daß Randeffekte bzw. die spezielle Wahl eines Konfigurationsraumes auf das Trapping von Resonanz-Zuständen keinen grundsätzlichen Einfluß ausüben.

Diese im groben skizzierte Überlegung erklärt das Eigenwertverhalten unseres Systems im Bereich großer Kopplungsstärken an die Umgebung der Zerfallskanäle. Die Struktur des abgeschlossenen Systems wird erheblich gestört. Die Zustände erhalten nicht nur eine neue Eigenschaft, eine endliche Lebensdauer, beschrieben durch den Imaginärteil der Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} , sondern es findet auch eine Umverteilung der spektroskopischen Eigenschaften statt. Im Zweikanalfall werden genau zwei Eigenwerte durch den Rang der Kopplungsmatrizen bevorzugt. In diesem Sinne induziert die Umgebung ihre Struktur auf das Spektrum und zwar hierarchisch in immer größeren Energieintervallen. Im Hinblick auf das Zerfallsverhalten kommt es effektiv zu einer Reduktion der Zerfallsmöglichkeiten des Systems. Wegen der hierarchischen Anordnung der komplexen Eigenwerte entstehen verschiedene Zeitskalen von Lebensdauern. Je nach Energieauflösung werden im Experiment sehr kurzlebige Anregungen oder Feinstruktur-Resonanzen untersucht. In einer Modellierung, die dem offenen Charakter des Compoundkernes Rechnung trägt, können die verschiedenen Zeitskalen in einer einheitlichen Beschreibung erfaßt werden.

In meinen numerischen Untersuchungen wurde der Parameter α^{ex} variiert, um die Neuorganisation des Spektrums zu studieren. Dieser "künstlich" eingeführte Stärkeparameter bestimmt die Wechselwirkungsstärke in den Übergangsmatrixelementen von gebundenem Zustand $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ und Kontinuumsfunktion $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ in Gleichung (2.69). Das heißt, durch α^{ex} wird die Stärke der Zweiteilchen-Restwechselwirkung zwischen Zuständen der orthogonalen Teilräume Q und P verändert, bzw. bestimmte Komponenten der Kernkraft selbst. Diese Größe ist im Experiment nicht zu variieren und für einen bestimmten Kern bei einer bestimmten Anregungsenergie eine Konstante. In Systemen in denen die Kontinuums kopp-

lung durch ein äußeres Feld hervorgerufen wird (z.B. Laser), tritt dieses Problem nicht auf [45, 47, 48, 49].

Die Intention, die zur Einführung des Stärkeparameters α^{ex} führte, lag darin, eine quantitative Größe zum Vergleich von innerer Wechselwirkung, die die Konfigurationsmischungen der Schalenmodell-Funktionen hervorruft, und der äußeren Wechselwirkung, die für die Ankopplung an die Kanäle verantwortlich ist, zu definieren. Effektiv wird durch α^{ex} die mittlere Breite der Resonanzen und damit der Überlappungsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$, d.h. das Verhältnis aus mittlerer Breite $\bar{\Gamma}$ zu mittlerem Niveauabstand \bar{D} variiert.

Formal kann $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ auch durch Änderung des mittleren Niveauabstandes \bar{D} der Resonanzen variiert werden. Dabei werden die Werte von V^{Res} in Gl. (2.69) und (2.70) konstant gehalten ($\alpha^{\text{int}} = \alpha^{\text{ex}} = 1$) und die Energien der gebundenen Zustände E_R^{SM} zusammengeschieben. Diese Technik wurde in [29] angewendet. In diesen Arbeiten wurden qualitativ die gleichen Resultate wie bei Variation von α^{ex} erzielt. In beiden Fällen wurde die Separation von K breiten Resonanzen beobachtet ($K = \text{Anzahl der offenen Zerfallskanäle}$), wenn die mittleren Zerfallsbreiten der Zustände $\bar{\Gamma}$ in die Größenordnung ihres mittleren Abstandes \bar{D} angewachsen sind. Das Verringern des mittleren Abstandes der Resonanzen bedeutet effektiv eine Verringerung der inneren Wechselwirkung, denn das Spektrum von H^{SM} wird durch die Stärke der Wechselwirkung V^{Res} bestimmt (siehe auch Kapitel 7: Einfluß der inneren Mischung).

Mit der gleichen Methode untersuchten Friedrich und Wintgen [46] die Interferenz zweier Resonanzen bei einem offenen Zerfallskanal. Im Rahmen eines Modells zur Beschreibung von Atomspektren regulierten sie die Stärke der Interferenz zweier Resonanz-Zustände eines Rydbergatoms, indem sie den relativen Abstand der Zustände veränderten. Die Untersuchung ergab, daß eine der beiden Resonanzen im Regime starker Überlappung einen starken Breitenzuwachs verzeichnet, während die andere Resonanz, obwohl oberhalb der Schwelle liegend, einen reellen Eigenwert aufweist. Dieses Phänomen von gebundenen Zuständen, die im Kontinuum eingebettet sind (BIC \equiv bound state in the continuum), konnten die Autoren auch für Zustände verschiedener Rydbergserien nachweisen. Für doppelt angeregte Zustände des Helium-Atoms führt die Wechselwirkung der Elektronen über die Kontinua ebenfalls zu drastischen Umverteilungen der Zerfallsbreiten [50]. Dieser Effekt wurde experimentell in Barium Atomen beobachtet [63, 64] und kann durch die Spin-Orbit-Wechselwirkung des Rydberg-Elektrons mit dem Atomrumpf erklärt werden. In einem festkörperphysikalischen Kontext wurden kürzlich in [65] ähnliche Ergebnisse erhalten.

Das bedeutet, die Niveaudichte bzw. der Überlappungsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ ist der *entscheidende* Parameter, der für die Umordnung der Eigenwerte verantwortlich ist. In einer analytischen Arbeit [30, 31] wurde gezeigt, daß es im Bereich $\bar{\Gamma}/\bar{D} \approx 1$ die oben beschriebenen Umordnung der Eigenwerte erfolgt. In meinen Rechnungen wird durch die Variation von α^{ex} der Versuch unternommen, *hohe* Niveaudichten mit *großem* $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ in einem Modell zur Beschreibung leichter Kerne zu simulieren, dessen Rechenaufwand die Betrachtung großer Konfigurationsräume schwerer Kerne nicht gestattet.

Diese Technik wurde schon in Arbeiten von Moldauer [6, 7] angewendet, in denen die Polstruktur statistisch gewürfelter Spektren im Rahmen der R-Matrix-Theorie als Funktion des Transmissionskoeffizienten T_c in einen offenen Kanal untersucht wurde. Ziel der Untersuchung war, das Auftreten verschiedener Zeitskalen von experimentell bestimmten

Lebensdauern einheitlich zu erklären. Der Transmissionskoeffizient ist über die Beziehung $T_c = 1 - \exp(-2\pi\bar{\Gamma}/\bar{D})$ mit dem Überlappungsgrad verknüpft. Als Resultat konnte er die Separation von einigen wenigen Polen beobachten, die sich im Wirkungsquerschnitt als breite Strukturen bemerkbar machen.

Für die Überprüfung der experimentellen Relevanz des Trapping-Effektes ist der Übergang von geringer zu hoher Niveaudichte von besonderem Interesse. In einer Arbeit von Temmer et. al. [66] wurden 1978 in Lebensdauermessungen mit Hilfe der Channeling-Methode zwei Zustände in Nickel bei 5.65 und 6.5 MeV mit Zerfallsbreiten von ca. 15 und 10 eV identifiziert. Der energetisch höher liegende Zustand im Bereich höherer Niveaudichte besitzt die kleinere Breite. Den Grund für dieses unerwartete Ergebnis sehen die Autoren in der Interferenz der Resonanzen im Bereich hoher Niveaudichte. Das Experiment gestaltete sich sehr schwierig, da eine direkte Zeitmessung der Lebensdauer von Kernzuständen nicht nur einen hohen experimentellen Aufwand, sondern vor allem eine komplizierte Analyse der Daten erfordert. Es ist das einzige, mir bekannte kernphysikalische Experiment dieser Art. In quantenchemischen Messungen ist der experimentelle Aufwand wesentlich geringer. Auch hier konnten vollkommen getrennte Zeitskalen in den Lebensdauern von Resonanzzuständen gemessen werden [67].

3.2 Die Eigenfunktionen von H_{QQ}^{eff} und deren äußere Mischung

Die Tatsache, daß H_{QQ}^{eff} mittels einer komplex-orthogonalen Transformation diagonalisiert wird (Gl. (2.42), hat für die Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ die Konsequenz, daß $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle \neq 1$ ist. Man kann zeigen, daß dieses Skalarprodukt reell bleibt und $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle \geq 1$ ist. Auch für die Zerfallsbreiten $\tilde{\Gamma}_R$ und letztlich für deren Umordnungsprozeß innerhalb eines kritischen Gebietes der Kopplungsstärke an die äußere Umgebung ist der nichthermitesche Term von H_{QQ}^{eff} verantwortlich. Es liegt also nahe anzunehmen, daß auch die Größe $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle$ Abhängigkeiten vom Parameter α^{ex} zeigt und sich die Umordnungsvorgänge auch in $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle(\alpha^{\text{ex}})$ widerspiegeln.

In Figur (3.3) sind die Zerfallsbreiten in Abhängigkeit von α^{ex} in linearer Skala aufgezeichnet. Die $\tilde{\Gamma}_R$ einiger Resonanzen nehmen größere Werte an, als der gewählte Ordinatenbereich einzuzeichnen erlaubt. Allerdings erkennt man in diesem Wertebereich deutlich die Intervalle von α^{ex} , bei denen sich einige $\tilde{\Gamma}_R$ abseparieren. Die beiden breitesten Zustände aus Bild (3.2) lösen sich im Bereich $\alpha^{\text{ex}} = 2 - 2.5$ von den übrigen, die beiden im höherenergetischen Teil des Spektrums liegenden Zustände bei $\alpha^{\text{ex}} = 4 - 6$ und die zwei dominanten Zustände der niederenergetischen Hälfte gewinnen bei Werten $\alpha^{\text{ex}} = 8 - 9$ ihre relativ zu den unterliegenden Resonanzen großen $\tilde{\Gamma}_R$. Dieses Bild wollen wir nun mit Figur (3.4) vergleichen, in dem die $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle$ aller 70 Resonanzen als Funktion von α^{ex} aufgetragen sind.

Zunächst kann man an Figur (3.4), ablesen, daß die Werte von $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle$, wie erwartet, von 1 verschieden sind. Diese Differenz ist aber nicht drastisch, da im Mittel alle Werte unterhalb von 3 liegen. Jedoch in einigen Intervallen von α^{ex} wird die Differenz erheblich und durch Vergleich mit Figur (3.3) erkennt man, daß diese Gebiete genau mit den

genannten Bereichen übereinstimmen, in denen drastische Umordnungsprozesse das Eigenwertspektrum verändern. An den Stellen, an denen sich einige $\tilde{\Gamma}_R$ absondern und –damit einhergehend– einige Zustände an Zerfallsbreite einbüßen, zeigen einige $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ Maxima. Um nachzuprüfen, ob diese Maxima eher zufällig in diesen kritischen Gebieten liegen oder ob es tatsächlich Korrelationen zwischen den Umordnungsgebieten und den Maxima von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ gibt, habe ich in Figur (3.5.a) und (3.5.b) die Kurven von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ für die beiden breitesten Zustände sowie die vier Resonanzen der zweiten Hierarchiestufe aus Figur (3.4) herausgefiltert.

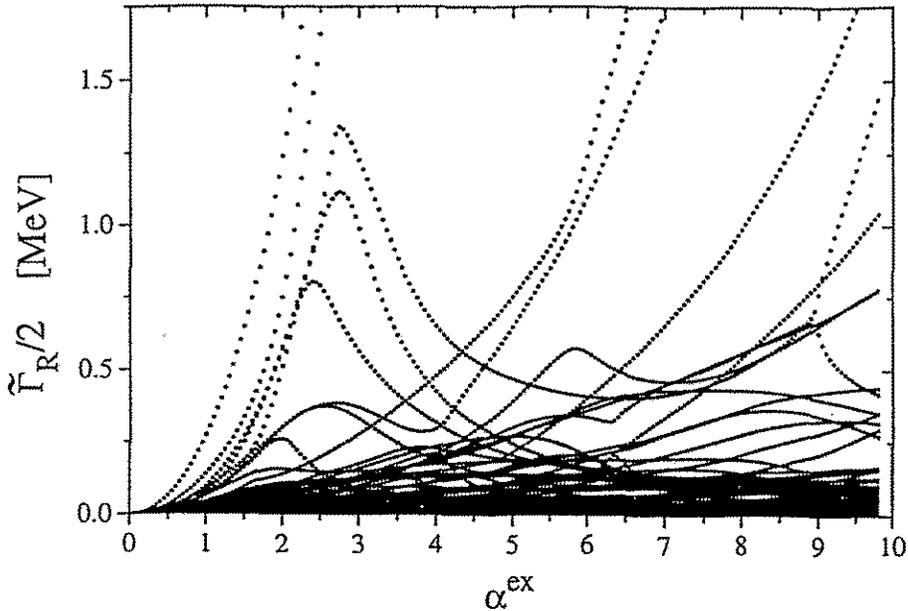


Abbildung 3.3: Die Imaginärteile $\tilde{\Gamma}_R$ der 70 Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ als Funktion von α^{ex} in halblogarithmischer Darstellung. $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 34.7 \text{ MeV}$

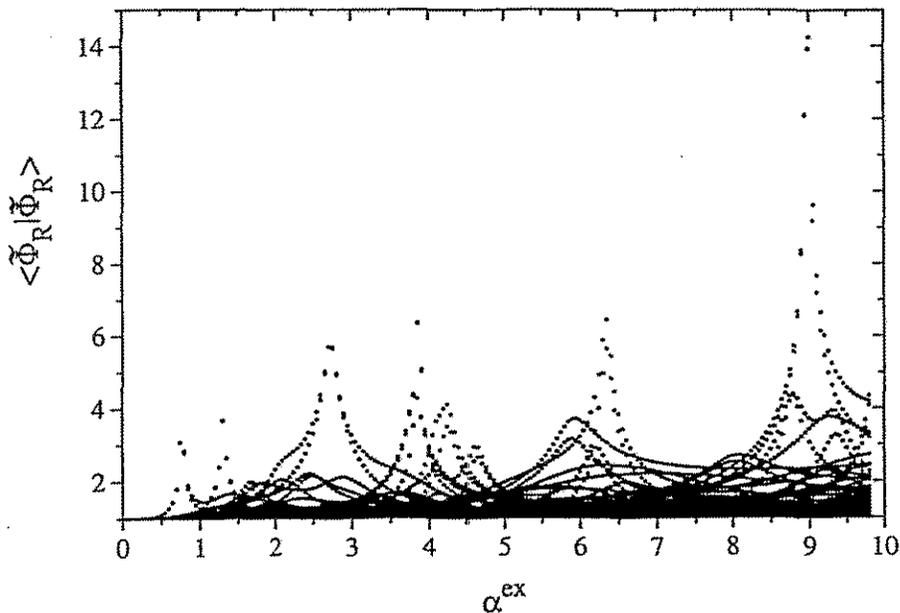


Abbildung 3.4: Die Werte der Skalarprodukte der rechtsseitigen Eigenvektoren $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ aller 70 Zustände als Funktion des Stärkeparameters α^{ex} . $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 34.7 \text{ MeV}$

In Bild (3.5.a) erkennt man ein deutliches Maximum bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 2.5$, also genau innerhalb des kritischen Gebietes von α^{ex} , in dem es zur Separation dieser Zustände kommt. Für größere α^{ex} zeigen die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ einen stetigen Abfall zu 1. Das bedeutet, lediglich in kritischen Gebieten hat die Eigenschaft der Nichtunitarität der Transformation $(b)_{RR'}$ (Gl.(2.42)), die H_{QQ}^{eff} diagonalisiert, wesentlichen Einfluß auf die Wellenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$. Im Bereich von isolierten Resonanzen des nahezu abgeschlossenen Systems bei kleinen α^{ex} und im Gebiet starker Überlappung, nachdem die Umstrukturierung erfolgt ist, verhalten sich die Wellenfunktionen der Resonanz-Zustände nahezu wie die reellwertigen Eigenfunktionen eines abgeschlossenen Systems. Dabei spielt es keine Rolle, daß die beiden breiten Resonanzen nicht nur das gesamte Resonanzgebiet mit ihrer Breite überdecken, sondern sich auch gegenseitig stark überlappen.

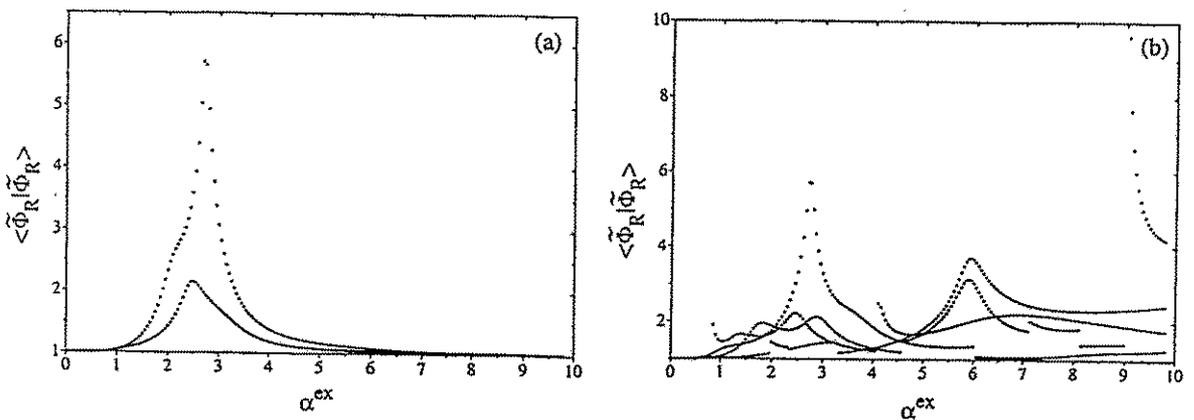


Abbildung 3.5: Die Werte der Skalarprodukte der rechtsseitigen Eigenvektoren $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der beiden kurzlebigen Zustände (a) und der vier breitesten getrappten Resonanzen (b) als Funktion von α^{ex} $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 34.7 \text{ MeV}$

Bild (3.5.b) zeigt den gleichen Sachverhalt für die vier breitesten getrappten Zustände. Da die Propagation der \mathcal{E}_R in der komplexen Ebene mit α^{ex} zum Anstieg und Abfall der Zerfallsbreiten führt, gehören nicht bei jedem Wert von α^{ex} dieselben Resonanzen zu den vier breitesten getrappten Resonanzen. Da in Fig. (3.5.b) die $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ nur nach dem Kriterium der Größe von Γ_R aussortiert wurden, kommt es zu den Sprüngen im Kurvenverlauf. Dennoch zeigt auch dieses Bild deutlich den Zusammenhang zwischen Breitenentwicklung und dem Wert des Skalarproduktes der $|\tilde{\Phi}_R\rangle$. In den kritischen Gebieten sind deutliche Maxima zu verzeichnen. Allerdings nähern sich die Kurven außerhalb der kritischen Gebiete dem Wert 1 nicht so gut wie in Fig. (3.5.a). Da sie durch die Eigenwerte der beiden kurzlebigen Resonanzen in ihrer Breitenentwicklung gehemmt sind, sie selbst also zu den getrappten Zuständen gehören, werden sie daran gehindert, sich ähnlich isolierten Resonanzen zu verhalten. Die Feinstruktur der von ihnen getrappten Zustände scheint dabei keinen wesentlichen Einfluß zu haben (Bild (3.5.a)), aber der Zwang, den höhere Hierarchien ausüben, verringert sich nur unwesentlich. Die Tatsache, daß die Transformation $(b)_{RR'}$ aus Gleichung (2.42) nicht unitär ist, spiegelt sich hier über den gesamten Bereich von α^{ex} wider.

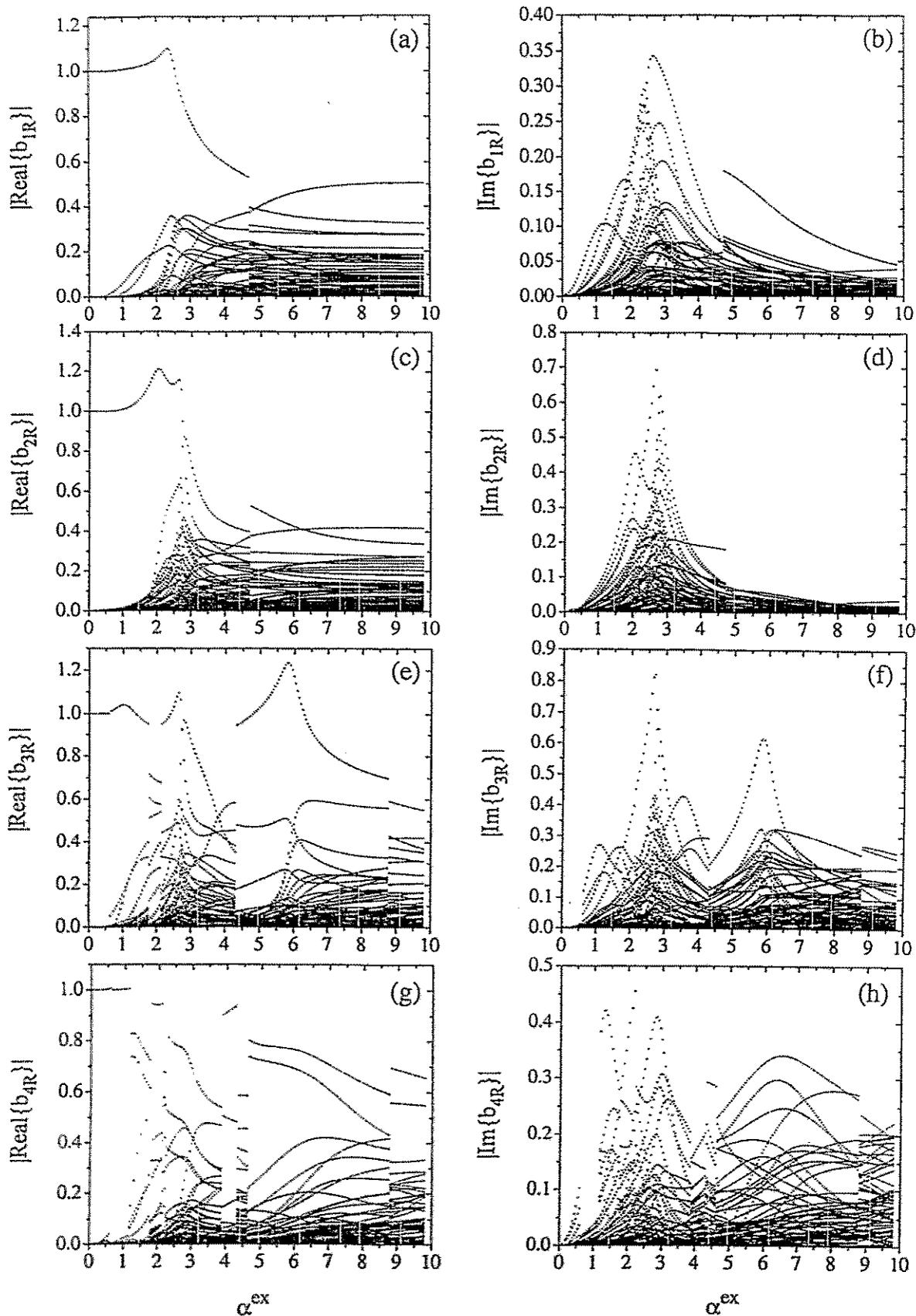


Abbildung 3.6: Die Real- und Imaginärteile der komplexen Entwicklungskoeffizienten $b_{RR'}$ der Eigenfunktionen der beiden kurzlebigen Resonanzen (a) bis (d) und der beiden getrappten Zustände mit der jeweils größten Breite (e) bis (h) als Funktion von α^{ex} . $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 34.7$ MeV

Um den Einfluß der Kontinuumkopplung auf die Eigenfunktionen von H_{QQ}^{eff} direkt zu untersuchen, sind in Abbildung (3.6.a–h) die Beträge der Real- und Imaginärteile der Entwicklungskoeffizienten aus Gl. (2.43) als Funktion von α^{ex} aufgetragen. Es wurden die vier Resonanzen mit der größten Zerfallsbreite ausgewählt, um das Verhalten der beiden breiten Resonanzen mit dem zweier getrappter Zustände vergleichen zu können. Die Kurvenverläufe aller 70 Koeffizienten jeder Resonanz sind jeweils in ein Diagramm eingetragen. Die Bilder der Realteile der kurzlebigen Zustände (Fig. (3.6.a) und c) und der getrappten Resonanzen (Fig. (3.6.e) und g) zeigen in allen Diagrammen qualitativ den gleichen Verlauf. (Das Auftreten von Sprüngen hat die gleiche Ursache wie in Abb. (3.5.b).) Bei kleinen Werten von α^{ex} werden die $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ im wesentlichen von jeweils *einem* Schalenmodell-Zustand $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$, fast ohne Beimischung der anderen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$, dargestellt. (Für $\alpha^{\text{ex}} = 0$ liegen reine Schalenmodell-Eigenzustände vor.) Erst im Bereich des kritischen Gebietes ($\alpha^{\text{ex}} > 2$) erzeugt die externe Kopplung (Gl. (2.69) eine nennenswerte Mischung der $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$. Besonders in den Umordnungsgebieten der Resonanzen treten große Amplituden der $|\text{Real}\{b_{RR'}\}|$ auf. Diese Amplituden werden nach der Breitenseparation etwas kleiner.

Auch die Kurven von $|\text{Im}\{b_{RR'}\}|$ weisen große Amplituden in den Bereichen von α^{ex} auf, in denen die Umordnungsprozesse stattfinden (Abb. (3.6.b, d, f und h). Sehr deutlich sind Maxima der $|\text{Im}\{b_{1R'}\}|$ im Intervall $2 \leq \alpha^{\text{ex}} \leq 4$ zu erkennen. In diesem Bereich nehmen auch die $|\text{Im}\{b_{3R'}\}|$ und $|\text{Im}\{b_{4R'}\}|$ der getrappten Zustände große Werte an. Zusätzlich lassen sich bei ihnen auch kritische Gebiete bei höheren Werten von α^{ex} erkennen. Im Unterschied zu den Realteilen gehen jedoch die Werte von $|\text{Im}\{b_{1R'}\}|$ und $|\text{Im}\{b_{2R'}\}|$ für große α^{ex} stark zurück. Für alle 70 Koeffizienten wird fast der Wert 0 angenommen. Damit ist der Kurvenverlauf von Abb. (3.5.a) zu erklären. Da die Koeffizienten der breiten Resonanzen oberhalb des kritischen Gebietes fast reell sind, gilt für sie nicht nur Gl. (2.42), sondern auch das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ ist für $R = 1, 2$ praktisch gleich 1. Im Gegensatz hierzu gehen die Werte von $|\text{Im}\{b_{3R'}\}|$ und $|\text{Im}\{b_{4R'}\}|$ im betrachteten Bereich von α^{ex} nicht wieder auf 0 zurück. Dieses Verhalten ist dadurch bedingt, daß sie auch bei höheren Werten von α^{ex} noch in Konflikt mit anderen Zuständen geraten und ihre Eigenwerte sich erst bei größeren Kopplungsstärken von den restlichen befreien können. Die Trajektorien der zugehörigen Eigenwerte verweisen auf mehrere kritische Gebiete im betrachteten Bereich von α^{ex} , was aus dem wiederholten Wechsel der Bewegungsrichtung der Eigenwerte in der komplexen Ebene zu entnehmen ist. Da, wie im vorhergehenden gezeigt, eine Resonanz im kritischen Gebiet große Amplituden der $|\text{Im}\{b_{RR'}\}|$ aufweist, sind diese Zustände durch die Existenz von kritischen Gebieten bei großen α^{ex} daran gehindert, reellwertige Eigenfunktionen anzunehmen.

Als Schlußbetrachtung dieses Kapitels möchte ich noch auf die durch die Kopplung W_{ij}^{ex} verursachte *externe* Mischung der Resonanz-Zustände $|\tilde{\Phi}_R(\alpha^{\text{ex}})\rangle$ bezüglich der Schalenmodell-Funktionen $|\tilde{\Phi}_R(\alpha^{\text{ex}})\rangle = \sum_{R'} b_{RR'}(\alpha^{\text{ex}}) |\Phi_{R'}^{\text{SM}}\rangle$ zu sprechen kommen. In Analogie zur Definition der Informationsentropie habe ich die Koeffizienten $b_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})$ auf das Betragsquadrat der komplexwertigen Zustände $|\tilde{\Phi}_R(\alpha^{\text{ex}})\rangle$ normiert

$$|P_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})|^2 = \frac{|b_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})|^2}{\sum_{R'} |b_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})|^2} \quad (3.1)$$

und die externe Mischung durch

$$I_R^b(\alpha^{\text{ex}}) \equiv - \sum_{R'=1}^N |P_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})|^2 \cdot \ln |P_{RR'}(\alpha^{\text{ex}})|^2 \quad (3.2)$$

definiert. Diese Definition wurde auch in [68] zur Definition der Informationsentropie im Rahmen eines realistischen Schalenmodells verwendet. Die Funktionen $I_R^b(\alpha^{\text{ex}})$ geben an, wie stark die Funktionen $|\tilde{\Phi}_R(\alpha^{\text{ex}})\rangle$ durch die externe Kopplung in der Basis $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ gemischt werden. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind für alle 70 Resonanzen in Abb. (3.7) zusammengetragen. Die Mischungsfunktionen der beiden kurzlebigen Zustände sind durch größere Symbole gekennzeichnet.

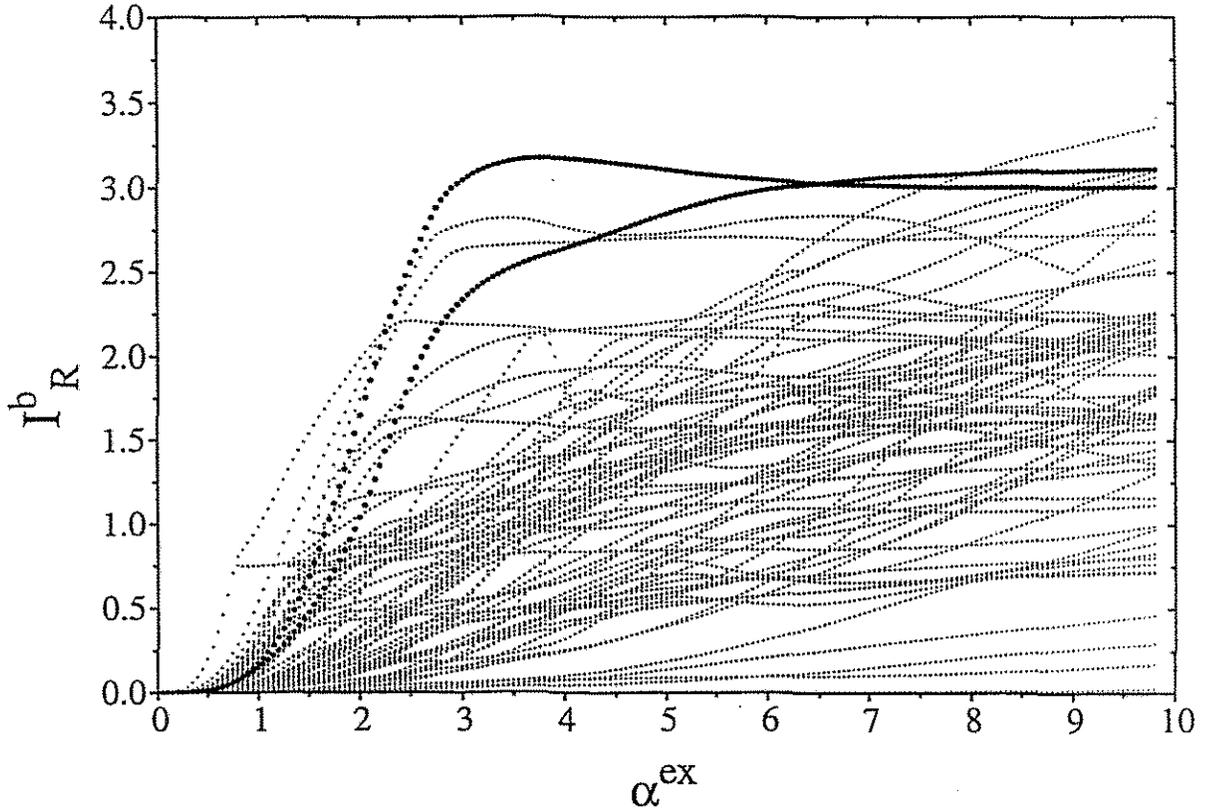


Abbildung 3.7: Der Verlauf der äußeren Mischung I_R^b aller 70 Resonanzen mit wachsender äußerer Kopplungsstärke α^{ex} . Die Werte von I_R^b der beiden breiten Resonanzen sind mit größeren Symbolen gekennzeichnet. $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 34.7$ MeV

Man erkennt ein starkes Anwachsen der äußeren Mischung im Bereich des kritischen Gebietes bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 2$ für die beiden breiten Resonanzen. Allerdings treten die Mischungsfunktionen I_1^b und I_2^b der beiden breiten Resonanzen nicht so deutlich hervor, wie man es im Hinblick auf die drastische Breitenseparation erwarten durfte. Einige weitere Zustände zeigen ebenfalls einen starken Anstieg der äußeren Mischung im betrachteten Bereich von α^{ex} . Ohne Kenntnis der Zerfallsbreiten wären die I_1^b und I_2^b der kurzlebigen Zustände nicht aus Bild Abb. (3.7) herauszulösen.

Zum Schluß sei noch angemerkt, daß der theoretisch maximale Wert einer Gleichverteilung $\ln(70) = 4.25$ nicht erreicht wird, obwohl die beiden breiten Zustände das gesamte Resonanzgebiet überlappen.

3.3 Zusammenfassung

Aus der Berechnung der Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} bis zu einem Wert von $\alpha^{\text{ex}} = 1$, bzw. 3 (Abb. (3.1.a und b) wissen wir, daß es zunächst zu einem starken Anwachsen der Zerfallsbreite mehrerer Zustände kommt, bis sich bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 2.5$ im Falle von zwei offenen Zerfallskanälen zwei Eigenwerte durchsetzen und die restlichen Zustände getrappt werden. Mit wachsender Kopplungsstärke kommt es zu einer hierarchischen Anordnung der Zerfallsbreiten der Resonanz-Zustände. Im Hinblick auf die effektiv verringerten Zerfallsmöglichkeiten des offenen Systems bedeutet das eine drastischen Reduktion der Zahl der effektiven Freiheitsgrade.

Aufgrund der Biorthogonalität der Eigenzustände von H_{QQ}^{eff} zeigt das Skalarprodukt der rechtsseitigen Eigenvektoren große Amplituden im kritischen Gebiet von α^{ex} , in dem es zur Separation breiter Resonanzen kommt. Das resultiert aus großen Amplituden der Imaginärteile der komplexen Entwicklungskoeffizienten $b_{RR'}$ bezüglich der reellen Schalenmodell-Basis in kritischen Breichen von α^{ex} . Fernab kritischer Gebiete verhalten sich die Eigenfunktionen wie die hermitescher Operatoren. Jedoch unterscheidet $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ nicht zwischen Zuständen kleiner und großer Zerfallsbreite.

Da die Wellenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ im wesentlichen mit solchen Schalenmodell-Funktionen mischen, die im Energiebereich ihrer Zerfallsbreite liegen, ist es nicht überraschend, daß im Bereich kleiner α^{ex} alle die Resonanzen ein starkes Anwachsen in der äußeren Mischung zeigen, die einen starken Breitenzuwachs aufweisen. Diese Tatsache wird in Abbildung (3.7) illustriert. Dennoch unterscheiden sich die I_R^b der beiden kurzlebigen Resonanzen nur wenig von denen der getrappten Zuständen. Ohne die zusätzliche Information der Zerfallsbreiten der Zustände wären die I_R^b der breiten Resonanzen nicht aus Abbildung (3.7) herauszulösen. Im Mittel kommt es aber zu einem langsameren Ansteigen der I_R^b der langlebigen Zustände als der getrappten Resonanzen mit Erhöhung von α^{ex} . Das Verhalten der Eigenwerte und der Eigenfunktionen unter dem Einfluß der externen Kopplung an die Umgebung der Zerfallskanäle wird im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells auch in [59, 69] diskutiert.

Kapitel 4

Der Basismechanismus des Trapping

In diesem Kapitel sollen die Ursachen für die im vorangehenden Kapitel beschriebenen Phänomene genauer untersucht werden. Um den ursächlichen Mechanismus präziser zu erfassen, werden die Betrachtungen an einem im Vergleich zum Kontinuum-Schalenmodell eher schematischen S -Matrix-Modell angestellt. Eine detaillierte Beschreibung dieser Modellierung findet man in [25]. Um größtmögliche Klarheit zu erzielen, beziehe ich mich zunächst auf den denkbar einfachsten Fall von zwei Resonanzen und einem offenen Zerfallskanal. Da an späterer Stelle aber auch numerische Ergebnisse für den Vielresonanzfall im Rahmen dieses Modells vorgestellt werden, habe ich schon hier die Formeln für den allgemeinen Fall aufgeschrieben. Für die analytischen Betrachtungen werden sie allerdings auf $N = 2$ und $K = 1$ reduziert. Da diese stark reduzierte Situation nicht alle numerisch beobachteten Effekte offenlegt, erweitere ich die Diskussion von zwei auf vier Resonanzen, um den Umordnungsprozeß in seiner Vielfalt verstehen zu können. Am Ende dieses Kapitels werden die Auswirkungen des Interferenzeffektes auf den totalen Wirkungsquerschnitt diskutiert.

4.1 Modellbeschreibung

Ähnlich dem Kontinuum-Schalenmodell wird auch hier ein Quantensystem betrachtet, das aus N gebundenen Zuständen und K offenen Zerfallskanälen $|\chi^c(E)\rangle$, $c = 1, 2, \dots, K$ besteht, die mittels einer Restwechselwirkung \hat{V} an die gebundenen Zustände $|\Phi_i\rangle$ koppeln können. Unter der Annahme, daß diese Zustände ein orthonormales Basissystem in dem durch sie definierten Hilbertraum bilden, schreibt sich der gesamte Hamilton-Operator als

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j=1}^N |\Phi_i\rangle \hat{H}_{ij}^0 \langle \Phi_j| + \sum_{c=1}^K \int dE |\chi^c(E)\rangle E \langle \chi^c(E)| + \sum_{c=1}^K \sum_{i=1}^N \int dE [|\Phi_i\rangle V_i^c(E) \langle \chi^c(E)| + h.c.]. \quad (4.1)$$

\hat{H}_{ij}^0 bezeichnet hier die Matrixelemente des gebundenen Anteils des Hamilton-Operator. Die Vektoren V^c mit den Komponenten $V_i^c(E) = \langle \Phi_i | \sqrt{\alpha^{\text{ex}}} \hat{V} | \chi^c(E) \rangle$ seien paarweise orthogonal. Das heißt, direkte Prozesse sollen ausgeschlossen werden. Die gemittelten Kopplungsmatrixelemente $v_c^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |V_i^c|^2$ sind somit ein Maß für die Kopplungsstärke zum Kanal c . Analog zu den schon vorgestellten Rechnungen soll diese Kopplungsstärke durch Einführung eines Stärkeparameter α^{ex} variiert werden. Die interne Kopplungsstärke ist in diesem Modell implizit durch die Verteilung der Eigenwerte der Matrix \hat{H}^0 gegeben, die als diagonal angenommen wird. Weiterhin beschränken wir uns auf zeitungkehr-invariante Prozesse. Daher

ist die Wahl von reellen \hat{H}_{ij}^0 und $V_i^c(E)$ erlaubt.

Wenn man die Phase für Potentialstreuung vernachlässigt, erhält die Streumatrix zum Hamilton-Operator \mathcal{H} die folgende Form,

$$S_{cc'}(E) = \delta_{cc'} - 2\pi i \sum_{i,j} V_i^c(E) \left[(E - H^{\text{eff}}(E))^{-1} \right]_{ij} V_j^{c'}(E). \quad (4.2)$$

c und c' bezeichnen die verschiedenen Kanäle und

$$H^{\text{eff}} = \hat{H}^0 + F(E) \quad (4.3)$$

ist der im Raum der gebundenen Zustände effektiv wirkende Operator. Analog zu der Formulierung im Kontinuum-Schalenmodell enthält H^{eff} mittels des zweiten Terms $F(E)$ explizit die Ankopplung an die Zerfallskanäle. Die Matrixelemente des Operators $F(E)$ sind

$$F_{ij}(E) = \sum_{c=1}^K \int_{E_c}^{\infty} dE' \frac{V_i^c(E') V_j^c(E')}{E^{(+)} - E'} \quad (4.4)$$

mit $E^{(+)} = E + i\eta$ für $\eta \rightarrow 0^+$. Beschränken wir uns bei der Analyse dieses Systems auf endliche Energieintervalle die fernab von Zerfallsschwellen liegen, so können die Vektoren V^c in erster Näherung als energieunabhängig angenommen werden. In diesem Fall ist F_{ij} rein imaginär.

$$F_{ij} = -i\pi \sum_{c=1}^K V_i^c V_j^c. \quad (4.5)$$

Das heißt, der gesamte Hamilton-Operator vereinfacht sich zu:

$$H^{\text{eff}} = \hat{H}^0 - i\pi \cdot \hat{V} \hat{V}^+ . \quad (4.6)$$

Es sei hier angemerkt, daß die Realteil \tilde{E}_R und Imaginärteil $\tilde{\Gamma}_R$ der komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R von H^{eff} nicht dimensionsbehaftet sind. \tilde{E}_R ist lediglich Eigenwert einer komplexen Matrix gleicher Struktur wie H_{QQ}^{eff} des Kontinuum-Schalenmodells. In Analogie zum vorherigen Kapitel werde ich deshalb \tilde{E}_R und $\tilde{\Gamma}_R$ als die spektroskopischen Werte der Resonanzzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ auffassen.

Die Pole der S -Matrix –und damit die Lage und Zerfallsbreite der Resonanz-Zustände– werden in dieser Modellierung durch energieunabhängige Eigenwerte eines komplexen Operators gegeben. Insgesamt ist die Formulierung des offenen Quantensystems im Rahmen des S -Matrix-Modells von einfacherer Struktur als der eher komplizierte Aufbau des Kontinuum-Schalenmodells. Dadurch ist ein flexibler Einsatz ähnlicher Modelle in verschiedenen Bereichen der Physik möglich.

So wird zum Beispiel im Gebiet der Quantenchemie von [47, 48] im Rahmen eines statistischen Modells das gleichzeitige Herausbilden zweier Zeitskalen in den Lebensdauern der Zustände beobachtet. Die Kopplung an die Umgebung der Zerfallskanäle wird hier durch ein

starkes externes Feld (Laser) gegeben, das die Interferenz von Resonanzen steuert. Die Autoren ziehen diese Ergebnisse zur Interpretation von strahlungsschwachen 2-Photonenzerfällen fast entarteter Niveaus in hochsymmetrischen, vielatomigen Molekülen heran.

Rotations- und Vibrationszustände des NO_2 -Moleküls wurden von [70] untersucht. Spektren im optischen Bereich ergaben signifikante Unterschiede in der Linienform, Position und Breite der Resonanzstrukturen. Auch diese Beobachtung wird auf Interferenzeffekte kohärenter, stark überlappender Zustände zurückgeführt. In einem weiteren Beispiel aus der Molekülphysik untersucht [49] –im Rahmen eines S -Matrix-Modells– Resonanzphänomene als Funktion der Niveaudichte der interferierenden Zustände, der Kopplungsstärke an die Zerfallskanäle, und deren Anzahl. Es wird ebenfalls die Separation einiger weniger Pole der Streumatrix beobachtet.

4.2 Symmetrien und Eigenwerte

Der grundlegende Mechanismus, der Resonanz-Zustände dazu veranlaßt, trotz Erhöhung der Kopplungsstärke an die Zerfallskanäle an Lebensdauer zu gewinnen, soll im folgenden näher untersucht werden. Aus diesem Grunde beschränke ich mich auf den niederdimensionalen Fall zweier Resonanzen und eines offenen Zerfallskanals [71].

Zunächst möchte ich die Propagation der beiden Eigenwerte unter wachsender äußerer Kopplung, gleichbedeutend mit der Variation von α^{ex} , betrachten. Um den Einfluß der Symmetrie des Hamilton-Operator untersuchen zu können, führe ich einen weiteren Parameter φ ein, der die Ankopplung der beiden Zustände zum Zerfallskanal, das heißt die Symmetrie von V^c kontrolliert. Die Eigenwerte von \hat{H}^0 habe ich ohne Beschränkung der Allgemeinheit als ± 1 angenommen. Mit der Normierung des Vektors V^c auf $V^c = \sqrt{\frac{2\alpha^{\text{ex}}}{\pi}} \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$ ergibt sich die Struktur der Hamiltonmatrix als:

$$H^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - 2i\alpha^{\text{ex}} \begin{pmatrix} \cos^2(\varphi) & \cos(\varphi)\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi)\sin(\varphi) & \sin^2(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Je nach der Festlegung von φ koppelt einer der beiden Zustände stärker an die Umgebung. Beim Wert $\varphi = \pi/4$ liegt der symmetrische Fall gleicher Kopplungsstärken vor. Die Eigenwerte dieser Matrix sind:

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\pm} = -i\alpha^{\text{ex}} \pm \sqrt{1 - 2i\alpha^{\text{ex}} \cdot \cos(2\varphi) - (\alpha^{\text{ex}})^2}. \quad (4.8)$$

Abb. (4.1.a und b) illustriert die Propagation der Eigenwerte mit wachsender Kopplungsstärke für zwei verschiedene Winkel φ . In Bild Abb. (4.1.a) ist $\varphi = \pi/4$, also die vollkommen symmetrische Situation wiedergegeben, wo beide Zustände mit gleicher Stärke an den Kanal koppeln. In Abb. (4.1.b) ist die Symmetrie gestört. In beiden Fällen zeigen die Eigenwerte qualitativ das gleiche Verhalten, das sich in drei Phasen bezüglich der Kopplungsstärke einteilen läßt.

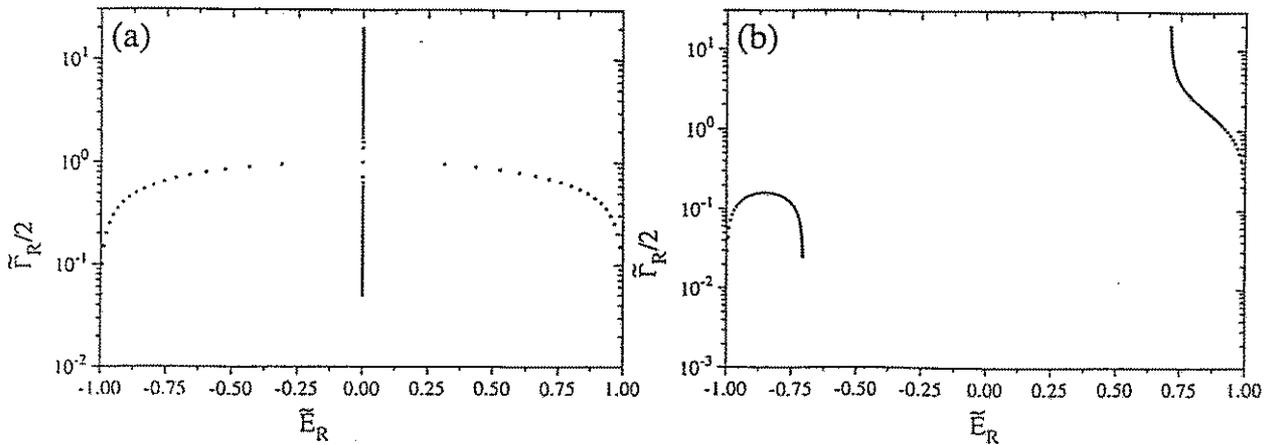


Abbildung 4.1: Bewegung der Eigenwerte von H^{eff} in der komplexen Ebene im Falle von zwei Zuständen und einem offenen Zerfallskanal $N_R = 2, N_c = 1$. (a) paritätische Ankopplung der beiden Zustände ($\varphi = \pi/4$) (b) ungleiche Ankopplung ($\varphi \neq \pi/4$)

Phase *eins* ist dadurch charakterisiert, daß sich die Differenz $|\text{Real}\{\tilde{\mathcal{E}}_-\} - \text{Real}\{\tilde{\mathcal{E}}_+\}|$ verringert und beide Imaginärteile $|\text{Im}\{\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}\}|$ mit α^{ex} anwachsen. Die Kopplungsstärken liegen im Intervall $0 \leq \alpha^{\text{ex}} \leq \alpha^{\text{ex, crit}}$. Beide Zustände gewinnen an Breite. Sie bewegen sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit, die von der Kopplungsstärke des betreffenden Zustandes zum Kanal abhängt, in die komplexe Ebene hinein. Bei diesen Rechnungen erfolgte die Variation von α^{ex} in konstanten Schritten, so daß der Abstand der Punkte ein Maß für die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte in der komplexen Ebene ist. Im symmetrischen Fall ($\varphi = \pi/4$) ist sie bei beiden Eigenwerten gleich; für $\varphi \neq \pi/4$ ist einer der beiden Zustände bevorzugt. In dieser Phase bewirkt die externe Kopplung eine Anziehung der beiden Eigenwerte, das heißt der Abstand der beiden Zustände auf der Energie-Achse verringert sich mit wachsendem α^{ex} . Die Attraktion der Realteile setzt sofort nach Einschalten der externen Kopplung ein und wächst mit dem Breitenwachstum an. Je stärker die Zustände miteinander interferieren, desto drastischer ist der Effekt zu erkennen. Nimmt man den Überlapp zweier Zustände als Kriterium für die Stärke, so kann man einen *kritischen Radius* durch die Zerfallsbreite $\tilde{\Gamma}_R$ eines Zustandes definieren.

$$r_E \equiv \tilde{\Gamma}_R \quad (4.9)$$

Bewegen sich zwei Eigenwerte innerhalb dieses Radius zueinander, so bewirkt die *Interferenz* der Resonanzen eine *deutliche* Anziehung der Realteile von $\tilde{\mathcal{E}}$ für Kopplungsstärken α^{ex} unterhalb des kritischen Punktes.

Phase *zwei* ist die Situation am kritischen Punkt, der durch die Bedingung

$$\frac{d}{d\alpha^{\text{ex}}} |\tilde{\mathcal{E}}_- - \tilde{\mathcal{E}}_+|(\alpha^{\text{ex}}) = 0 \quad (4.10)$$

definiert ist. Damit ist die Definition des kritischen Punktes mit einer *lokalen* Eigenschaft der Bewegung *benachbarter* Eigenwerte in der komplexen Ebene verknüpft. Zur *Nachbarschaft* eines Eigenwertes $\tilde{\mathcal{E}}_R$ gehören alle die Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_{R'}$, die sich innerhalb seines kritischen Radius befinden. Die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte nimmt innerhalb des kritischen

Radius zu. Am kritischen Punkt befinden sich die Eigenwerte in einem minimalen Abstand in der komplexen Ebene zueinander. Im Fall der symmetrischen Ankopplung ist der minimale Abstand gleich Null, $|\tilde{\mathcal{E}}_- - \tilde{\mathcal{E}}_+|(\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}) = 0$. Sowohl die Real- als auch die Imaginärteile sind paarweise gleich. Im asymmetrischen Fall bleibt ein endlicher Abstand. Es tritt keine Entartung ein. Die Eigenwerte unterscheiden sich im Real- und im Imaginärteil.

In Phase *drei* befinden sich die beiden Resonanzen bei Kopplungsstärken $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}} < \alpha^{\text{ex}} < \infty$. Die beiden Eigenwerte beginnen sich auf der imaginären Achse abzustoßen, und zwar auf Kosten des Imaginärteiles eines der beiden Eigenwerte. Die Attraktion der Realteile wird langsam abgeschwächt; im symmetrischen Fall bleiben die Eigenwerte im Realteil entartet. Dadurch kommt es zu einem Umklappen der Bewegungsrichtung eines der beiden Eigenwerte, währenddessen die andere Resonanz einen starken Breitenzuwachs erfährt. Trotz weiteren Anwachsens der Kopplungsstärke an den Kontinuumzustand koppelt einer der beiden Eigenwerte *effektiv* ab. Er bewegt sich in Richtung der reellen Achse, währenddessen der Imaginärteil des anderen Eigenwertes wächst.

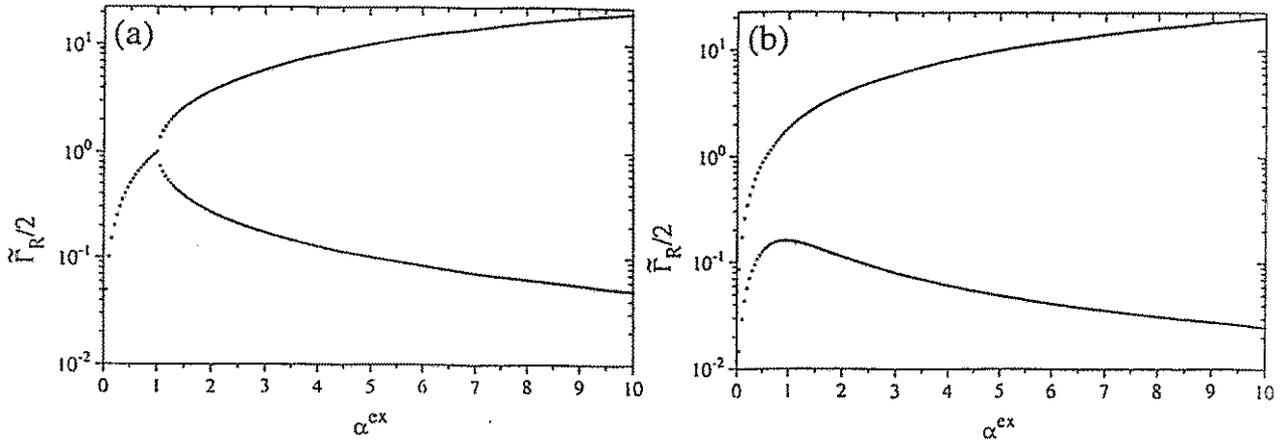


Abbildung 4.2: Entwicklung der Imaginärteile von $\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}$ mit α^{ex} für das Zwei-Niveausystem $N_R = 2, N_c = 1$ im Fall (a) symmetrischer Ankopplung ($\varphi = \pi/4$), (b) asymmetrischer Ankopplung ($\varphi \neq \pi/4$)

Ein weiterer Unterschied zwischen der symmetrischen und asymmetrischen Situation läßt sich anhand Abb. (4.2.a und b) erkennen. Hier sind die Imaginärteile von $\text{Im}\{\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}\}$ als Funktion von α^{ex} aufgetragen. Bei symmetrischer Ankopplung wachsen die Zerfallsbreiten beider Zustände zunächst gleichermaßen an, bis es am kritischen Punkt zu einer scharfen Trennung der Breiten kommt. Im Falle asymmetrischer Kopplung liegt der kritische Punkt beim Maximum der Kurve für die getrappte Mode. Es fällt auf, daß der kritische Punkt bei asymmetrischer Kopplung unterhalb der kritischen Kopplungsstärke des symmetrischen Falles liegt. Hier ist der eine Zustand benachteiligt und dadurch in seiner Breitenentwicklung gehemmt. Zum Umklappen seiner Bewegungsrichtung bedarf es nicht so hoher Kopplungsstärken wie im paritätischen Fall.

Die Interferenz der beiden Zustände setzt ein, sobald die äußere Kopplung eingeschaltet wird, also auch schon in dem Bereich von α^{ex} , in dem die Breiten wesentlich kleiner sind als der Abstand der beiden Zustände $\tilde{\Gamma}_R \ll |\text{Real}\{\tilde{\mathcal{E}}_1\} - \text{Real}\{\tilde{\mathcal{E}}_2\}|$. Die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte steigt rapide an, wenn der Abstand der Eigenwerte kleiner als der kritische

Radius ist. Für hohe Kopplungsstärken erfolgt eine Abstoßung in den Imaginärteilen der $\tilde{\mathcal{E}}_R$.

Das soeben beschriebene Verhalten der komplexen Eigenwerte wird umso markanter, je besser die Symmetrie der Ankopplung erfüllt ist. Sowohl die Attraktion der Realteile als auch die Repulsion der Imaginärteile ist am stärksten im Falle gleicher Kopplungsstärke an den Zerfallskanal. Zudem ist die kritische Kopplungsstärke bei asymmetrischer Kopplung niedriger als im symmetrischen Fall ($\alpha_{\text{crit,asym}}^{\text{ex}} < \alpha_{\text{crit,sym}}^{\text{ex}}$). Die Driftgeschwindigkeiten in der Nähe des kritischen Punktes liegen höher als außerhalb dieses Bereiches, und sie sind im symmetrischen Fall größer als bei asymmetrischer Kopplung. Aufgrund dieser Ergebnisse ist der *Trapping-Effekt* als eine spezifische Umkehrung von Anziehung zur Abstoßung zweier Eigenwerte in der komplexen Ebene auffaßbar [36]. Er ist somit ein innerhalb des kritischen Radius, d.h. *lokal*, wirkender Mechanismus, der in einem Energiebereich, der in der Größenordnung der Zerfallsbreiten der kollidierenden Eigenwerte liegt, drastische Auswirkungen auf das Spektrum des Hamilton-Operators hervorruft. Wie stark die beiden Resonanzen miteinander interferieren, wie groß der minimale Abstand ihrer Eigenwerte in der komplexen Ebene ist, wird durch die Struktur der Kopplungsmatrix bestimmt.

4.3 Eigenfunktionen von H^{eff}

Im folgenden möchte ich mich auf den Fall symmetrischer Kopplung beschränken.

$$H^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - i \cdot \alpha^{\text{ex}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

In diesem Fall sind die Eigenwerte des Systems durch

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\pm} = -i \cdot \alpha^{\text{ex}} \pm \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2} \quad (4.12)$$

gegeben. In der Entwicklung der Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ von H^{eff} nach den gebundenen Eigenzuständen $|\hat{\Phi}_R\rangle$ von \hat{H}^0

$$|\tilde{\Phi}_R\rangle = \sum_{R'=1}^N b_{RR'} |\hat{\Phi}_{R'}\rangle. \quad (4.13)$$

sind die Entwicklungskoeffizienten $b_{RR'}$ im allgemeinen komplex, da H^{eff} nichthermitesch ist. Die diagonalisierende Transformation $b_{RR'}$ ist nicht unitär, sondern komplex orthogonal. Aus diesem Grund gilt (siehe Gl: (2.45) und (2.46)):

$$\langle \tilde{\Phi}_R^r | \tilde{\Phi}_R^r \rangle = \langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle \equiv \sum_{k=1}^N b_{kR}^* b_{Rk} \neq \sum_{k=1}^N b_{Rk} b_{Rk} \langle \tilde{\Phi}_R^l | \tilde{\Phi}_R^r \rangle \equiv (|\tilde{\Phi}_R\rangle)^2. \quad (4.14)$$

Im allgemeinen gilt:

$$\langle \tilde{\Phi}_R^l | \tilde{\Phi}_{R'}^r \rangle = \delta_{RR'}. \quad (4.15)$$

Mit dem Ansatz für die Eigenfunktionen von H^{eff}

$$|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle = N_{\pm} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \phi_{\pm} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

und der Normierung $N_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{1+\phi_{\pm}^2}}$ ergeben sich die ϕ_{\pm} zu

$$\phi_{\pm} = \frac{1}{\alpha^{\text{ex}}} \cdot (\pm\sqrt{(\alpha^{\text{ex}})^2 - 1} - i). \quad (4.17)$$

In dieser Normierung ist $(|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle)^2 = 1$. Damit nehmen die Funktionen $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ an den Stellen $\alpha^{\text{ex}} = 0, 1$ und $\alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty$ die folgenden Werte an:

$$\begin{aligned} \alpha^{\text{ex}} = 0: \quad \phi_{\pm} &= \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \Rightarrow \quad \tilde{\Phi}_{+} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \quad \tilde{\Phi}_{-} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty: \quad \phi_{\pm} &\rightarrow \pm 1 \Rightarrow \quad \tilde{\Phi}_{+} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} & \quad \tilde{\Phi}_{-} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ \alpha^{\text{ex}} \rightarrow 1: \quad \phi_{\pm} &\rightarrow -i \Rightarrow \quad \tilde{\Phi}_{+} = \tilde{\Phi}_{-} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix} \cdot \infty \end{aligned} \quad (4.18)$$

Für die symmetrische Kopplung ist im Grenzfall $\alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty$ die Eigenfunktion des Zustandes großer Breite total symmetrisch, die des anderen total antisymmetrisch. Im Grenzfall stehen die beiden Zustände also senkrecht aufeinander. Das heißt für $\alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty$ gilt: $\langle \tilde{\Phi}_{\pm}^l | \tilde{\Phi}_{\pm}^r \rangle = \langle \tilde{\Phi}_{\pm}^r | \tilde{\Phi}_{\pm}^l \rangle = 1$, bzw. $\langle \tilde{\Phi}_{-}^l | \tilde{\Phi}_{+}^r \rangle = \langle \tilde{\Phi}_{+}^r | \tilde{\Phi}_{-}^l \rangle = 0$. Diese eindeutige Zuordnung der Symmetrieeigenschaften zu den Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ ist bei ungleicher Ankopplung $\varphi \neq \pi/4$ nicht mehr möglich. Beide Funktionen haben dann sowohl symmetrische, als auch antisymmetrische Anteile. Die Orthogonalität der Zustände im Grenzfall $\alpha^{\text{ex}} \rightarrow \infty$ bleibt aber gewahrt. Im Bereich $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ wird die Interferenz der Resonanzen immer mehr abgeschwächt, da beide Zustände senkrecht zueinander ausgerichtet werden.

Die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ sind reell und größer oder gleich 1. Die Differenz $(\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle - 1)$ wird durch den Imaginärteil der Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ hervorgerufen (siehe Abb. (3.6)). In diesem Sinne ist sie ein Maß für die Offenheit des Systems. Für kleine α^{ex} liegt ein nahezu abgeschlossenes System vor $(\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle \approx (|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle)^2 = 1)$. Mit wachsendem α^{ex} erhöhen sich auch die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle (\alpha^{\text{ex}})$. Für den kritischen Wert $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}} = 1$ erreicht diese Funktion ihr Maximum. Bei symmetrisch gewählter Ankopplung V liegen beide Eigenwerte an der gleichen Stelle in der komplexen Ebene. Für diesen Fall divergiert das Skalarprodukt,

$$\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle \Big|_{\alpha^{\text{ex}} \rightarrow 1} \rightarrow \infty. \quad (4.19)$$

Für große Kopplungsstärken $\alpha^{\text{ex}} > 1$ gehen die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ wieder auf 1 zurück.

In Fig. (4.3) ist der Verlauf der Skalarprodukte der beiden Zustände als Funktion von α^{ex} aufgezeichnet. Die Maximalwerte von $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ hängen nur von der Symmetrie der Ankopplung ab. Sie sind breitenunabhängig. Im Falle der symmetrischen Ankopplung divergiert das Skalarprodukt, während es im Falle der ungleichen Ankopplung nicht zur Divergenz kommt. Aber die $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle (\alpha^{\text{ex}})$ der beiden Zustände nehmen in jedem Fall für alle α^{ex} die gleichen Werte an.

Die Skalarprodukte zeigen also an, ob sich zwei Zustände in einem kritischen Gebiet zueinander befinden. In diesem Bereich steigen die Imaginärteile von $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ drastisch an (siehe auch Abb. (3.6)), was zu einem Anstieg von $\langle\tilde{\Phi}_{\pm}|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle(\alpha^{\text{ex}})$ führt. Anhand der Skalarprodukte kann nicht entschieden werden, welche der beiden Resonanzen oberhalb $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ an Breite gewinnt.

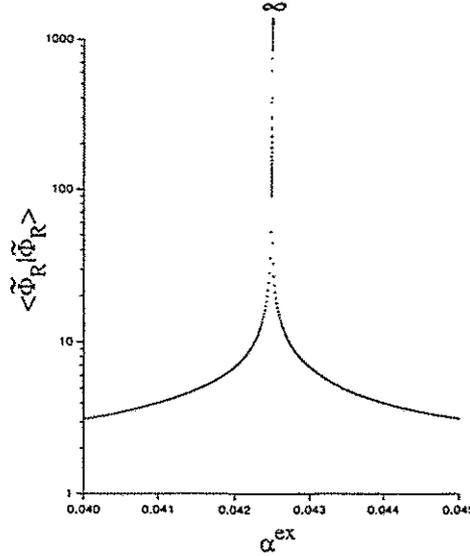


Abbildung 4.3: Das Skalarprodukt $\langle\tilde{\Phi}_R|\tilde{\Phi}_R\rangle$ der rechtsseitigen Eigenvektoren von H^{eff} im Fall der symmetrischen Ankopplung als Funktion von α^{ex} , $N_R = 2, N_c = 1$.

4.4 Die äußere Mischung der $|\tilde{\Phi}_R\rangle$

Der zweite Term $F(E)$ aus Gleichung (4.5) bedingt nicht nur die Nichthermitizität von H^{eff} , sondern er ruft auch die äußere Mischung der gebundenen Zustände (Gl. (4.13)) hervor. Die Mischungsfunktion I_R^b ist analoger Weise definiert wie innerhalb des Kontinuumschalenmodells (Gl. (3.2)). I_R^b schreibt sich für den Fall von zwei Resonanzen als:

$$I_{\pm}^b = -|\tilde{\Phi}_{\pm}^{(1)}|^2 \ln(|\tilde{\Phi}_{\pm}^{(1)}|^2) - |\tilde{\Phi}_{\pm}^{(2)}|^2 \ln(|\tilde{\Phi}_{\pm}^{(2)}|^2) \quad (4.20)$$

mit den Komponenten $\tilde{\Phi}_{\pm}^{(i)}$ der Zustände $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$. Angewendet auf den Fall der symmetrischen Ankopplung der beiden Zustände an den Zerfallskanal, erhält man im Bereich $0 < \alpha^{\text{ex}} \leq 1$ das folgende Ergebnis für die äußere Mischung:

$$\begin{aligned} I_{\pm}^b(\alpha^{\text{ex}}) &= \ln(2) - \frac{(\alpha^{\text{ex}})^2}{1 - \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2}} \ln(\alpha^{\text{ex}}) \\ &+ \left[\frac{(\alpha^{\text{ex}})^2}{1 - \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2}} - 1 \right] \cdot \ln(1 - \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2}). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Im Bereich $\alpha^{\text{ex}} \geq 1$ werden beide Zustände maximal gemischt,

$$I_{\pm}^b = \ln(2). \quad (4.22)$$

Das Ergebnis maximaler Mischung beider Zustände ist lediglich für den symmetrischen Fall zu erwarten. Bei ungleicher Kopplung treten Produkte von symmetrischen und antisymmetrischen Anteilen der Wellenfunktion auf, so daß einige Mischterme wegfallen. Im Spezialfall, daß nur eine der beiden Resonanzen an den offenen Zerfallskanal ankoppelt, ist der Wert der Mischungsfunktionen I_{\pm}^b identisch Null für alle α^{ex} .

Für die oben definierte externe Mischung ist die Normierung der Entwicklungskoeffizienten zwischen gebundenem Zustand und Resonanzzustand (Gl. (4.13)) im Sinne einer Wahrscheinlichkeit (Gl. (3.1)) vorgenommen worden. In Komponentenschreibweise bedingt diese Normierung, daß

$$|\tilde{\Phi}_{\pm}^{(1)}|^2 + |\tilde{\Phi}_{\pm}^{(2)}|^2 = 1 \quad (4.23)$$

erfüllt ist. Die Biorthogonalität der Zustände $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ fordert, daß

$$\tilde{\Phi}_{+}^{(1)}\tilde{\Phi}_{-}^{(1)} + \tilde{\Phi}_{+}^{(2)}\tilde{\Phi}_{-}^{(2)} = 0 \quad (4.24)$$

bzw. für die komplex konjugierten Komponenten

$$\tilde{\Phi}_{+}^{(1)*}\tilde{\Phi}_{-}^{(1)*} + \tilde{\Phi}_{+}^{(2)*}\tilde{\Phi}_{-}^{(2)*} = 0 \quad (4.25)$$

gelten muß. Aus den Beziehungen (4.24) und (4.25) folgt:

$$|\tilde{\Phi}_{+}^{(2)}|^2 = \frac{|\tilde{\Phi}_{+}^{(1)}|^2}{|\tilde{\Phi}_{-}^{(2)}|^2} |\tilde{\Phi}_{-}^{(1)}|^2 = \frac{|\tilde{\Phi}_{+}^{(1)}|^2}{|\tilde{\Phi}_{-}^{(2)}|^2} (1 - |\tilde{\Phi}_{-}^{(2)}|^2). \quad (4.26)$$

Setzt man Gleichung (4.23) für $|\tilde{\Phi}_{+}^{(2)}|^2$ in Gleichung (4.26) ein, so folgt, daß $|\tilde{\Phi}_{-}^{(2)}|^2 = |\tilde{\Phi}_{+}^{(1)}|^2$. Durch analoge Umformungen erhält man, daß $|\tilde{\Phi}_{+}^{(2)}|^2 = |\tilde{\Phi}_{-}^{(1)}|^2$. Mit der Definition der äußeren Mischung ergibt sich folglich, daß $I_{+}^b = I_{-}^b$. Damit gilt allgemein, daß die I_R^b für den Zweiresonanzfall identisch sind, unabhängig von der Art der Kopplung. Der Verlauf der I_{\pm}^b für den Fall der symmetrischen und asymmetrischen Kopplung ist in der Abb. (4.4.a und b) aufgezeichnet.

Dieses Resultat steht in scheinbarem Widerspruch zu dem, das bei der Berechnung der externen Kopplung für 70 Resonanzen im Kontinuum-Schalenmodell erhalten wurde. In der Abb. (3.7) zeigten die Mischungsfunktionen I_R^b Breitenabhängigkeit, während im oben betrachteten Beispiel der Maximalwert von I_{\pm}^b lediglich von der Symmetrie der Ankopplung abhängig ist. Der minimale Abstand der Eigenwerte am kritischen Punkt bestimmt, wie stark die beiden Resonanzen miteinander interferieren, bzw. mischen können.

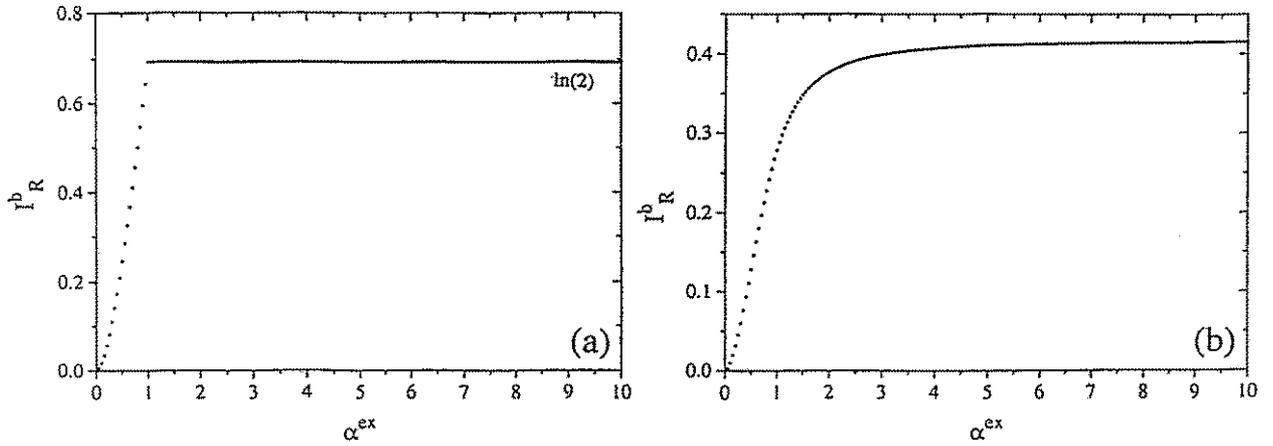


Abbildung 4.4: Der Verlauf der Mischungsfunktion I_R^b des Zwei-Niveausystems $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ mit Variation von α^{ex} , $N_R = 2$, $N_c = 1$: (a) symmetrischer Kopplungsvektor V^c , (b) asymmetrischer Kopplungsvektor V^c .

Der Interferenzmechanismus tritt insbesondere dann auf, wenn die Eigenwerte innerhalb des kritischen Radius zueinander liegen. Da der kritische Radius eines Eigenwertes durch dessen Imaginärteil gegeben ist, können Resonanzen großer Zerfallsbreite im Falle eines größeren Konfigurationsraumes mit einer größeren Anzahl von Zuständen interferieren als langlebige Resonanzen. Daraus folgend sollte der Wert der Mischungsfunktionen I_R^b im Vielresonanzfall Breitenabhängigkeit zeigen. Der Zweiresonanzfall ist also nicht reichhaltig genug, um alle Facetten des Interferenzbildes zu zeigen.

Um dennoch die oben beschriebenen Eigenschaften der Funktionen I_R^b zu erfassen, ohne den allgemeinen Vielresonanz-Vielkanalfall zu betrachten, habe ich numerisch die noch übersichtliche Situation von 4 Resonanzen, die an einen Kanal koppeln, untersucht. Die Komponenten der Kopplungsvektoren sind dabei für alle Resonanzen gleich gewählt: $V = \langle \Phi_i | \sqrt{\alpha^{\text{ex}}} V | \chi_1 \rangle_{i=1, \dots, 4} = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$. In einer ersten Rechnung habe ich eine symmetrische Anordnung der 4 Eigenwerte von \hat{H}^0 gewählt. Die gebundenen Zustände liegen bei den Werten $E^0 = -1, -1/3, +1/3, +1$. Die Bewegung der Eigenwerte \tilde{E}_R , $R = 1, \dots, 4$ und der Verlauf der I_R^b als Funktion von α^{ex} ist in Abb. (4.5.a und b) wiedergegeben.

Alle gebundenen Zustände koppeln zwar mit gleicher Stärke an den Zerfallskanal, dennoch ist die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte \tilde{E}_R unterschiedlich. Die beiden am Rand liegenden Resonanzen $E^0 = \pm 1$ werden zunächst von den innen liegenden Zuständen getrappt. Die in der Mitte liegenden Zustände befinden sich schon bei kleinen Kopplungsstärken in Interferenz mit linken *und* rechten Nachbarn. Aus diesem Grund mischen sie mit einer größeren Anzahl von Resonanz-Zuständen, und die Funktionen I_2^b, I_3^b wachsen stärker mit α^{ex} als die I_1^b, I_4^b . Durch die äußere Mischung mit einer größeren Anzahl von Resonanzen erreichen nicht nur die I_R^b größere Werte bei gegebenem α^{ex} , sondern die Resonanzen 2 und 3 koppeln auch *effektiv* stärker an den Zerfallskanal. Zu der "direkten" Komponente der Ankopplung des ursprünglichen, gebundenen Zustandes kommen noch Interferenzbeiträge benachbarter Resonanzen. Die Funktion $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ erhält also eine zusätzliche Ankopplung über die Resonanzen $|\tilde{\Phi}_{R'}\rangle$, die mit ihr interferieren. Für die getrappten Zustände führen diese Anteile effektiv

zu einer verringerten Kopplungsstärke.

Damit findet auch die erhöhte Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte innerhalb des kritischen Radius eine Erklärung, denn in diesem Bereich von α^{ex} wird die Ankopplung einer Resonanz an den Zerfallskanal im wesentlichen durch die Interferenzbeiträge bestimmt. Breitenwachstum oder Reduktion wird durch positive, bzw. negative Interferenzbeiträge erzeugt. Das heißt, es wird ein stärkeres Breitenwachstum der zentralen Resonanz-Zustände generiert. Die Zustände 2 und 3 mischen also untereinander und jeweils mit den Resonanzen 1 und 4. Die Komponenten der Zustände 1 und 4 setzen sich im wesentlichen lediglich aus Mischungen mit den Zuständen 1 und 2, bzw. 3 und 4 zusammen.

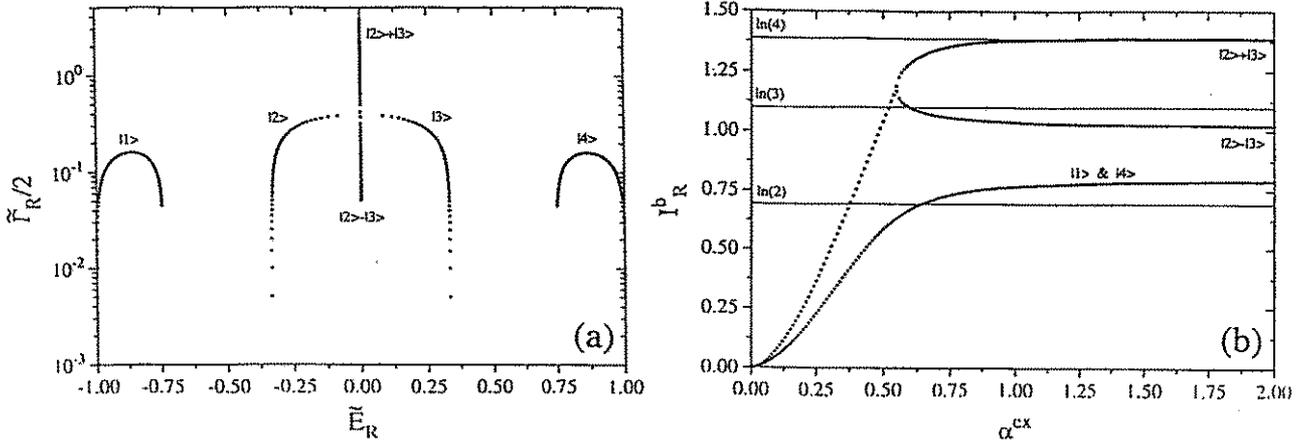


Abbildung 4.5: Propagation der Eigenwerte von H^{eff} in der komplexen Ebene für vier Resonanzen und einen offenen Zerfallskanal. Die Eigenwerte von \tilde{H}^0 sind symmetrisch um 0 gewählt ($N_R = 4, N_c = 1$) (a). Die Werte der Mischungsfunktion I_R^b als Funktion von α^{ex} (b).

Bezüglich der Asymmetrie der relativen Lage der gebundenen Zustände kommt es aus genannten Gründen zu einer effektiv asymmetrischen Ankopplung der Resonanz-Zustände. Der minimale Abstand bei der Kollision der Eigenwerte 1, 2 und 3, 4 ist ungleich Null. Oberhalb dieses kritischen Punktes bewirkt die äußere Kopplung eine Drehung der Zustände, so daß $|\tilde{\Phi}_{1,4}\rangle$ mehr und mehr orthogonal zu $|\tilde{\Phi}_{2,3}\rangle$ ausgerichtet wird. (Hier ist wieder *orthogonal* im Sinne von $\langle \tilde{\Phi}_R^r | \tilde{\Phi}_{R'}^r \rangle = \delta_{RR'}$ gemeint und nicht die *biorthogonale* Eigenschaft des Eigenfunktionensystems eines nichthermiteschen Operators.)

In diesem Sinne ähnelt die Situation oberhalb der Separation der Zustände $|\tilde{\Phi}_{2,3}\rangle$ einem Zweiresonanzfall symmetrischer Ankopplung. Der minimale Abstand bei der Eigenwertkollision ist gleich Null. Auch die beiden Zustände $|\tilde{\Phi}_{2,3}\rangle$ werden mit wachsender Kopplung orthogonal zueinander gedreht. Die beiden resultierenden Resonanzen ergeben sich asymptotisch für sehr große α^{ex} aus einer total symmetrischen, bzw. antisymmetrischen Mischung der Zustände 2 und 3. Das heißt, mit wachsender Kopplung werden für den getrappten Zustand immer größere antisymmetrische Komponenten in der Wellenfunktion herausgebildet. Dabei zeigt der Verlauf der Mischungsfunktionen I_R^b eine deutliche Aufspaltung für die beiden Resonanzen. Die I_R^b der breiten Mode nimmt deutlich höhere Werte an als die I_R^b der getrappten Resonanz. Hier kommt es für $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ zu einer Reduktion der äußeren Mischung. Durch die Produktbildung von total symmetrischen mit antisymmetrischen Komponenten von $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ fallen einige Terme aus der Summe (3.2) heraus, weshalb I_R^b eine

abfallende Tendenz mit α^{ex} aufweist.

In Abb. (4.6.a und b) sind die gleichen Größen für einen asymmetrischen Fall in Abhängigkeit von α^{ex} aufgezeichnet. In dieser Rechnung wurde der gleiche Kopplungsvektor V_R^1 wie zuvor verwendet und nur die Energie eines gebundenen Zustandes verschoben. Die Eigenwerte von \hat{H}^0 liegen jetzt bei $E^0 = -1, -0.8, +1/3, +1$.

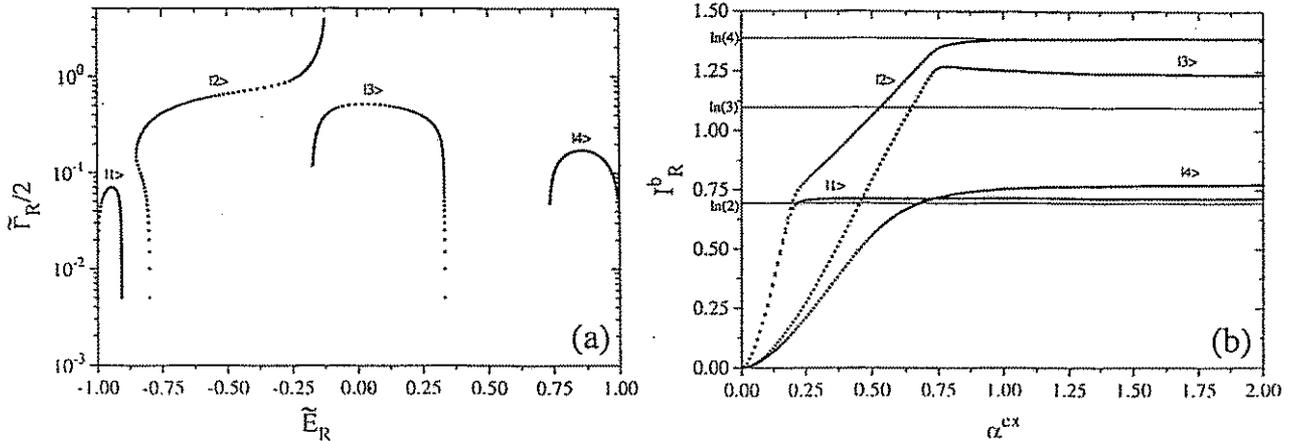


Abbildung 4.6: Propagation der Eigenwerte von H^{eff} in der komplexen Ebene für vier Resonanzen und einen offenen Zerfallskanal. Die Eigenwerte von \hat{H}^0 sind asymmetrisch um 0 gewählt ($N_R = 4, N_c = 1$) (a). Die Werte der Mischungsfunktion I_R^b als Funktion von α^{ex} (b).

Aufgrund des geringen energetischen Abstandes der Zustände 1 und 2 kommt es schon bei relativ kleinen Werten von α^{ex} zur Separation des Eigenwertes der Resonanz $|\tilde{\Phi}_2\rangle$. Die Mischungsfunktionen I_1^b und I_2^b sind für kleine α^{ex} fast identisch. Dann zeigt I_1^b ein scharfes Abknicken und bleibt nach Überschreiten des kritischen Wertes nahezu konstant. I_2^b wächst dagegen weiterhin an, da $|\tilde{\Phi}_2\rangle$ mit der durch die Mischung hinzugewonnenen Kopplungsstärke auch an Breite gewinnt. Auch die beiden kritischen Punkte bei höheren Werten von α^{ex} (Resonanz 3 und 4, bzw. Resonanz 2 und 3) spiegeln sich im Verlauf der I_R^b wider. Die jeweils angenommenen Sättigungswerte korrespondieren mit den Zerfallsbreiten. Die kurzlebige Resonanz gewinnt auch den höchsten Grad der externen Mischung und koppelt effektiv am stärksten zum Zerfallskanal. Der Zustand mit der kleinsten Breite erhält den kleinsten Mischungswert.

Die starke effektive Kopplung der breiten Resonanz wird durch die Drehung der Zustände im Hilbertraum hervorgerufen. Dabei sollte der kurzlebige Zustand in Richtung des Zerfallskanals ausgerichtet werden, um möglichst große Werte des Übergangsmatrixelementes $\langle \Phi_i | \sqrt{\alpha^{\text{ex}}} \hat{V} | \chi_E^c \rangle$ zu erzeugen. Das heißt die Struktur der Wellenfunktion der kurzlebigen Resonanz hängt von der Struktur des Kopplungsvektors V^c ab. Um diese Überlegung zu überprüfen habe ich für den Fall der asymmetrischen Lage der gebundenen Zustände im 4-Resonanzfall ($E^0 = -1, -0.8, +1/3, +1$) zwei Rechnungen mit unterschiedlicher Symmetrie des Kopplungsvektors durchgeführt. Im ersten Fall ist V^c wie in den Beispielen zuvor vollkommen symmetrisch ($V^c = (+0.5, +0.5, +0.5, +0.5)$) im zweiten Beispiel vollkommen antisymmetrisch gewählt ($V^c = +0.5, -0.5, +0.5, -0.5$). Für die beiden unterschiedlichen Kopplungsmatrizen habe ich dann die Entwicklungskoeffizienten $b_{RR'}$ jeder Resonanz (Gl. 4.13)), normiert auf die Anzahl der Resonanzen, aufaddiert. Den Betrag dieser Summe habe

ich in Abhängigkeit vom Kopplungsparameter α^{ex} untersucht. Das Ergebniss der Rechnung illustriert Abbildung (4.7).

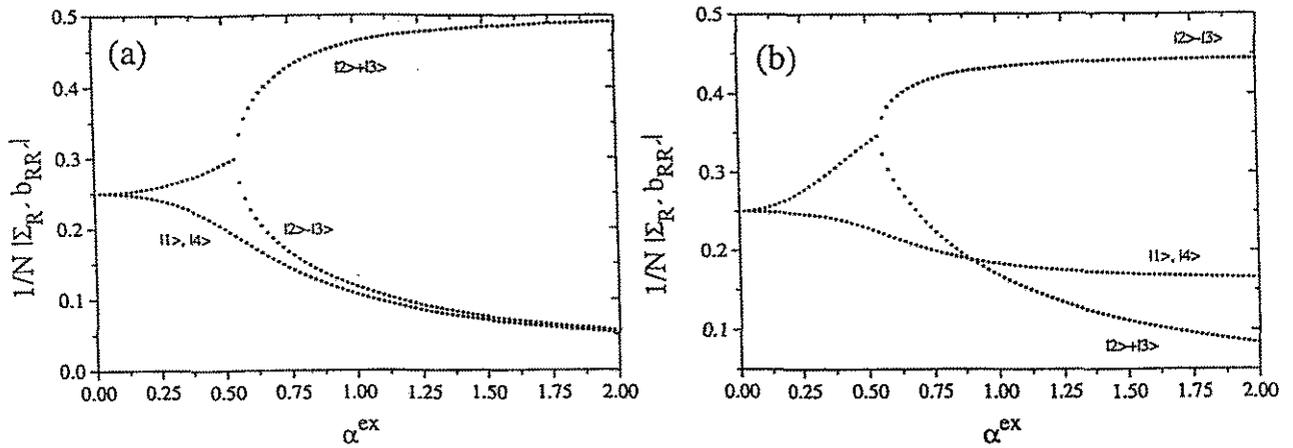


Abbildung 4.7: Die Summe der Entwicklungskoeffizienten $b_{RR'}$ normiert durch die Anzahl der Resonanzen, in Abhängigkeit von α^{ex} für: (a) einen vollkommen symmetrischen und (b) einen vollkommen asymmetrischen Kopplungsvektor V^c . ($N_R = 4, N_c = 1$).

4.5 Betrachtungen zur S-Matrix

Die S-Matrix des Systems mit zwei Resonanzen hat folgende Struktur:

$$S(E, \alpha^{\text{ex}}) = 1 - i \cdot \sum_{\pm} \frac{\tilde{V}_{\pm}^2}{E - \tilde{\mathcal{E}}_{\pm}}. \quad (4.27)$$

Dabei sind \tilde{V}_{\pm} die Übergangsmatrixelemente zwischen Resonanzzustand $|\tilde{\Phi}_{\pm}\rangle$ und Zerfallskanal $|\chi^c\rangle$. Unter Verwendung der Partialbreiten

$$\Gamma_{\pm}^c = \frac{1}{2\pi} |\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | V | \chi^c \rangle|^2 \quad (4.28)$$

und deren Beziehung zu den totalen Zerfallsbreiten $\sum_{c=1}^K \Gamma_{\pm}^c = \langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle \Gamma_{\pm}$ nimmt die S-Matrix die folgende Form an,

$$S(E, \alpha^{\text{ex}}) = 1 - i \cdot \sum_{\pm} \frac{\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle \Gamma_{\pm}}{E - \tilde{\mathcal{E}}_{\pm}}. \quad (4.29)$$

Wie oben gezeigt, divergiert $\langle \tilde{\Phi}_{\pm} | \tilde{\Phi}_{\pm} \rangle$ im symmetrischen Fall am kritischen Punkt bei $\alpha^{\text{ex}} = \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$. Zusätzlich kommt es zu einer Entartung bezüglich des Realteils von $\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}$ für $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$. Damit erhebt sich die Frage, ob in diesem Falle die Unitarität der S-Matrix gewahrt bleibt.

Zur Berechnung der S -Matrix am kritischen Punkt benutze ich die Ausdrücke für den Wechselwirkungsterm $\tilde{V}_{\pm} = \sum_{i=1}^2 V_i \tilde{\Phi}_i^{\pm}$ mit $V_i = \sqrt{\frac{2\alpha^{\text{ex}}}{\pi}} \cdot (1, 1)$. Eingesetzt in Gleichung (4.29) ergibt sich

$$S(E, \alpha^{\text{ex}}) = 1 - i \cdot \left\{ \frac{2\alpha^{\text{ex}} \cdot \left(\alpha^{\text{ex}} + \sqrt{(\alpha^{\text{ex}})^2 - 1 - i} \right)^2}{\left[(\alpha^{\text{ex}})^2 + \left(\sqrt{(\alpha^{\text{ex}})^2 - 1 - i} \right)^2 \right] \cdot \left[E + i\alpha^{\text{ex}} + \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2} \right]} + \frac{2\alpha^{\text{ex}} \cdot \left(\alpha^{\text{ex}} - \sqrt{(\alpha^{\text{ex}})^2 - 1 - i} \right)^2}{\left[(\alpha^{\text{ex}})^2 + \left(\sqrt{(\alpha^{\text{ex}})^2 - 1 + i} \right)^2 \right] \cdot \left[E + i\alpha^{\text{ex}} - \sqrt{1 - (\alpha^{\text{ex}})^2} \right]} \right\}. \quad (4.30)$$

Nach einigen Umformungen erhält man folgenden einfachen Ausdruck für die S -Matrix:

$$S(E, \alpha^{\text{ex}}) = \frac{1 - E^2 + 2iE\alpha^{\text{ex}}}{1 - E^2 - 2iE\alpha^{\text{ex}}}. \quad (4.31)$$

Diese Funktion ist unitär für alle reellen Energien E und alle Kopplungstärken α^{ex} .

4.6 Der Wirkungsquerschnitt σ^{tot}

Die bisher untersuchten Größen erlaubten tiefere Einblicke in den ursächlichen Mechanismus des Trappings, und trugen zur Entwicklung eines besseren Verständnisses bei. Allerdings haben die Eigenwerte und Eigenfunktionen eines Hamilton-Operators aus experimenteller Sicht nur geringe Relevanz. Um ermitteln zu können, wie sich die Interferenz zweier Zustände im totalen Wirkungsquerschnitt manifestiert, habe ich $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$ für den Fall zweier Resonanzen mit symmetrischer Ankopplung für drei verschiedene Kopplungsstärken in Abb (4.8) aufgezeichnet (durchgezogene Linie). σ^{tot} ergibt sich aus der Kenntnis der S -Matrix (Gl. (4.27)) auf der reellen Achse durch $\sigma^{\text{tot}} \sim |1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$. Das heißt, die Größe $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$ gibt qualitativ den Verlauf von σ^{tot} wieder.

Der Einfluß, den Resonanzen durch die externe Kopplung aufeinander ausüben, wird durch den Unterschied in der Linienform deutlich, die eine Resonanz im Wirkungsquerschnitt σ^{tot} des gesamten Spektrums zeigt, verglichen mit der Breit-Wigner-Kurve, die sie fernab von Zerfallschwellen und isoliert von anderen Zuständen annehmen würde. Zum Aufzeichnen der Breit-Wigner-Kurve ist die Kenntnis der energetischen Lage und der Zerfallsbreite des betreffenden Zustandes notwendig, die man durch Auffinden der Eigenwerte des effektiven Hamilton-Operators aus Gleichung (4.6) gewinnt. Um die Auswirkungen des Interferenzeffektes zwischen den beiden Resonanzen auf den Wirkungsquerschnitt aufzuzeigen, habe ich in der gestrichelten Kurve vergleichend die Breit-Wigner-Kurven der beiden Resonanzen, die sich aus den Parametern der komplexen Eigenwerte bei dem betreffenden α^{ex} ergeben, in das Diagramm eingezeichnet.

Die untere Graphik zeigt $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$ für eine Kopplungsstärke weit unterhalb des kritischen Wertes ($\alpha^{\text{ex}} = 0.08 < \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$). Der Maximalwert von $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})| = 4$ ergibt sich direkt aus der Unitarität der S -Matrix und wird jeweils an den Maxima der Kurve

angenommen. Beide Resonanzen sind gut aufzulösen, und ihre Lage läßt sich aus den Maxima der beiden Peaks ermitteln. Die Korrektur bezüglich der Linienform zweier ungestörter, isolierter Resonanzen ist minimal, allerdings auch schon im Bereich von nur unbedeutender Überlappung der beiden Zustände, vorhanden. Beide Resonanzen interferieren *sofort* nach Einschalten der äußeren Kopplung miteinander. Die Interferenz führt zu einer schmaleren Struktur im Wirkungsquerschnitt als es die beiden Breit-Wigner-Kurven erwarten ließen.

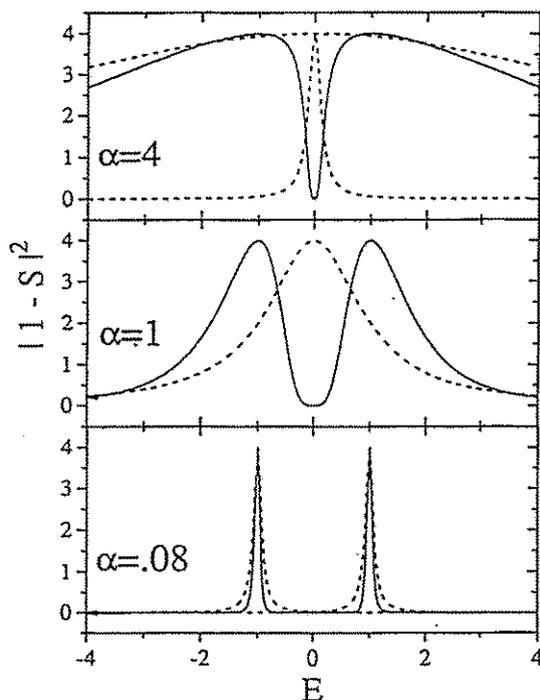


Abbildung 4.8: Der Verlauf von $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$ mit der Energie E für drei verschiedene Kopplungsstärken α^{ex} (durchgezogene Linie) und die Breit-Wigner Kurven, die aus den entsprechenden Werten für \tilde{E}_{\pm} und $\tilde{\Gamma}_{\pm}$ errechnet wurden (gestrichelte Kurve).

Das mittlere Bild zeigt σ^{tot} am kritischen Punkt $\alpha^{\text{ex}} = 1$. Da im Falle der symmetrischen Ankopplung die beiden Eigenwerte im Real- und Imaginärteil übereinstimmen, sind die beiden Breit-Wigner-Kurven ebenfalls identisch. In den Resultaten dieser Rechnung macht sich der Einfluß der Interferenz sehr deutlich bemerkbar. Die Maxima von $|1 - S(E, \alpha^{\text{ex}})|^2$ sind deutlich gegenüber den Realteilen der Eigenwerte (Maximum der Breit-Wigner-Kurve) verschoben. Sie sind trotz Erhöhung der Kopplungsstärke exakt bei den ursprünglichen Energien der gebundenen Zustände verharret. Ohne Kenntnis der Eigenwerte würde man die Daten von σ^{tot} als durch zwei Resonanzen hervorgerufen interpretieren, die bei den Energien der beiden gebundenen Zustände liegen und sich leicht gegenseitig beeinflussen, wodurch die Asymmetrie in den Kurven erklärt wäre.

Das obere Diagramm gibt die Situation bei hoher Kopplungsstärke, $\alpha^{\text{ex}} = 4$, wieder. Die Breit-Wigner-Kurven zeigen erwartungsgemäß die Struktur einer schmalen Resonanz und eines Zustandes mit sehr kurzer Lebensdauer. Beide Maxima befinden sich an der gleichen Stelle, da die Resonanzen im symmetrischen Fall auch für große Kopplungsstärken in der Energie entartet bleiben. Der Verlauf von σ^{tot} zeigt eine breite Struktur, die durch einen Dip bei der Energie der beiden Resonanzen durchbrochen wird. Sowohl die Breite des Dips als auch der überlagerten, breiten Struktur geben die inversen Lebensdauern der beiden Resonanzen wieder. Die breite Struktur kann auch als Beitrag des direkten Anteils zu σ^{tot} aufgefaßt werden. Da der Wirkungsquerschnitt wie das Interferenzbild eines direkten Anteils

mit einer schmalen Resonanz aussieht, birgt auch die Interpretation des totalen Wirkungsquerschnittes im Bereich starker Kopplung Schwierigkeiten.

Diese Betrachtung zeigt, daß schon in der relativ einfachen Situation der Interferenz zweier Resonanzen die Interpretation des Wirkungsquerschnittes problematisch ist. Der Prozeß der Attraktion der Lagen der beiden Zustände für $\alpha^{\text{ex}} < \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ und der Repulsion der Breiten für $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ läßt sich nur undeutlich aus dem Interferenzbild von σ^{tot} ersehen. Ein eindeutiger Beweis für die Realisierung des Trapping-Effektes in einem konkreten Spektrum, ist aus diesem Grunde durch Messungen des totalen Wirkungsquerschnittes nicht zu erwarten.

Interessant in diesem Zusammenhang ist aber die verminderte Übergangsstärke im Wirkungsquerschnitt der interferierenden Zustände, im Vergleich zu den Werten, die sich aus der Deutung der komplexen Eigenwerte als Lage und Breite einer Resonanz ergeben würde. Die Übergangsstärke ist durch das Integral des Wirkungsquerschnittes gegeben. Die äußere Kopplung bewirkt eine reduzierte Übergangsstärke durch schmalere Linienformen. Bei Gamow-Teller Übergängen wird nicht nur ein Fluktuationsbild im Wirkungsquerschnitt erzeugt, sondern auch eine im Vergleich zur theoretischen Erwartung zu kleine Übergangsstärke festgestellt. Der oben beschriebene Interferenzmechanismus könnte dafür eine Erklärung liefern (siehe dazu auch [72]).

Da die breiten Resonanzen wegen ihrer kurzen Lebensdauer sich wie ein direkter Reaktionsanteil verhalten, ist es möglich, daß sie eine andere Winkelverteilung im differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ zeigen. Für den direkten Anteil würde man große Amplituden in Vorwärtsrichtung erwarten, währenddessen ein Resonanzzustand eine symmetrische Winkelverteilung aufweist. Aus diesem Grunde könnten sich spezifische Unterschiede in $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für die lang- und kurzlebigen Resonanzen ergeben. Diese Überlegungen bedürfen aber noch einer detaillierteren theoretischen Untersuchung.

Dennoch gibt es Hinweise auf die experimentelle Verifikation des Trapping-Effektes durch Aufnahme des Wirkungsquerschnittes. In [73] wurden die beiden 2^+ -Resonanzen des ${}^8\text{Be}$ durch Ausmessen der Anregungsfunktion von elastischer α -Streuung in kleinen Energieschritten am Bonner Zyklotron untersucht. Die ermittelten Resonanzparameter dieser Messung sind $E_1 - i/2\Gamma_1 = [16722 - i/2 \cdot 108.5(5)]$ keV und $E_2 - i/2\Gamma_2 = [17010 - i/2 \cdot 73.6(4)]$ keV für die beiden Resonanzen. Die Hauptkomponenten dieser beiden Zustände haben die Struktur von ${}^7\text{Li}+p$ und ${}^7\text{Be}+n$ und bilden damit ein Isospin-Doublett. Wegen der Symmetrie der Kernkräfte bezüglich des Isospins und der Symmetrie der beiden Hauptkomponenten bezüglich der Coulombkraft erwartet man, daß die beiden Zustände nahezu entartet sind.

In [34, 36] wird gezeigt, daß der effektive Hamilton-Operator zur Beschreibung eines Systems von zwei gebundenen Zuständen und einem offenen Zerfallskanal in eindeutiger Weise in einen effektiven ungestörten Operator und eine off-diagonale Wechselwirkungsmatrix aufgespalten werden kann. Ist die Wechselwirkungsmatrix rein imaginär, so zeigt das System ebenfalls Anziehung der Energien und Abstoßung der Breiten. (Bei reeller Wechselwirkung ist ein umgekehrter Effekt zu erwarten.) Im Rahmen der dort getroffenen Modellierung werden die experimentellen Ergebnisse aus [73] als ein Beispiel zweier Zustände, die sich nahe einer Niveau-Kreuzung in der komplexen Ebene, das heißt nahe des kritischen Punktes befinden, interpretiert.

Das gleiche Experiment wird in [44] diskutiert. Im dort verwendeten Modell werden zwei

Resonanz-Zustände durch einen komplexen Hamilton-Operator \hat{H}^0 , der diagonal angenommen wird, beschrieben. Mittels einer hermiteschen Wechselwirkung V können die beiden Zustände miteinander gemischt werden. Für die Eigenwerte der komplexen Diagonalmatrix werden die aus dem Experiment [73] gewonnenen Daten verwendet. Mit ansteigender Mischung beschreiben die Eigenwerte des gesamten Hamilton-Operators Trajektorien in der komplexen Ebene. Sie zeigen einen ähnlichen Verlauf wie die der Eigenwerte aus Abb. (4.1). In [44] konnte ebenfalls gezeigt werden, daß die experimentellen Werte im Rahmen der dort getroffenen Modellierung nahe dem kritischen Punkt liegen. Bei geringfügigem Ansteigen der Mischung kommt es zu einer Entartung und Breitenrepulsion der beiden Zustände. Darüberhinaus schneiden sich die Trajektorien in der komplexen Ebene bei spezieller Wahl der Stärke der hermiteschen Wechselwirkung V .

4.7 Zusammenfassung

Ein wesentlicher Einfluß der Interferenz der Resonanzen auf die spektralen Eigenschaften des offenen Quantensystems macht sich bemerkbar, wenn die Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ innerhalb des kritischen Radius zueinander liegen. Dieser Radius wird durch den Imaginärteil der Eigenwerte in der komplexen Ebene gegeben: Der Umordnungsprozeß vollzieht sich mit steigender externer Kopplung in einem lokalen Energiebereich $|\Delta E| < |\Delta \tilde{\Gamma}_R|$ durch Kollision zweier Eigenwerte und läßt sich in drei Phasen einteilen: $\alpha^{\text{ex}} < \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} = \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$. Im unterkritischen Bereich üben die Realteile der komplexen Eigenwerte attraktive Wirkung aufeinander aus, am kritischen Punkt erreichen sie einen minimalen Abstand zueinander und im überkritischen Stadium bewirkt eine Breitenrepulsion das Umklappen der Bewegungsrichtung einer der beiden Eigenwerte. Der minimale Abstand am kritischen Punkt hängt von der Symmetrie der *effektiven* Kopplungsstärke der beiden Resonanzen ab. Liegt der symmetrische Fall vor, sind beide Eigenwerte (und Eigenfunktionen) am kritischen Punkt identisch.

Dieses Szenarium spiegelt sich auch in den Wellenfunktionen der Resonanzen wider. Das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ beider interferierender Resonanzen erreicht am kritischen Punkt sein Maximum. Der Maximalwert hängt dabei von der Symmetrie der effektiven Ankopplung ab. Bei gleicher effektiver Ankopplung der beiden Zustände divergiert das Skalarprodukt beider Zustände am kritischen Punkt. Im Gegensatz zur äußeren Mischung I_R zeigt das Skalarprodukt lediglich eine Abhängigkeit bezüglich der Symmetrie der Ankopplung. Für den Effekt der Breitenseparation ist es *nicht* sensitiv.

Wie das Beispiel des Zweiresonanzfalles verdeutlichte, nimmt auch die Funktion I_R^b – abhängig von der Symmetrie der effektiven Kopplungsstärke – verschiedene Werte an. Darüberhinaus kann die äußere Mischung I_R^b zwischen Zuständen großer und kleiner Zerfallsbreite unterscheiden. Eine Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ mischt im wesentlichen mit all den Resonanzen $|\tilde{\Phi}_{R'}\rangle$, deren Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_{R'}$ im Bereich des kritischen Radius ihres Eigenwertes $\tilde{\mathcal{E}}_R$ liegen und deren Zustandsvektoren $|\tilde{\Phi}_{R'}\rangle$ nicht orthogonal zu $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ ausgerichtet sind. Durch die Mischung der Resonanz-Zustände werden außerdem zusätzliche, effektive Beiträge zur Kontinuumkopplung erzeugt, so daß jede Resonanz durch Interferenz über weitere Zustände an die Zerfallskanäle koppelt. Je nach Vorzeichen dieser Interferenzbeiträge kann eine Resonanz effektiv an Kopplungsstärke hinzugewinnen (Breitenwachstum) oder abkoppeln (Trapping). Besonders innerhalb des kritischen Gebietes wird die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte als Funktion von α^{ex} *entscheidend* von diesen Interferenzbeiträgen bestimmt. Der minimale Abstand bei der Kollision zweier Eigenwerte wird genau dann gleich Null, wenn beide

Zustände effektiv mit gleicher Stärke an die Umgebung ankoppeln. Aus diesem Grund ist auch die relative Lage eines Zustandes im gesamten Spektrum relevant. Je kleiner die Differenz der effektiven Kopplungsstärken zweier Zustände ist, d.h. je kleiner der minimale Abstand ihrer Eigenwerte am kritischen Punkt ist, desto drastischer sind die Umordnungsvorgänge und desto markanter sind die Kurvenverläufe der betrachteten Größen.

Die externe Kopplung bewirkt eine Drehung der Eigenvektoren von H^{eff} im Hilbertraum. Bei kleinen Kopplungsstärken sind die Eigenfunktionen von \hat{H}^0 nahezu orthogonal. Entsprechend der Symmetrie der effektiven Kopplungsstärke zweier kollidierender Eigenwerte werden die Zustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ mehr oder minder zueinander gedreht. Im Falle der symmetrischen Kopplung sind beide Zustände am kritischen Punkt identisch und die Interferenz ist maximal. Im überkritischen Bereich von α^{ex} werden die beiden Eigenzustände wieder zunehmend orthogonal zueinander ausgerichtet, so daß sich die Interferenz der beiden Zustände abschwächt. Dabei wird der Eigenzustand der kurzlebigen Resonanz in Richtung des Kanals ausgerichtet. Aus diesem Grund ist die Struktur der Wellenfunktion des kurzlebigen Zustandes von der Struktur des Kopplungsvektors V^c abhängig. Ist V^c vollkommen symmetrisch gewählt, so nimmt auch $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ der breiten Resonanz eine vollkommen symmetrische Struktur an. Im Regelfall sind die Strukturmerkmale von V^c aber nicht so einfach wie in den oben gewählten Beispielen.

Das Interferenzbild äußert sich schon im einfachst denkbaren Zweiresonanzfall durch eine komplizierte Struktur im totalen Wirkungsquerschnitt. Besonders im kritischen Bereich zwischen Energieattraktion und Breitenrepulsion sind Lage und Lebensdauer der Zustände aus dem Kurvenverlauf von σ^{tot} nicht zu identifizieren. Im asymptotischen Bereich großer Kopplungsstärken äußert sich die getrappte Resonanz in Form eines Dips in der breiten Kurve des kurzlebigen Zustandes. Der totale Wirkungsquerschnitt ist also *keine* geeignete Größe zur Klassifikation von Spektren im Hinblick auf die Interferenz der Resonanz-Zustände. Im differentiellen Wirkungsquerschnitt sind charakteristische Unterschiede zwischen kurzlebigen Zuständen und Feinstrukturresonanzen denkbar. Wirken sich die breiten Zustände bei einer Reaktion im differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ähnlich wie direkte Prozesse aus, so ist eine signifikant unterschiedliche Winkelverteilung für kurz- und langlebige Zerfälle zu erwarten.

Kapitel 5

Der Vielresonanz-Vielkanalfall

In diesem Kapitel möchte ich die Ergebnisse des Zweiresonanzfalles auf die Situation von N Resonanzen und K Kanälen übertragen. Die Betrachtungen sollen auf numerischem Wege im Rahmen des S -Matrix-Modelles erfolgen. Dazu werden zwei verschiedene Anfangsverteilungen von 128 Eigenzuständen von \hat{H}^0 , die gleichberechtigt an acht offene Zerfallskanäle koppeln ($\text{rank}(F_{ij}) = 8$), ausgewählt. Gleichberechtigt bedeutet hier, daß zwar die Kanäle untereinander orthogonal gewählt sind, aber jeder gebundene Zustand mit gleicher Stärke an jeden dieser Kanäle ankoppelt:

$$\begin{aligned}
 V^1 &\sim \underbrace{(1, 1, 1, 1, \dots, 1)}_{128\text{mal}} \\
 V^2 &\sim \underbrace{(1, 1, 1, \dots, 1)}_{64\text{mal}} \underbrace{(-1, -1, -1, \dots, -1)}_{64\text{mal}} \\
 &\vdots \\
 V^8 &\sim (1, -1, 1, -1, \dots, -1). \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

Im ersten Fall (Verteilung 1) werden 128 reelle Eigenwerte von \hat{H}^0 symmetrisch um einen willkürlichen Wert (= 0 ohne Beschränkung der Allgemeinheit) gruppiert. Der Abstand zweier benachbarter Eigenwerte wird über das gesamte Spektrum als konstant angenommen ($E_{i+1}^0 - E_i^0 = c_1 \quad \forall i = 1, \dots, N - 1$). In Verteilung 2 liegen 100 Eigenwerte ebenfalls mit paarweise konstantem, aber kleinerem Abstand ($c_2 < c_1$) symmetrisch um den gleichen Punkt 0 verteilt. Durch sie wird ein Gebiet hoher Anfangsniveaudichte simuliert. Leicht asymmetrisch dazu habe ich jeweils links und rechts von diesem Intervall 14 reelle Eigenwerte mit ebenfalls paarweise konstantem, aber größerem Abstand ($c_3 > c_1$) gelegt. Anhand von Verteilung 1 möchte ich untersuchen, wie der lokal wirksame Mechanismus der Kollision zweier Eigenwerte in der komplexen Ebene sukzessive die Umordnung des gesamten Spektrums verursacht (Fig. (3.2) und wie die Eigenfunktionen von H^{eff} davon betroffen sind. Mit dieser Frage beschäftigen sich die ersten drei Abschnitte dieses Kapitels. Außerdem soll der Einfluß lokaler Fluktuationen in der Niveaudichte des abgeschlossenen Systems untersucht werden (Verteilung 2).

5.1 Propagation der Eigenwerte

In Abb. (5.1) ist die Entwicklung des Eigenwertspektrums für die Verteilung 1 in Abhängigkeit von α^{ex} wiedergegeben. Für kleine α^{ex} sind alle Resonanzen gleichberechtigt, da die Ankopplung der gebundenen Zustände an die Zerfallskanäle für alle Zustände gleich gewählt

ist. Dies kommt in der Driftgeschwindigkeit zum Ausdruck, die zunächst für alle Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ gleich ist. (Da die Variation von α^{ex} in äquidistanten Schritten erfolgt, ist der Abstand der Eigenwerte einer Trajektorie ein Maß für die Driftgeschwindigkeit). Mit wachsendem α^{ex} wird bei dieser Verteilung ein gleichmäßiges Breitenwachstum generiert, bis die Imaginärteile der Eigenwerte in die Größenordnung der Abstände ihrer Realteile angewachsen sind, d.h. sich in einem kritischen Gebiet zueinander befinden. Die Interferenz der Resonanzen untereinander beginnt sich merklich auf das gesamte Spektrum auszuwirken, und die effektive Kopplungsstärke nimmt für jede Resonanz individuelle Werte an.

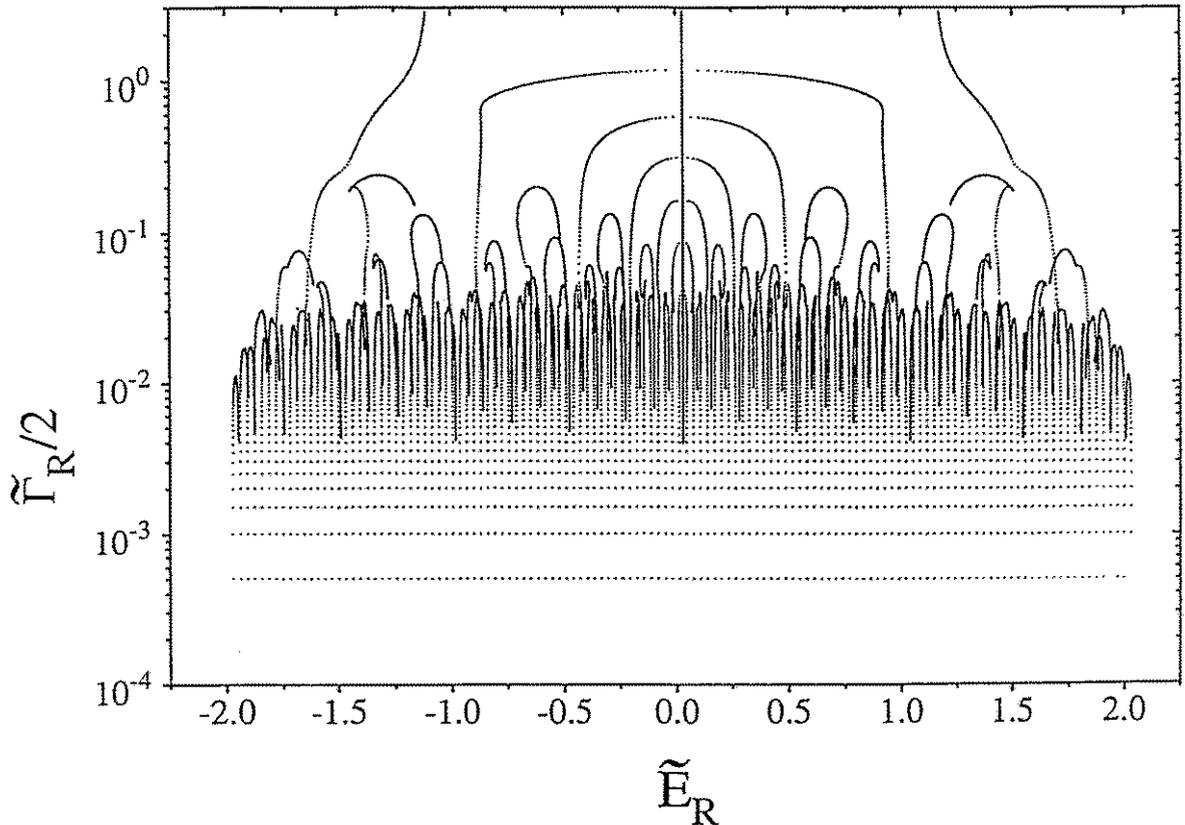


Abbildung 5.1: Bewegung der komplexen Eigenwerte mit steigender äußerer Kopplungsstärke für Anfangsverteilung 1. $N_R = 128$, $N_c = 8$, $|E_j - E_i| = \text{const.}$

In diesem Stadium beginnt die Position der einzelnen Eigenwerte innerhalb des Spektrums eine Rolle zu spielen. Zum Beispiel propagiert ein Eigenwert in der Mitte des Spektrums unter dem Einfluß linker und rechter Nachbarn, die beiden am Rand liegenden Eigenwerte werden jeweils nur von einer Seite beeinflusst. Ein Ergebnis der vorangegangenen Untersuchung (Kapitel 4) ist, daß unterhalb von kritischen Punkten die Interferenz der Resonanzen eine Attraktion der Realteile bewirkt. Mit wachsender Breite verstärkt sich der Interferenzeffekt und dadurch erhöht sich die Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte. In unserem Fall (Abb. (5.1)) besitzt jeder Eigenwert zur Spektrummitte mehr Nachbarn als in der anderen Richtung. Die Attraktion der Realteile der Eigenwerte ist daher stärker in diese Richtung als zum Rand. Aus diesem Grund erfahren die Realteile der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ einen Shift in Richtung Spektrummitte. Generiert durch die externe Kopplung, zieht sich das Spektrum auf diese Weise zusammen.

Daraus folgend, geraten die im Zentrum liegenden Eigenwerte unter größeren "Druck" ihrer Nachbarn. Außerdem befinden sich diese Zustände in einer anähernd symmetrischen Situation, denn die Anzahl von linken und rechten Nachbarn gleicht sich zur Mitte hin an. Wie aus dem vorherigen Kapitel bekannt, bedingt die dem symmetrischen Fall ähnliche Situation auch eine große Driftgeschwindigkeit der Eigenwerte. Daher erwartet man große Interferenzbeiträge zur effektiven Kopplungsstärke der innen liegenden Resonanzen. Das heißt, nicht nur die Stärke der Ankopplung sondern auch die Symmetrie der Verteilung der Eigenwerte, bzw. die relative Lage jeder einzelnen Resonanz bezüglich des gesamten Spektrums ist bei großen α^{ex} für das Eigenwertbild von Bedeutung.

Aus dieser Situation heraus gerät das System in die Phase, in der erste Umordnungsprozesse stattfinden. Die Eigenwerte driften, getrieben von der äußeren Kopplung, in kritische Gebiete. Für stark interferierende Resonanzen schlägt die Attraktion der Realteile in eine Repulsion der Imaginärteile um. Dabei sind die kritischen Kopplungsstärken $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ zweier kollidierender Eigenwerte nicht immer gleich. Bedingt durch unterschiedliche Lage, Breitenwachstum und Anzahl der interferierenden Nachbarn, unterscheiden sich die Werte von $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ innerhalb der Serie der Eigenwert-Kollisionen, die durch Erhöhung von α^{ex} hervorgerufen wird. Randnahe Resonanzen sind nicht nur durch ihre asymmetrische Umgebung, sondern auch durch den geringen Druck fehlender Nachbarn im Breitenwachstum gehemmt. Deshalb bedarf es nur geringer Kopplungsstärken, um ein Umklappen der Bewegungsrichtung ihrer Eigenwerte zu erzwingen (siehe auch Abb. (4.2.a) und b). Aus dem gleichen Grund werden die kritischen Punkte in der Spektrummitte bei höheren α^{ex} erwartet.

Sukzessive wird also eine bestimmte Anzahl von Resonanzen durch Eigenwert-Kollisionen getrappt. Die Imaginärteile der breiten Resonanzen wachsen, relativ ungestört durch den Untergrund getrappter Resonanzen, bis es zu einem kritischen Wert der Überlappung der breiten Resonanzen mit vergleichbaren Lebensdauern kommt. Diese bilden eine neue Nachbarschaft ($|\text{Real}\{\mathcal{E}_i\} - \text{Real}\{\mathcal{E}_j\}| \approx \Gamma_i, \Gamma_j$), und der gleiche Mechanismus des Trappings von Resonanz-Zuständen setzt von neuem ein (hierarchisches Trapping)[40].

Allerdings ist die Anziehung der Realteile nun, bedingt durch die größeren Imaginärteile, auf einem größeren Energiebereich wirksam. Die unterliegenden, getrappten Resonanzen spielen dabei eine nur untergeordnete Rolle, da sich ihre Zustände mit wachsendem α^{ex} senkrecht zu denen der breiten Resonanzen ausrichten (siehe Kapitel 4). Jedoch können getrappte Resonanzen der höheren Breitenhierarchie bei ihrer Breitenreduktion erneut in Konflikt mit anderen getrappten Resonanzen kommen, was ein mehrfaches Umklappen der Bewegungsrichtung der Eigenwerte verursacht. Mit anwachsender Kopplungsstärke setzt sich dieses Szenarium weiter fort, bis lediglich 8 Resonanzen der höchsten Hierarchiestufe sich nahezu ungestört in die komplexe Ebene bewegen. Definiert man den kritischen Punkt des Systems als *die* Kopplungsstärke α^{ex} , bei der sich die letzte der 8 Resonanzen absepariert, so liegt er im Falle der Anfangsverteilung 1 bei ca. $\alpha_{\text{Sys}}^{\text{ex}} = 5.75 \times 10^{-3}$. Bei diesem Wert der Kopplungsstärke ist die Umordnung des gesamten Spektrums erfolgt, und das Eigenwertpektrum hat die durch die Umgebung festgelegte hierarchische Struktur angenommen.

Auffallend ist weiterhin, daß einige Eigenwert-Kollisionen zu einer Entartung am kritischen Punkt führen. Der minimale Abstand ist Null, und die beiden Eigenwerte bleiben bei höheren α^{ex} in ihren Realteilen entartet. Das betrifft ausschließlich solche Eigenwerte, deren Kollisionspartner spiegelbildlich bezüglich des Symmetriepunktes 0 liegen, also zwei Resonanzen mit der gleichen "Vorgeschichte". Die effektiven Kopplungsstärken an die Zerfallskanäle, und deshalb auch die Zerfallsbreiten, sind bei beiden gleich. In diesem Sinne

liegt für die beiden Resonanzen eine symmetrische Situation vor.

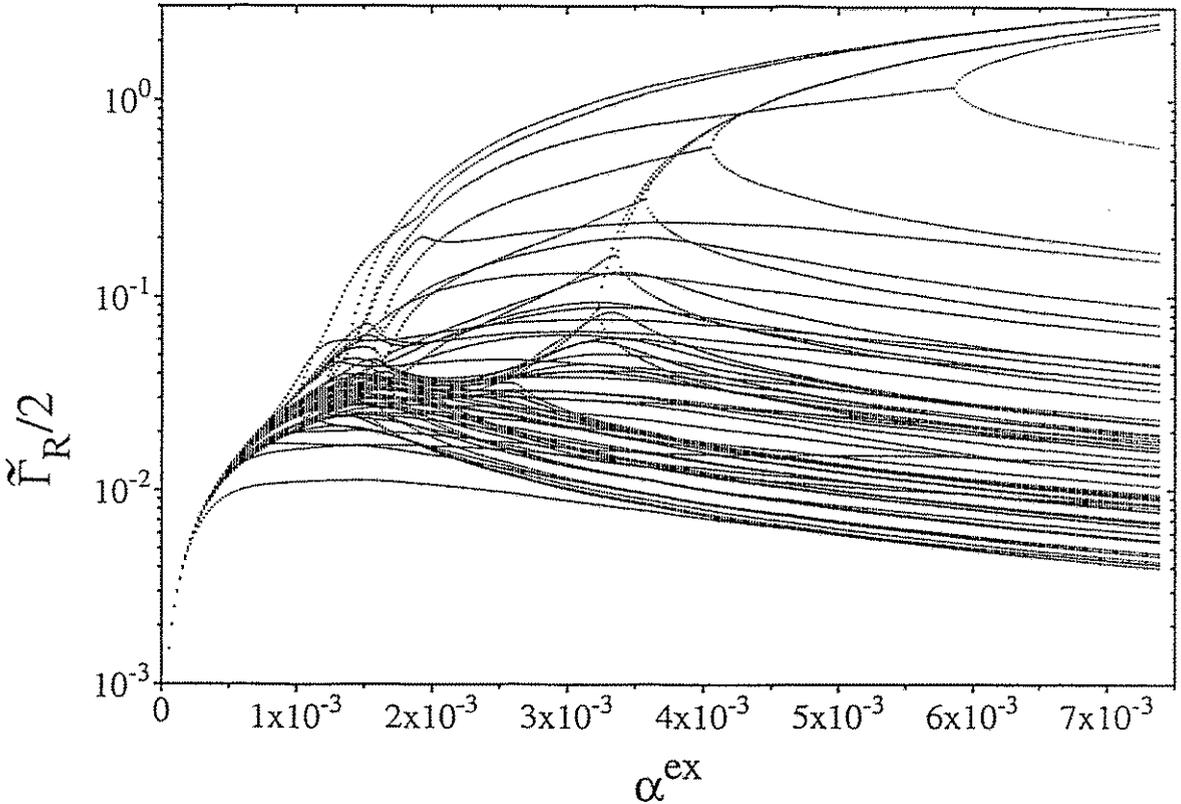


Abbildung 5.2: Entwicklung der Zerfallsbreiten aller 128 Zustände der Anfangsverteilung 1 mit ansteigender äußerer Kopplungsstärke

In Abb. (5.2) sind die Zerfallsbreiten als Funktion von α^{ex} aufgetragen. Dieses Bild reflektiert ebenfalls den oben beschriebenen Sachverhalt. Die größte Anzahl von Eigenwert-Kollisionen findet in einem kleinen Bereich α^{ex} statt ($1 \times 10^{-3} \leq \alpha^{ex} \leq 1.8 \times 10^{-3}$). Oberhalb erkennt man die kritischen Punkte an den Stellen, wo Breitenwachstum in Breitenverlust übergeht. Der systemkritische Punkt $\alpha_{S_{ys}}^{ex}$ ist durch die Abspaltung der letzten beiden kurzlebigen, symmetrisch liegenden Resonanzen bei $\alpha^{ex} = 5.75 \times 10^{-3}$ zu erkennen. Zusammenfassend läßt sich folgendes feststellen: Die globale Umordnung des gesamten Spektrums wird sukzessive durch einen lokal wirkenden Mechanismus verursacht.

5.2 Das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$

Wie am Beispiel zweier interferierender Resonanzen demonstriert, ist auch das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der Eigenzustände von H^{eff} ein Indikator für Umordnungsmechanismen durch Kollision zweier Eigenwerte in der komplexen Ebene. (Die mathematischen Eigenschaften des biorthogonalen Eigenfunktionensystems nichthermitescher Operatoren wurden sowohl in der Modellbeschreibung als auch in Kapitel 2 und 3 eingehend diskutiert.) Auch im Vielresonanzfall zeigen die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle(\alpha^{ex})$ das Auftreten kritischer Punkte an. In Abb. (5.3) sind die Skalarprodukte aller 128 Zustände der Anfangsverteilung 1 über den gesamten Bereich von α^{ex} aufgezeichnet. Die Kurven der 8 bei einer bestimmten Kopplungsstärke

breitesten Zustände sind durch größere Symbole hervorgehoben.

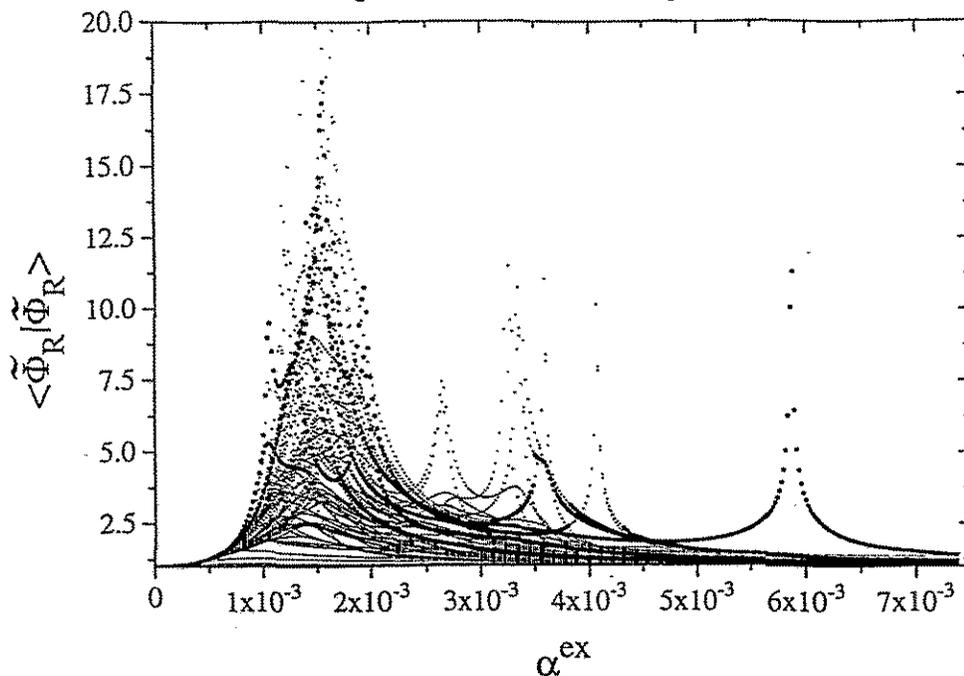


Abbildung 5.3: Die Skalarprodukte $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der rechtsseitigen Eigenvektoren der Anfangsverteilung 1 als Funktion von α^{ex} .

Im Bereich $1 \times 10^{-3} \leq \alpha^{ex} \leq 2 \times 10^{-3}$ steigen fast alle Kurven stark an. In diesem Intervall von α^{ex} finden die ersten Umordnungsvorgänge statt, die meisten Kurven $\Gamma(\alpha^{ex})$ aus Bild (5.2) erreichen ihr Maximum. Bei höheren α^{ex} zeigen sie ein monoton fallendes Verhalten. Die Maxima im Bereich $2 \times 10^{-3} \leq \alpha^{ex} \leq 4.5 \times 10^{-3}$ werden jeweils durch Kollision zweier, zueinander symmetrisch liegender Eigenwerte erzeugt. Die breiten Zustände, die aus diesen Kollisionen hervorgehen, gehören bei größeren Kopplungsstärken den 8 breitesten Resonanzen an. Sehr deutlich ist der systemkritische α^{ex} -Wert bei 5.75×10^{-3} zu erkennen (siehe auch Abb. (5.2)). Das scharfe Maximum von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ wird durch die symmetrische Eigenwert-Kollision erzeugt, durch die die letzte der 8 kurzlebigen Resonanzen entsteht. Das Skalarprodukt für beide Zustände, sowohl der getrappten, als auch der breiten Resonanz, nimmt für alle α^{ex} die gleichen Werte an. Die Größe $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ unterscheidet nicht zwischen breiten und getrappten Zuständen.

5.3 Die äußere Mischung I_R^b

Im Vielresonanzfall zeigen zunächst alle Resonanzen ein Ansteigen der äußeren Mischung, bis die ersten kritischen Punkte bei $\alpha^{ex} \approx 1.5 \times 10^{-3}$ erreicht werden (Fig. (5.4)). Obwohl die meisten Eigenwert-Kollisionen zwischen zwei benachbarten Zuständen stattfinden, ist der für zwei Zustände maximal erreichbare Wert der äußeren Mischung von $\ln(2)$ schon bei $\alpha^{ex} = 1 \times 10^{-3}$ für alle Funktionen I_R^b überschritten. Der Hauptanteil von I_R^b rührt von der Resonanz her, mit deren Eigenwert die erste Kollision stattfindet. Darüberhinaus mischt die Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ im wesentlichen mit all den Zuständen, deren Eigenwerte sich innerhalb ihres kritischen Radius befinden, wodurch ein Überschreiten des Wertes $\ln(2)$ ermöglicht wird.

Die I_R^b der getrappten Resonanzen zeigen häufig, insbesondere kurz nach Einsetzen der Breitenrepulsion, ein rückläufiges Verhalten. Durch die wachsende, antisymmetrische Kom-

ponente der Eigenfunktionen der getrappten Resonanzen oberhalb $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$ treten in der Betragbildung $|b_{RR'}|^2$ Produkte zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Anteilen auf. Dadurch verschwinden in der Summe aus Gleichung (3.2) einige Terme, was zu einer Reduktion der äußeren Mischung führt.

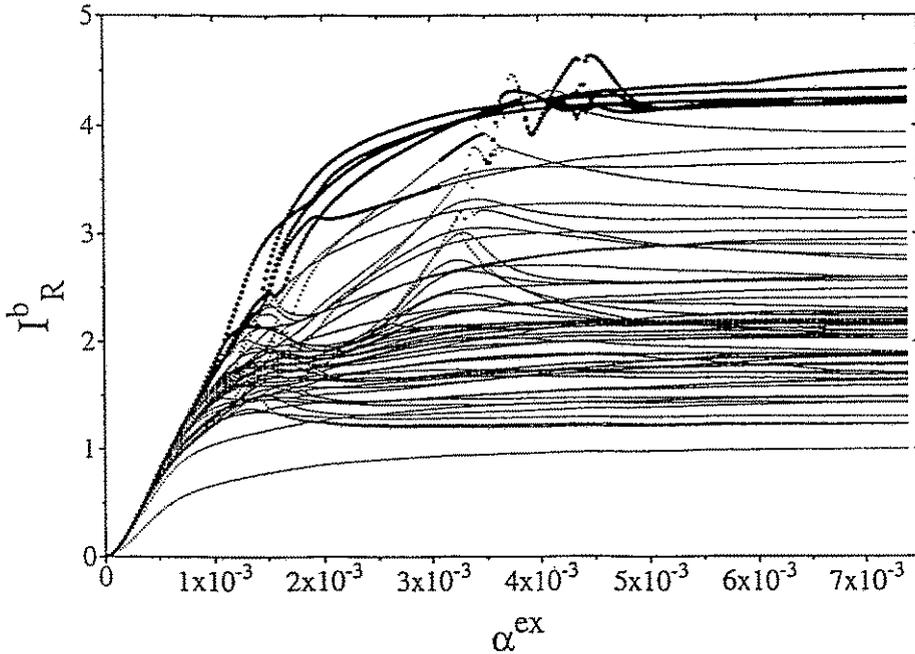


Abbildung 5.4: Die Mischungsfunktionen I_R^b aller 128 Zustände von Anfangsverteilung 1 als Funktion von α^{ex}

Die *effektive* äußere Kopplungsstärke einer Resonanz hängt von den Interferenzbeiträgen anderer Zustände ab. Dieser Einfluß benachbarter Resonanzen nimmt mit wachsendem α^{ex} ab, da getrappte und breite Zustände durch ein Ansteigen der äußeren Kopplung orthogonal im Sinne von $\langle \tilde{\Phi}_R^r | \tilde{\Phi}_{R'}^r \rangle = \delta_{RR'}$ ausgerichtet werden (siehe auch Kapitel 4). Das heißt, negative bzw. positive Beiträge zur Mischungsfunktion I_R^b bei einem bestimmten α^{ex} sind so lange zu erwarten, bis die mit dem Zustand $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ interferierenden Resonanzen aufgrund der wachsenden äußeren Kopplung orthogonal zu ihr stehen. Dann nimmt I_R^b einen Sättigungswert an, wenn nicht die betreffende Resonanz durch weiteres Anwachsen im Imaginärteil von $\tilde{\epsilon}_R$ erneut mit anderen Eigenwerten kollidiert. In diesem Fall kommt es wieder zu Korrelationen zwischen den betreffenden Zuständen und zu einer Modifikation des Wertes von I_R^b .

Die I_R^b der 8 breiten Resonanzen zeigen bis zum Erreichen des systemkritischen Punktes $\alpha_{\text{sys}}^{\text{ex}}$ ein ansteigendes Verhalten. Die äußere Mischungsfunktion I_R^b markiert also nicht nur kritische Punkte durch einen steilen Anstieg, sondern im Gegensatz zu $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle(\alpha^{\text{ex}})$ unterscheidet sie auch zwischen Zuständen großer und kleiner Zerfallsbreite. Jeder Zustand mischt mit all den Resonanzen, mit denen er interferiert, bzw. die von ihm überlappt werden. Vergleicht man Fig. (5.4) mit Abb. (5.2), so läßt sich erkennen, daß alle Charakteristika des Umrordnungsprozesses sich auch in der Größe I_R^b widerspiegeln.

5.4 Fluktuationen der Niveaudichte

Mittels der Anfangsverteilung 2 soll der Einfluß von Fluktuationen in der Niveaudichte auf die Umverteilung des gesamten Spektrums untersucht werden. Aus diesem Grund sind 100 Zustände mit sehr hoher Niveaudichte symmetrisch um den Punkt $E = 0$ gruppiert worden. Die Eigenwerte von H_{QQ} haben einen konstanten Abstand zueinander. Leicht asymmetrisch dazu sind links und rechts davon jeweils 14 Zustände mit relativ großem, aber ebenfalls konstantem Abstand angeordnet. Wie aus Abb. (5.5) ersichtlich ist, zeigt das Spektrum qualitativ das gleiche Verhalten wie das zuvor diskutierte Spektrum mit äquidistanten Abständen aller 128 gebundenen Zustände.

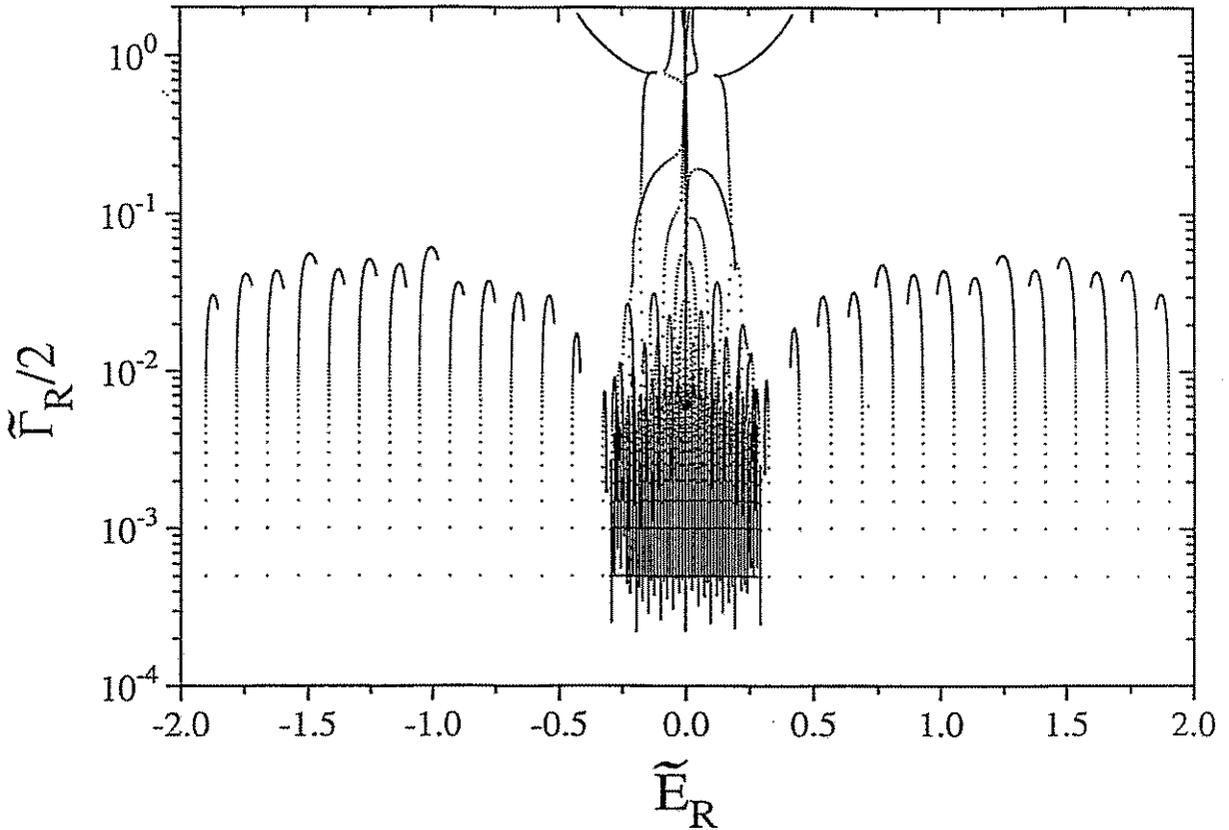


Abbildung 5.5: Bewegung der komplexen Eigenwerte mit α^{ex} für Anfangsverteilung 2 (Gebiet mit hoher und niedriger Niveaudichte), $N_R = 128$, $N_c = 8$.

Wegen der kleinen relativen Abstände benachbarter Resonanzen in der Mitte des Spektrums, bedarf es nur geringer Kopplungsstärken, um erste Umordnungsprozesse hervorzurufen. Die 28 Zustände aus den Randgebieten zeigen zunächst ein ungestörtes Breitenwachstum. Wegen des größeren Niveauabstandes in den Randzonen bedarf es größerer Zerfallsbreiten, bis Interferenz benachbarter Zustände merklichen Einfluß auf ihre spektroskopischen Eigenschaften hat.

Aus Kapitel 4 ist bekannt, daß die Eigenwerte in der Nähe des kritischen Punktes eine erhöhte Driftgeschwindigkeit aufweisen. Daher kommt es im Gebiet hoher Niveaudichte zu einem schnelleren Breitenwachstum und zu einer schnelleren Abfolge kritischer Punkte. An der Umorientierung des gesamten Spektrums haben die 28 Zustände aus den Randgebieten nur geringen Anteil. Die 8 breiten Resonanzen haben sich bereits im Gebiet hoher

Niveaudichte formiert, ehe sie mit den restlichen 28 Zuständen des Spektrums in Konflikt geraten. Die Resonanzen aus den Randgebieten werden von den 8 zentral liegenden breiten Zuständen getrappt.

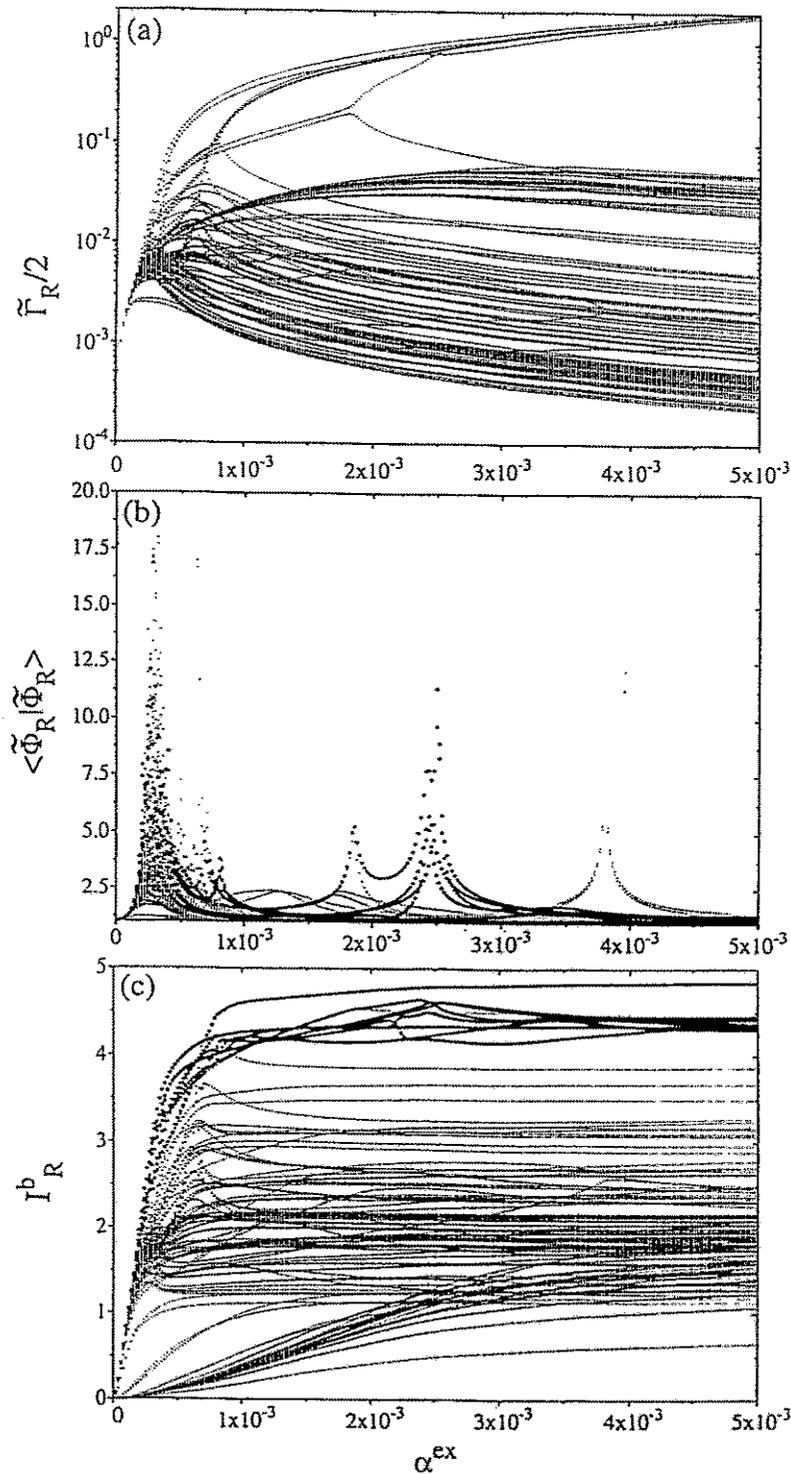


Abbildung 5.6: Die Zerfallsbreiten $\tilde{\Gamma}_R$ (a), Skalarprodukte $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$, (b) und Mischungsfunktionen I_R^b , (c) aller 128 Zustände der Anfangsverteilung 2 als Funktion von α^{ex} .

Durch die leicht asymmetrisch gewählte Verteilung der gebundenen Zustände kommt es in keinem Fall zu einer Entartung der Resonanzen am Kollisionspunkt.

In Abb (5.6.a – .c) sind die Größen $\tilde{\Gamma}_R$, $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ und I_R^b gegen die Kopplungsstärke aufgetragen. Man erkennt, daß der Prozeß der Abseparation der 8 breiten Resonanzen schon bei einem im Vergleich zur Anfangsverteilung 1, kleinen Wert von α^{ex} abgeschlossen ist ($\alpha_{\text{Sys}}^{\text{ex}} \approx 1.8 \times 10^{-3}$). Die Zerfallsbreiten zeigen einen stärkeren Anstieg mit wachsender Kopplungsstärke als im Fall der Anfangsverteilung 1. Die Abfolge der kritischen Punkte verschiedener Hierarchien von $\tilde{\Gamma}_R$ findet in kleineren Intervallen von α^{ex} statt. In Bild (5.6.c) erkennt man die I_R^b der Zustände aus dem Innengebiet hoher Dichte an dem steilen Anstieg bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 0.25 \times 10^{-3}$. Durch das frühe Auftreten kritischer Punkte kommt es schon bei kleinen α^{ex} -Werten zu einer großen externen Mischung der Zustände. Die Zustände in den Außengebieten zeigen im Vergleich dazu einen eher langsamen Anstieg der I_R^b . Sie überlappen nur wenige Zustände, was zu einer geringeren äußeren Mischung führt.

5.5 Der Überlappingsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$

Der Überlappingsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ ist eine Größe, die entweder –im Gebiet isolierter Resonanzen– durch Ausmessen der einzelnen Linien oder –im Gebiet der Überlappung– durch Bestimmung der Korrelationslänge extrahiert werden kann. Da sich stark überlappende Resonanzen in der Nähe oder oberhalb des kritischen Punktes befinden, könnte der Zahlenwert von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ ein Maß dafür sein, ob und in welchem Stadium der Umorganisation sich ein Ensemble von Resonanzen befindet.

Um die Werte von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ für verschiedene Spektren miteinander vergleichen zu können, habe ich in Abbildung (5.7) $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ als Funktion des Stärkeparameters α^{ex} für die beiden Anfangsverteilungen der Eigenwerte von \hat{H}^0 aufgetragen. Die gestrichelte Linie gibt den Verlauf von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ für Anfangsverteilung 1 wieder, also für den Fall, in dem die reellen Eigenwerte von \hat{H}^0 einen konstanten Abstand voneinander haben. In Anfangsverteilung 2 sind um ein Gebiet sehr hoher Niveaudichte Zustände mit großem Abstand zueinander gruppiert. Die Werte dieser Verteilung sind durch die durchgezogene Linie gekennzeichnet. Durch die gepunktete Kurve wird die Abhängigkeit des Überlappingsgrades von der externen Kopplung wiedergegeben, wenn man nur das Gebiet hoher Niveaudichte aus Anfangsverteilung 2 berücksichtigt.

In allen Fällen zeigt $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ einen nahezu linearen Verlauf. In den Kurven, in denen das gesamte Spektrum berücksichtigt wurde, ist auch die Steigung fast identisch. Sollte der Wert von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ den Grad der Umordnung innerhalb des Spektrums widerspiegeln können, so müßte der Wert $\bar{\Gamma}/\bar{D}_{\text{Sys}}$ universellen Charakter haben, unabhängig von der Wahl der Anfangsverteilung. Das heißt, daß der systemkritische Überlappingsgrad, bei dem sich die Eigenwerte der K breiten Resonanzen vom restlichen Spektrum abseparieren, für alle Spektren gleich sein sollte. Um das zu prüfen, habe ich zusätzlich die Werte von $\alpha_{\text{Sys}}^{\text{ex}}$ für die entsprechenden Anfangsverteilungen in das Diagramm eingezeichnet. Die Ergebnisse zeigen: Für die verschiedenen Verteilungen der reellen Eigenwerte unterscheiden sich die Werte $\bar{\Gamma}/\bar{D}_{\text{Sys}}$ erheblich. Für Anfangsverteilung 1 ergibt sich ein systemkritischer Wert von $\bar{\Gamma}/\bar{D} \approx 4.8$, für Anfangsverteilung 2 liegt dieser Wert bei $\bar{\Gamma}/\bar{D} \approx 1.6$. Das heißt, der Überlappingsgrad gibt *keinen* eindeutigen Hinweis darauf, in welchem Stadium der Umorientierung sich das jeweilige System befindet. Für den Fall des Gaußschen Orthogonalen Ensembles wurde der systemkritische Wert von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ in [35] bestimmt.

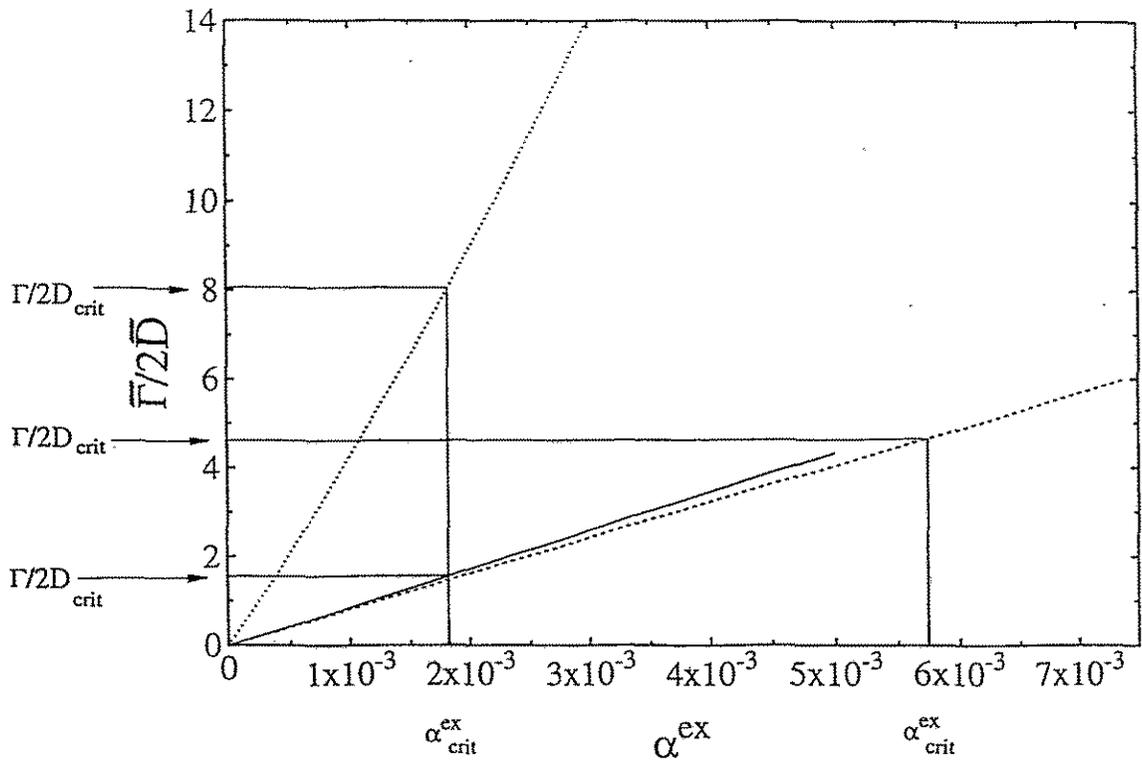


Abbildung 5.7: Der mittlere Überlappungsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ als Funktion von α^{ex} für Anfangsverteilung 1 (gestrichelte Linie), Anfangsverteilung 2 (durchgezogene Linie) und des Gebietes hoher Niveaudichte aus Anfangsverteilung 2 (gepunktete Kurve). Weiterhin ist jeweils der systemkritische Wert eingezeichnet.

Aufgrund der Betrachtungen, die anhand des Zweiresonanzfalles angestellt wurden, ist dieses Ergebnis auch unmittelbar verständlich. Der minimale Abstand zweier Eigenwerte in der komplexen Ebene, und damit der kritische Überlappungsgrad zweier Resonanzen, wird allein durch das Verhältnis der effektiven Kopplungsstärken, das heißt, durch die relative Lage der Eigenwerte bezüglich des gesamten Spektrums incl. etwaiger Schwellen bestimmt. Diese lokale Abhängigkeit des kritischen Überlappungsgrades von der spezifischen Kollision zweier Eigenwerte setzt sich über den Prozeß der Umordnung des gesamten Spektrums fort. Damit ist auch der Wert $\bar{\Gamma}/\bar{D}_{Sys}$ von der speziellen Wahl des Spektrums *und* der Kopplungsmatrix abhängig. Das heißt, die Chance, daß ein Spektrum hoher Niveaudichte, bzw. großer Werte von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$, sich im Stadium der Umordnung oder gar oberhalb des systemkritischen Bereiches befindet, erhöht sich mit ansteigendem $\bar{\Gamma}/\bar{D}$. Aber wegen der Abhängigkeit des minimalen Abstandes zweier kollidierender Eigenwerte von der individuellen Situation der Resonanz-Zustände, läßt sich anhand dieser Größe *nicht* entscheiden, ob Umordnungsprozesse bereits abgelaufen sind.

Für ein konkretes Experiment ergibt sich noch eine weitere Schwierigkeit durch die Auswahl eines adäquaten Energiegebietes. In der gepunkteten Kurve sind die Werte von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ für den relevanten Teil des Spektrums 2 aufgezeichnet. Relevant bedeutet hier, daß sich die 8 breiten Resonanzen aus diesem Energiegebiet bereits formiert haben, bevor der Einfluß der Resonanzen aus den beiden Randzonen eine Rolle zu spielen beginnt. Würde man sich bei den angestellten Betrachtungen lediglich auf die Resultate dieses Gebietes hoher Niveaudichte stützen, so läge der systemkritische Wert wesentlich höher, $\bar{\Gamma}/\bar{D}_{Sys} \approx 8$. Das heißt,

für ein Spektrum liegen zwei systemkritische Werte vor, die jeder für sich aus den genannten Gründen ihre Berechtigung haben.

In einem Experiment ist der zu messende Energiebereich und die Energieauflösung in der Regel durch technische Randbedingungen festgelegt. Besonders zu hohen Energien hin erfolgt zwangsläufig ein "Cut" in der Aufnahme von Meßwerten. Zudem gestaltet sich die Interpretation experimenteller Daten im Hinblick auf den Trapping-Effekt schon aus dem Grunde schwierig, da sich mit der Energie auch die Anzahl der offenen Kanäle erhöht. Ebenso steigt die Niveaudichte und mit ihr die Chance für das Auffinden getrappter Zustände, im Mittel exponentiell mit der Energie an. Mit anderen Worten: In *jedem* Experiment bleiben interessante Energiegebiete unberücksichtigt. Andererseits ist der systemkritische Wert von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ entscheidend von der Wahl des Energiegebietes abhängig. Das heißt, $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ kann lediglich als Indikator für das Auftreten von Trapping genutzt werden. Die Stärke der Interferenz der Resonanz-Zustände ist an den Werten dieses Parameters *nicht* abzulesen.

5.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel habe ich die aus der Untersuchung für zwei Resonanzen und einen offenen Zerfallskanal gewonnenen Erkenntnisse auf den allgemeineren Vielresonanz-Vielkanalfall übertragen. Dabei wurde die *globale* Umordnung des Spektrums als sukzessive Abfolge eines *lokal* wirkenden Mechanismus verstanden. Lokal bedeutet hier, daß innerhalb eines Gebietes mit einem endlichen Radius (*kritischer Radius*) in der komplexen Ebene die Interferenz der Resonanzen merklichen Einfluß auf die spektralen Eigenschaften des Systems hat.

Den kritischen Punkt des gesamten Systems habe ich als die Kopplungsstärke verstanden, bei der es zu einer Separation der letzten der K breiten Resonanzen kommt. Die Anzahl K der kurzlebigen Resonanzen ist gleich dem Rang der Kopplungsmatrix. Die Eigenwerte \tilde{E}_R ordnen sich in hierarchischer Weise bezüglich der Zerfallsbreite der Resonanzen –auf kleinen Energieskalen beginnend– über das gesamte Spektrum an. Gebiete hoher Niveaudichte sind bevorzugte Gebiete für das Trapping. Hier bedarf es nur geringer Kopplungsstärken, um schon große Interferenzeffekte und damit Umordnungsvorgänge zu erzeugen.

Aus dieser Erkenntnis kann jedoch *nicht* abgeleitet werden, daß $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ eine geeignete Größe für die Klassifikation des Umordnungsvorganges ist. Die Abhängigkeit des Trapping-Effektes von der speziellen Wahl des gebundenen Spektrums *und* der Struktur der Kopplungsmatrix bedingt unterschiedliche systemkritische Werte von $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ verschiedener Spektren.

Kapitel 6

Energieabhängigkeit, Schwelleneffekte, gebundene Zustände

In den vorangegangenen Abschnitten wurde der Trapping-Effekt als Folge der Interferenz von Resonanz-Zuständen durch Betrachtungen anhand verschiedener Modelle vorgestellt. Die Rechnungen auf der Grundlage des statistischen S -Matrix-Modells (Kapitel 4 und 5) dienten dazu, grundlegende Eigenschaften herauszuarbeiten und die Interferenz unter möglichst einfachen Rahmenbedingungen zu untersuchen. Dabei sind im Vergleich zum Kontinuum-Schalenmodell entscheidende Vereinfachungen getroffen worden.

Im Kontinuum-Schalenmodell wird die spektroskopische Struktur des zugrundeliegenden abgeschlossenen Systems H^{SM} durch die im Vielteilchen-System vorherrschenden Wechselwirkungen gegeben. Im S -Matrix-Modell wird auf eine Kernstrukturrechnung zur Bestimmung der Matrix \hat{H}^0 verzichtet. Stattdessen wird die Verteilung der Eigenwerte von \hat{H}^0 "per Hand" gewählt. Diese freizügige Wahl erlaubt es, die Wirkung der Kontinuumkopplung an verschiedenen Anfangsverteilungen zu testen. Fluktuationen in der Niveaudichte, Symmetrien bezüglich der relativen Lage der Resonanzen, Eigenwertverteilungen integrierbarer oder vollkommen chaotischer Systeme können auf plakative Weise simuliert werden, um nachzuprüfen, inwiefern die spezifischen Eigenschaften der Anfangsverteilung für den Umordnungsprozeß von Bedeutung sind. Jedoch ist eine Kontrolle über die Stärke der inneren Wechselwirkung nicht möglich, da sie schon implizit in der Verteilung der Eigenwerte von \hat{H}^0 enthalten ist.

Durch die Wahl von orthogonal zueinander stehenden Kopplungsvektoren V^c sind direkte Übergänge zwischen den Zuständen aus der Betrachtung ausgeschlossen. Außerdem wird der Einfluß von Zerfallsschwellen vernachlässigt. Die Anzahl der Kanäle ist im S -Matrix-Modell lediglich durch den Rang der Kopplungsmatrix F gegeben. Durch das Fehlen der elastischen Schwelle reicht das Spektrum von \hat{H}^0 über die ganze reelle Achse (praktisch ist es jedoch auf einem endlichen Energiegebiet beschränkt). Da aber drastische Energieabhängigkeiten der Eigenwerte des effektiven Hamilton-Operators nur in Schwellennähe vermutet werden, ist es gerechtfertigt, die Kopplungsvektoren V^c als energieunabhängig anzunehmen. Dadurch wird F rein imaginär.

Im Kontinuum-Schalenmodell sind die Zerfallsschwellen durch die Kernstruktur des $(A - 1)$ -Kernes gegeben. Unterhalb der Schwellenenergie ist der entsprechende Kanal nicht

geöffnet (Gl. (2.67)). Der Energieabhängigkeit des Kopplungsterms $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ in H_{QQ}^{eff} wird durch den Propagator $G_P^{(+)}(E)$ explizit Rechnung getragen. Die Korrekturen, die durch den externen Kopplungsterm hervorgerufen werden sind komplex. Sie tragen einen Imaginär- und einen Realteil.

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln prinzipielle Fragen nach dem Mechanismus des Trappings erörtert wurden, soll in diesem Kapitel die Untersuchung auf der Grundlage des realistischen Kontinuum-Schalenmodells fortgeführt werden. Die Diskussion ist im folgenden darauf gerichtet, die Tragweite der im S -Matrix-Modell getroffenen Vereinfachungen im Hinblick auf den Trapping-Effekt zu ermitteln: Inwiefern verändert eine korrekte Behandlung der Energieabhängigkeit der Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} das gewonnene Bild und wie äußert sich der Einfluß der Zerfallsschwellen auf die Interferenz der Resonanzen? Weiterhin ist die Wirkung des Realteils von $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ auf die Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} ein zentraler Punkt in diesem Kapitel. Diese Diskussion ist mit der Fragestellung verknüpft, ob auch gebundene Zustände, also Zustände unterhalb der elastischen Schwelle, an der Interferenz der Resonanz-Zustände teilhaben können.

6.1 Energieabhängigkeit der Eigenwerte

In Kapitel 3 wurden Rechnungen von $70\ 2p - 2h$ -Resonanzen im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells vorgestellt. Dabei wurde die Einschubenergie des Projektils und damit die Energie des Systems auf 37 MeV konstant gehalten. Mit Hilfe des Stärkeparameters α^{ex} wurde die Restwechselwirkung in den Termen H_{QP} und H_{PP} , die für die Kontinuumkopplung und die Kanal-Kanal-Kopplung verantwortlich sind, variiert. Ein wichtiges Resultat war die Separation der Lebensdauern von zwei kurzlebigen Resonanzen im dort behandelten Zweikanal-Fall.

Um Real- und Imaginärteil der komplexen Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} als die energetische Lage bzw. Zerfallsbreite einer Resonanz interpretieren zu können, ist es erforderlich, die Gleichungen (2.64), (2.65) zu lösen. Nur an *den* Energien, die die Fixpunktgleichungen erfüllen, entspricht der jeweilige Eigenwert einem Pol im Resonanzanteil der S -Matrix und gibt damit die Energie und inverse Lebensdauer einer Resonanz an. Die Gleichungen (2.64), (2.65) wurden in der in 3.1 vorgestellten Rechnung nicht gelöst. Statt dessen wurde die Systemenergie auf einem Wert, der ungefähr dem Zentrum des endlichen Spektrums entspricht, konstant gehalten. Die Ergebnisse für \tilde{E}_R und $\tilde{\Gamma}_R$ sind somit nur näherungsweise als die entsprechenden Resonanzparameter zu deuten. Sollte die Energieabhängigkeit des Imaginärteils der komplexen Eigenwerte in der gleichen Größenordnung liegen wie die Separation der beiden Eigenwerte aus Bild (3.2), so wäre die Interpretation der Ergebnisse als Trapping von Resonanz-Zuständen zumindest voreilig gewesen.

In Abbildung (6.1.a – .d) sind die Zerfallsbreiten der 70 Resonanzen aus Kapitel 3 gegen die Systemenergie aufgetragen. Die Energie wurde über den gesamten Energiebereich des Spektrums in Schritten von 0.1 MeV variiert. Die Rechnung wurde für zwei offene Zerfallskanäle durchgeführt. Fig. (6.1.a) und c zeigen die Ergebnisse für $\alpha^{\text{ex}} = 2$ und $\alpha^{\text{ex}} = 6$, also unter- bzw. oberhalb der Separation der beiden kurzlebigen Resonanzen. Der systemkritische Wert der Kopplungsstärke liegt bei ca. $\alpha^{\text{ex}} = 2.5$. Man sieht, daß die Zerfallsbreiten im betrachteten Energiebereich nur sehr schwach von der Energie abhängen und die Breitenseparation des Trapping-Effektes deutlich stärker ist als die Energieabhängigkeit der $\tilde{\Gamma}_R$.

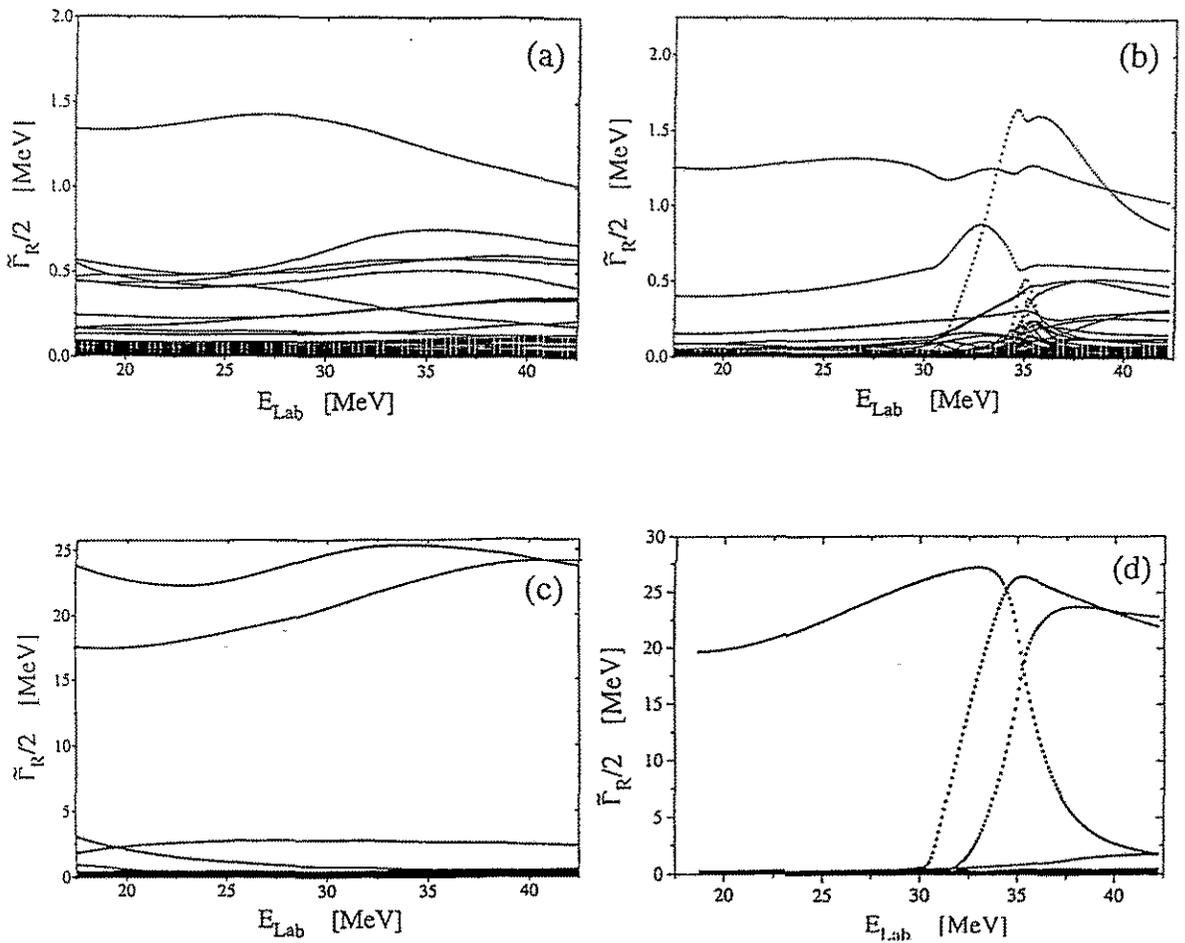


Abbildung 6.1: Die Zerfallsbreiten von 70 ($2p - 2h$)-Resonanzen als Funktion der Systemenergie E_{Lab} für: (a) $\alpha^{ex} = 2$, (b) $\alpha^{ex} = 2$ und der inelastischen Schwelle bei $E_{s2} = 34$ MeV, (c) $\alpha^{ex} = 6$, (d) $\alpha^{ex} = 6$ und der inelastischen Schwelle bei $E_{s2} = 34$ MeV, $N_R = 70$, $N_c = 2$.

Da man lediglich für Systemenergien E in der Nähe der Zerfallsschwellen eine große Sensibilität der komplexen Eigenwerte $\tilde{E}_R(E)$ gegenüber der Energie vermutet, ist dieses Ergebnis nicht unerwartet. Die inelastische Schwelle öffnet bei 6.3 MeV, die niederenergetischen Zustände liegen bei ca. 20 MeV, so daß Schwelleneffekte auf den Kurvenverlauf der $\tilde{\Gamma}_R$ aus Abbildung (6.1.a) und c keinen Einfluß ausüben können.

In Abb. (6.1.b) und d wurde die Schwellenenergie der inelastischen Schwelle "künstlich" auf 34 MeV hochgezogen. Man sieht eine drastische Fluktuation der Breiten aller Resonanzen in Schwellennähe. Unterhalb von 34 MeV ist nur der elastische Kanal geöffnet und nur eine Resonanz besitzt im Regime starker Kopplung eine große Zerfallsbreite mit ca. 20 MeV. Praktisch liegt bei diesen Energien ein Einkanalfall vor. Die Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ mit dem größten Überlappintegral zur Kanalwellenfunktion $\langle \xi_E^{1(+)} | V^{Res} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ bestimmt das Zerfallsgeschehen des gesamten Systems.

Die Zerfallsbreite der kurzlebigen Resonanz wächst mit steigender Energie an, bis der inelastische Kanal öffnet. Dann zeigt der Verlauf von $\tilde{\Gamma}_R(E)$ dieser Resonanz einen starken Abfall, währenddessen die Zerfallsbreiten zweier anderer Resonanzen sehr rasch anwachsen.

Die Kanalwellenfunktionen $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ berücksichtigen die Wechselwirkung zwischen freiem Teilchen und Restkern \hat{V}^{Res} . Sie beinhalten eine Mischung der beiden Wellenfunktionen $|\chi_E^{1(+)}\rangle$ und $|\chi_E^{2(+)}\rangle$ mit komplexen Koeffizienten $\langle \chi_E^{c(+)} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ (Kanal-Kanal-Kopplung). Unterhalb der inelastischen Schwelle trägt die Kanalwellenfunktion $|\chi_E^{2(+)}\rangle$ nur mit reellen Koeffizienten zu dieser Mischung bei. Davon bleiben die Imaginärteile Γ_R der Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} unbeeinflusst (Gl. (2.67)), bis die Systemenergie auf Werte oberhalb der inelastischen Schwelle angewachsen ist. Dann bewirkt die Kanal-Kanal-Kopplung auch eine Korrektur der Imaginärteile $\tilde{\Gamma}_R(E)$ der komplexen Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} .

Das heißt, die Wellenfunktion $|\xi_E^{1(+)}\rangle$, die den elastischen Kanal repräsentiert, ist vor und nach dem Überschreiten der Schwellenenergie verschieden. Aus diesem Grund nehmen auch die Überlappintegrale $\langle \xi_E^{1(+)} | V^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der Resonanzen unter- und oberhalb von 34 MeV verschiedene Werte an. Deshalb können die Matrixelemente $\langle \xi_E^{1(+)} | V^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ von zwei anderen Resonanzen den Wert von $\langle \xi_E^{1(+)} | V^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ des Zustandes übertreffen, der unterhalb der Schwelle eine große Breite hatte. Oberhalb 34 MeV bestimmen sie im wesentlichen das Zerfallsverhalten des Systems.

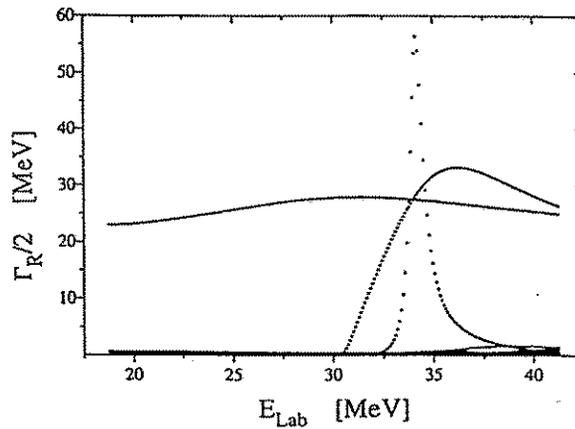


Abbildung 6.2: Die $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion von E_{Lab} für $\alpha^{\text{ex}} = 6$, $E_{s2} = 34$ MeV ohne Kanal-Kanal-Kopplung. $N_R = 70$, $N_c = 2$.

Falls diese Schlußfolgerungen richtig sind, sollte die breite Resonanz unterhalb der Schwelle zu den beiden breiten Zuständen oberhalb der Schwelle gehören, wenn die Kanal-Kanal-Kopplung auf Null gesetzt wird. Abb. (6.2) zeigt die Resultate einer Rechnung, die ebenfalls für $\alpha^{\text{ex}} = 6$ durchgeführt wurde. In allen bisher vorgestellten Rechnungen, wurden die Werte der Restwechselwirkung V^{Res} in den Kopplungstermen H_{QP} und H_{PP} simultan mit α^{ex} variiert. Hier jedoch ist die Restwechselwirkung in H_{PP} auf Null gesetzt, so daß keine Kanal-Kanal-Kopplung wirksam ist; die Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{1(+)}\rangle$ stimmt vor und nach Öffnen der Schwelle mit der Funktion $|\chi_E^{1(+)}\rangle$ überein.

Wie in den Rechnungen zuvor ist die inelastische Schwelle auf 34 MeV hochgezogen worden. Man sieht, daß mit fehlender Kanal-Kanal-Kopplung die Breite der kurzlebigen Resonanz über den gesamten Energiebereich in guter Näherung konstant bleibt. In der Nähe der Schwellenenergie können zwar die Breiten zweier weiterer Resonanzen ansteigen, infolge des Trapping-Effektes zeigt aber die Kurve von $\tilde{\Gamma}_R(E)$ eines Zustandes nach Überschreiten eines scharfen Maximums einen rapiden Abfall. Das bedeutet, das Vertauschen der breiten Moden nach Öffnen eines neuen Zerfallskanals in Abbildung (6.1.d) ist alleine auf

ist im Hinblick auf die Genauigkeit die die Interpretation des Trapping-Effektes fordert, zulässig.

6.2 Energieabhängigkeit der Breitenverteilung und die spektroskopische Struktur der Zustände

Nachdem ich sichergestellt habe, daß die Vernachlässigung der Energieabhängigkeit der Eigenwerte fernab der Schwellenenergien für die bisherige Diskussion belanglos ist, möchte ich im folgenden die Aufmerksamkeit auf Interferenz-Effekte in der Nähe der elastischen Schwelle lenken. In diesem Gebiet, wo die Energieabhängigkeiten besonders drastisch zutage treten, möchte ich überprüfen, ob der Trapping-Effekt selbst, das heißt die Interferenz der Resonanzen, energieabhängig ist.

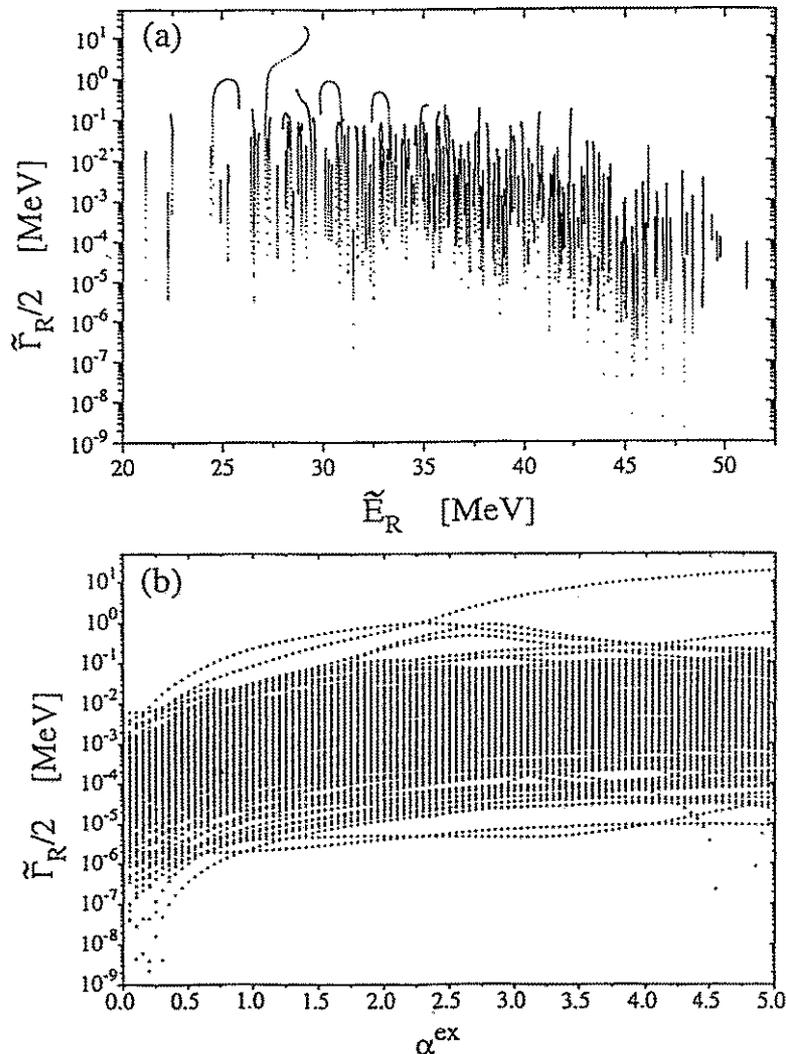


Abbildung 6.4: (a) Die Propagation der 190 \mathcal{E}_R in der komplexen Ebene $N_R = 190$ für $\alpha^{ex} = 0.05 - 5$ bei konstanter Energie $E_{Lab} = 37$ MeV und einem offenen Protonenkanal $N_c = 1$. (b) Die zugehörigen $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion von α^{ex}

Für diese Untersuchung wurden 190 $(2p-2h)$ -Zustände mit den Quantenzahlen $J^\pi = 1^-$ im Konfigurationsraum $[(1s)^{-1}(1p)^{-1}(2s, 1d)^2]$ ausgewählt. Die Systemenergie wurde wie in

Abb (3.2) in der Spektrummitte bei 37 MeV konstant gehalten und die Anzahl der Zerfallskanäle ist auf den elastischen Protonenkanal eingeschränkt. Die Propagation der Eigenwerte ist in Abbildung (6.4.a) im Bereich $0 < \alpha^{ex} < 5$ wiedergegeben. Abbildung (6.4.b) zeigt die Abhängigkeit der $\tilde{\Gamma}_R$ von der Kopplungsstärke.

Die breite Resonanz wird, wie auch die beiden breiten Zustände im Fall der 70 Resonanzen aus Kapitel 3, aus der niederenergetischen Hälfte des Spektrums gebildet. Der systemkritische Wert von α^{ex} liegt bei $\alpha^{ex} \approx 2.25$. Da die Niveaudichte der diskreten Eigenwerte E_R^{SM} größer ist als im Konfigurationsraum der 70 Resonanzen, liegt der systemkritische Wert α_{Sys}^{ex} bei kleineren Kopplungsstärken. Die Breite $\tilde{\Gamma}_R$ der kurzlebigen Resonanz liegt für $\alpha^{ex} = 5$ bei 10 MeV, die Zerfallsbreiten der getrappten Zustände streuen über den Bereich von $10^{-1} - 10^{-6}$ MeV. Dabei zeigt das Spektrum eine leicht abfallende Tendenz in den Imaginärteilen mit der Energie der Zustände.

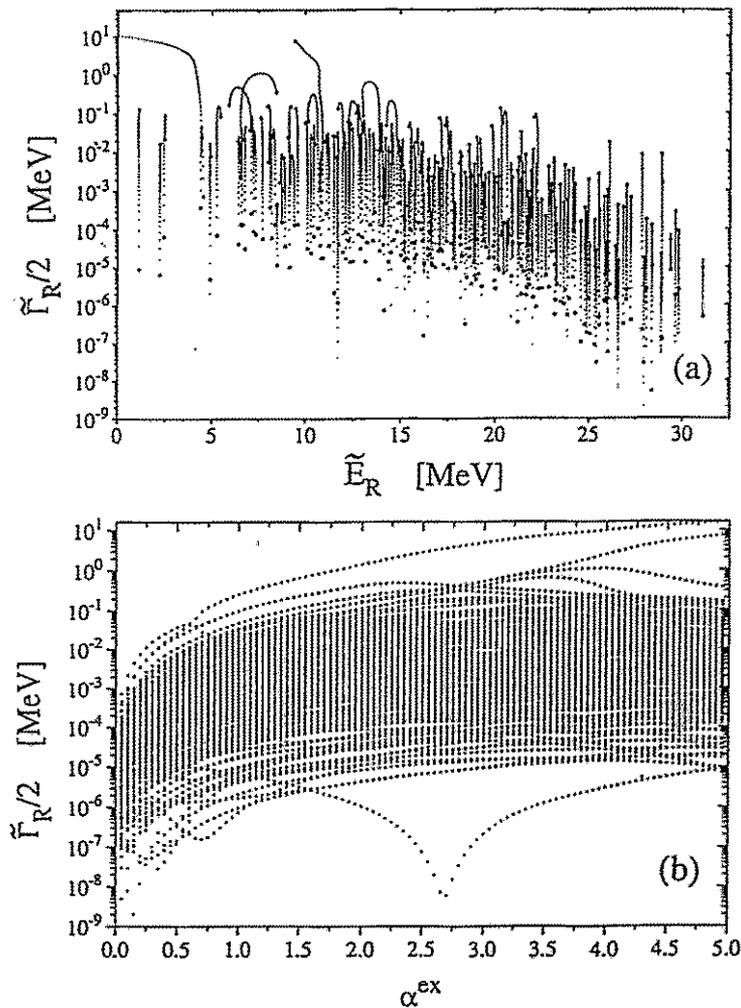


Abbildung 6.5: (a) Die komplexen Eigenwerte für $\alpha^{ex} = 0.05-5$, $N_c = 1$, $E_{Lab} = 15$ MeV. Die Schalenmodell-Energien E_R^{SM} wurden um 20 MeV reduziert. Die Anfangs- und Endpunkte sind durch Quadrate, bzw. Kreise gekennzeichnet. (b) Die $\tilde{\Gamma}_R$ aller 190 Zustände für die gleiche Rechnung

Die Abbildungen (6.5.a) und (6.5.b) zeigen die Ergebnisse einer Rechnung, die mit gleichen Parametern durchgeführt wurde wie in den Abbildungen (6.4.a) und (6.4.b). Jedoch

wurden hier alle 190 Schalenmodell-Energien E_R^{SM} um 20 MeV reduziert, so daß die Resonanzen sich nun näher an der Zerfallsschwelle befinden. Die Systemenergie wurde wieder bei einem Wert der dem Zentrum des Spektrums entspricht, konstant gehalten ($E_{\text{Lab}} = 15$ MeV). In den Abbildungen sind mit größeren Symbolen jeweils die Anfangs- und Endpunkte der Trajektorie jeder Resonanz gekennzeichnet (Quadrate $\hat{=}$ Anfangspunkte, Kreise $\hat{=}$ Endpunkte).

Vergleicht man die Abbildungen (6.4) und (6.5) miteinander, so erkennt man, daß der systemkritische Wert der Kopplungsstärke durch die Verschiebung der Resonanzen zu kleineren Energien drastisch abgesenkt wurde ($\alpha^{\text{ex}} \approx 0.6$ im Vergleich zu $\alpha^{\text{ex}} \approx 2.25$). Außerdem entwickelt sich die breite Resonanz aus einem verglichen mit Abbildung (6.4.a) tiefer liegenden gebundenen Zustände. Für kleine α^{ex} -Werte streuen die Breiten im Bereich von $10^{-4} - 10^{-8}$ MeV, für große Kopplungsstärken reichen die Werte für die getrappten Resonanzen von 10^{-1} bis 10^{-5} MeV.

Man sieht, daß in beiden Fällen die Eigenwerte bei kleineren α^{ex} mit wachsender Resonanzenergie im Mittel einen starken Abfall im Imaginärteil aufweisen. Das heißt, bei kleinen Kopplungsstärken beginnend, werden die niederenergetischen Zustände in der Breitenbildung im gesamten Bereich von α^{ex} bevorzugt. Auch die breiten Strukturen bilden sich im Bereich niedriger Energien heraus und erhalten durch $\text{Real}\{H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}\}$ zusätzlich einen Shift in Richtung kleiner Energien.

Wie aus den Ergebnissen aus der Kernspektroskopie bekannt, resultiert die Energieabhängigkeit der Zerfallsbreiten für kleine α^{ex} aus der spektroskopischen Struktur der Zustände [18]. Allgemein liegen die Zustände mit einfacher Struktur und größeren Breiten generell bei kleineren Energien als kompliziertere Anregungen. Dies drückt sich in der abfallenden Tendenz der Zerfallsbreiten im Bereich kleiner Kopplungsstärken aus.

Um sicherzugehen, daß die spektroskopische Struktur der Resonanzen für die abfallende Tendenz in der Zerfallsbreite bei kleinen Kopplungsstärken verantwortlich ist (siehe Quadrate in Bild (6.5.a)), habe ich die energetische Reihenfolge der Schalenmodell-Zustände in der folgenden Rechnung vertauscht. Das heißt, der Zustand mit der höchsten Anregungsenergie E_{190}^{SM} ist nun der niederenergetischste E_1^{SM} , der Zustand mit der Energie E_{189}^{SM} erhält die Energie E_2^{SM} etc.. Die Wellenfunktionen bleiben unverändert. Die Resultate sind in Abbildung (6.6.a und b) zusammengefaßt. Die Anfangs- und Endpunkte jeder Trajektorie sind wieder durch größere Symbole markiert.

Nach Vertauschen der Schalenmodell-Zustände sieht man im Gegensatz zu Abbildung (6.5) ein leichtes Anwachsen der Imaginärteile mit der Resonanzenergie für kleine α^{ex} . Bei kleiner externer Kopplung werden die Resonanz-Zustände noch in guter Näherung durch die Schalenmodell-Funktionen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ beschrieben. Nur eine oder wenige $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ leisten also einen wesentlichen Beitrag in der Entwicklung $|\tilde{\Phi}_R\rangle = \sum_{R'=1}^N b_{RR'}|\Phi_{R'}^{\text{SM}}\rangle$. Sie sind die Hauptkomponenten der Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$. Die Resonanzen, deren Hauptkomponenten die größten Übergangs-Matrixelemente $\langle\tilde{\Phi}_R^{\text{SM}}|V^{\text{Res}}|\xi_E^{c(+)}\rangle$ besitzen und damit die größten Zerfallsbreiten erhalten, liegen nun im höherenergetischen Bereich. Für die Breitenbildung ist also bei kleiner externer Kopplung die Struktur der Wellenfunktionen maßgebend.

Mit wachsendem α^{ex} kommt es zu einer immer stärker werdenden Mischung der Schalenmodell-Zustände über das Kontinuum. Dadurch wird der breitenbildende Einfluß der Struk

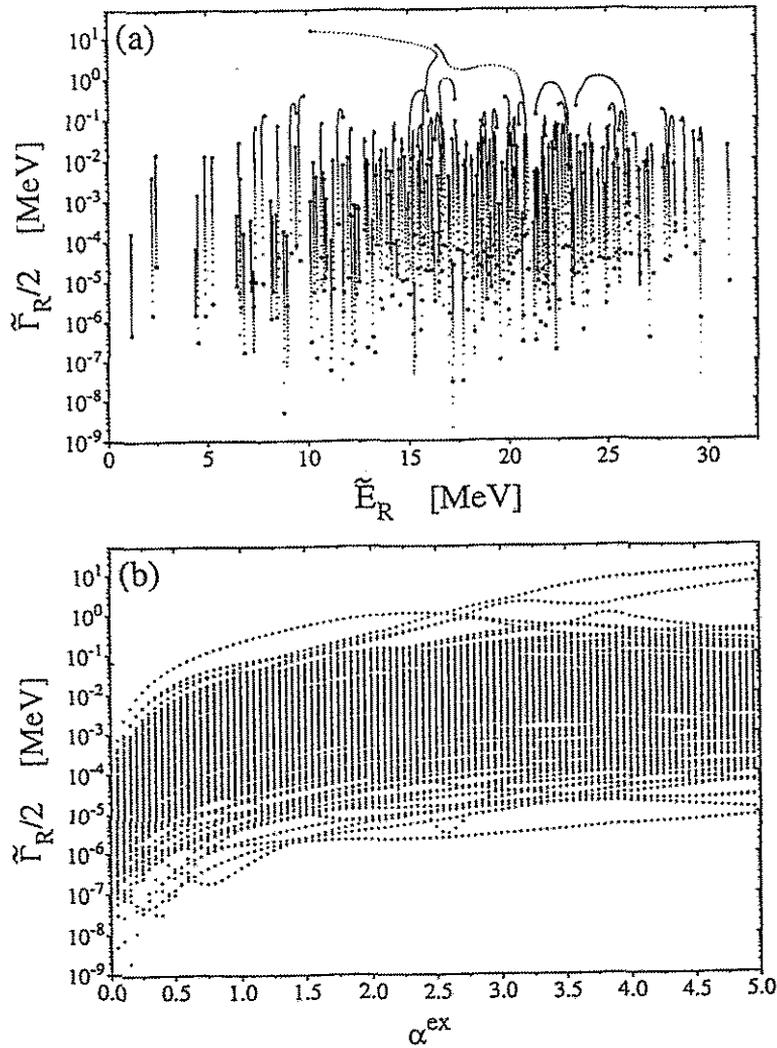


Abbildung 6.6: (a) Die komplexen Eigenwerte für $\alpha^{ex} = 0.05 - 5$, $N_c = 1$, $E_{Lab} = 15$ MeV. Die Schalenmodell-Energien E_R^{SM} wurden um 20 MeV reduziert und die Reihenfolge der Zustände umgekehrt. Die Anfangs- und Endpunkte sind durch Quadrate, bzw. Kreise gekennzeichnet. (b) Die $\tilde{\Gamma}_R$ aller 190 Zustände für die gleiche Rechnung.

tur der Schalenmodell-Eigenfunktionen abgeschwächt. Darüberhinaus zeigt sich in Abbildung (6.6.a), daß der Trapping-Effekt Zustände kleiner Energie bevorzugt. Das anfängliche Defizit der Resonanzen im niederenergetischen Bereich wird fast vollständig aufgehoben (vergleiche Abb. (6.6.a) und (6.5.a)), so daß bei $\alpha^{ex} = 5$ keine eindeutige Tendenz der $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion der Resonanzenergie festzustellen ist. Außerdem ist die kurzlebige Resonanz nicht mehr die gleiche wie in Abb. (6.5.a).

Wäre lediglich die Struktur der Schalenmodell-Funktionen relevant für die Selektion der breiten Resonanzen, so müßte in dieser Rechnung der breite Zustand am rechten Rand des Spektrums entstehen. Die breite Resonanz erwächst aber aus der Spektrummitte, also aus der Gruppe der Zustände, die aufgrund ihrer Struktur in der Breitenbildung gegenüber den in dieser Rechnung hochenergetischen Zuständen für kleine α^{ex} benachteiligt sind. Weiterhin ist für die Separation der breiten Resonanz eine wesentlich höhere Kopplungsstärke notwendig als in der vorangegangenen Rechnung, in der die Schalenmodell-Zustände in ihrer richtigen Reihenfolge belassen wurden. Der Wert der systemkritischen Kopplung liegt mit

$\alpha_{\text{Sys}}^{\text{ex}} \approx 3.2$ sehr hoch im Vergleich zu $\alpha^{\text{ex}} \approx 0.6$ der vorhergehenden Rechnung. In dieser Rechnung konkurrieren die beiden Effekte miteinander: Bevorzugung der Zustände kleiner Energie und die Bedeutung der Struktur der Wellenfunktion einer Resonanz. Aus diesem Grund gelingt die Separation eines Eigenwertes erst bei höheren Wechselwirkungsstärken.

Die externe Kopplung verursacht also Interferenzeffekte, durch die Zustände geringer Energie in der Breitenbildung bevorzugt werden. Der Trapping-Effekt bevorzugt Zustände kleiner Energie. Darüberhinaus haben diese Zustände den Vorteil einer einfachen Struktur ihrer Wellenfunktion, so daß die Matrixelemente $\langle \check{\Phi}_R | V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ schon bei kleinen Kopplungsstärken relativ hohe Werte annehmen.

6.3 Interferenz durch gebundene Zustände

Im Kontinuum-Schalenmodell besitzt der äußere Kopplungsterm $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ einen Imaginär- und einen Realteil. Die reellen Anteile liegen für Energien oberhalb der elastischen Schwelle in der gleichen Größenordnung wie die Imaginärteile. Sie verursachen eine Energieverschiebung der Resonanzen. Unterhalb der Schwelle, also für gebundene Zustände, ist die äußere Mischung nur durch die reellen Anteile gegeben.

Die Auswirkungen der Reateile von $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ auf das Interferenzbild soll im folgenden untersucht werden. Dazu wurde eine ähnliche Rechnung wie im vorangegangenen Kapitel 6.2 durchgeführt. Die Schalenmodell-Energien wurden um 20 MeV abgesenkt. Zuzüglich wurde die elastische Schwelle um 15 MeV nach oben verschoben, so daß ca. die Hälfte der Schalenmodell-Zustände bei negativen Energien liegen, also gebunden sind. In der Rechnung wurde ebenfalls nur der elastische Kanal berücksichtigt. Die Energie des Systems wurde bei $E_{\text{Lab}} = 7$ MeV konstant gehalten. Die Propagation der Eigenwerte ist in Abb. (6.7a und b) dargestellt.

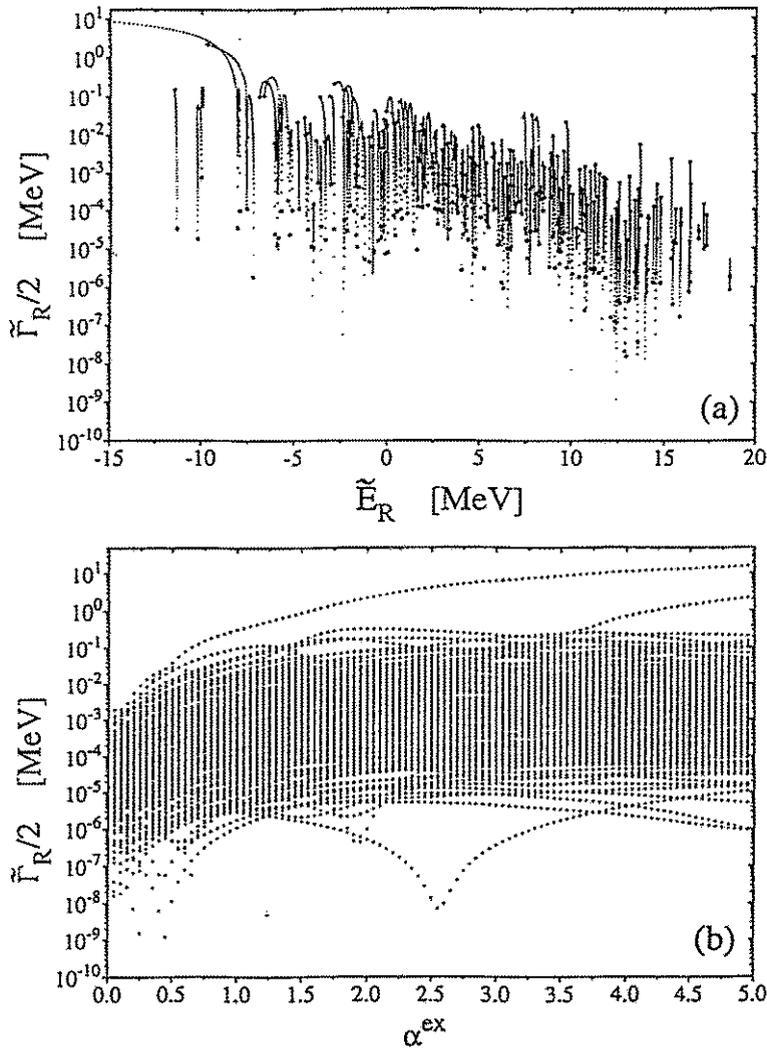


Abbildung 6.7: (a) Die komplexen Eigenwerte für $\alpha^{ex} = 0.05 - 5$, $N_c = 1$, $E_{Lab} = 7$ MeV. Die Schalenmodell-Energien E_R^{SM} wurden um 20 MeV reduziert und die elastische Schwelle E_{s1} um 15 MeV angehoben. Die Anfangs- und Endpunkte sind durch Quadrate, bzw. Kreise gekennzeichnet. (b) Die $\tilde{\Gamma}_R$ aller 190 Zustände für die gleiche Rechnung.

Zunächst fällt auf, daß die Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} unterhalb der elastischen Schwelle komplex sind. Darüber hinaus erwächst der Zustand, dessen Eigenwert den größten Imaginärteil aufweist, aus dem Energiegebiet *kleiner Null*. Dies erscheint widersprüchlich, da es Eigenwerte gebundener, also diskreter Zustände, sind, die keine Zerfallsbreite besitzen dürfen.

Besonders in Gebieten starker Energieabhängigkeiten müssen zur Ermittlung der Resonanzparameter (Lage und Breite) jedoch die Fixpunktgleichungen (2.64) und (2.65) gelöst werden. Dies ist in diesem Fall nicht geschehen, E_{Lab} wurde bei 7 MeV konstant gehalten. Die Imaginärteile der Eigenwerte bei negativen Energien können aus diesem Grunde nicht als Zerfallsbreiten der Zustände gedeutet werden. Der Resonanzanteil der S-Matrix besitzt bei negativen Energien keine komplexen Pole, sondern Pole auf der reellen Achse. Um zu demonstrieren, daß die Breiten für Energien $E \rightarrow 0$ gegen Null gehen, habe ich für das gleiche System die Energie variiert und in Abb (6.8) die Imaginärteile von $\tilde{E}_R(E)$ gegen E_{Lab} aufgetragen. Man erkennt die starke Energieabhängigkeit der $\tilde{\Gamma}_R(E)$ für Energien in der Nähe der elastischen Schwelle. Alle Imaginärteile gehen bei $E_{Lab} = 0$ auf Null zurück.

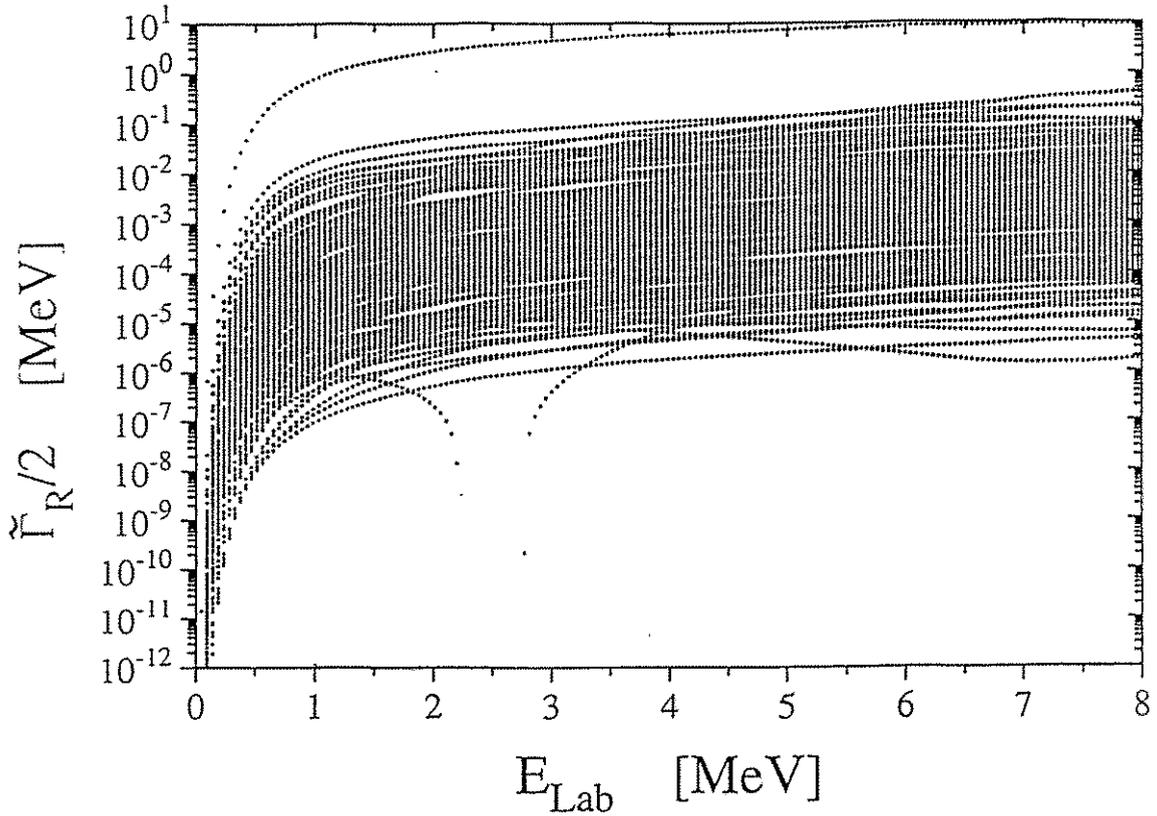


Abbildung 6.8: (a) Die $\tilde{\Gamma}_R$ für $N_R = 190$, $\alpha^{\text{ex}} = 3.5$, $N_c = 1$ als Funktion von E_{Lab} . Die Schalenmodell-Energien E_R^{SM} wurden um 20 MeV reduziert und die elastische Schwelle E_{s1} um 15 MeV angehoben.

Die Imaginärteile der Eigenwerte unterhalb der elastischen Schwelle aus Abb. (6.7) symbolisieren daher *nicht* die inverse Lebensdauer. Für die gebundenen Zustände sind die Werte der Übergangsmatrixelemente $\langle \xi_E^{c(+)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ bei positiven Systemenergien E ungleich Null und komplex. Der Resonanzzustand $|\tilde{\Phi}_R\rangle$, dessen Wellenfunktion eine ähnliche Struktur wie die Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ hat, erzeugt eine große Übergangsamplitude. Das heißt, solche Zustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ sollten annähernd eine Struktur von Targetsystem \otimes Einteilchen-Funktion annehmen.

Aus diesem Grund sind die gebundenen Zustände des Ensembles in der Lage, an der Interferenz *aller* Zustände teilzunehmen und eine Separation kurzlebiger Zustände aus dem Gebiet oberhalb der Schwelle zu verhindern. Im hier diskutierten Spezialfall (Abb. (6.7)) werden *alle* Resonanzen getrappt. Die Eigenwerte positiver Energie zeigen ein Umklappen der Bewegungsrichtung, und die Resonanzen werden langlebiger.

Allerdings ist die Deutung der Eigenwerte als Lage und Breite einer Resonanz im stark energieabhängigen Gebiet in der Nähe der elastischen Schwelle ohne Lösen der Fixpunktgleichungen 2.64 und 2.65 problematisch. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, habe ich in einer Ein-Kanal-Rechnung einen Energiegap um die elastische Schwelle erzeugt, so daß sich in dem Energiebereich, in dem die Eigenwerte eine deutliche Abhängigkeit von E_{Lab} zeigen, kein Zustand befindet. In diesem Fall ist die Deutung der Eigenwerte als die Energie und

Breite der Resonanzen näherungsweise gerechtfertigt. Die Ergebnisse sind in Figur (6.9) zusammengefaßt.

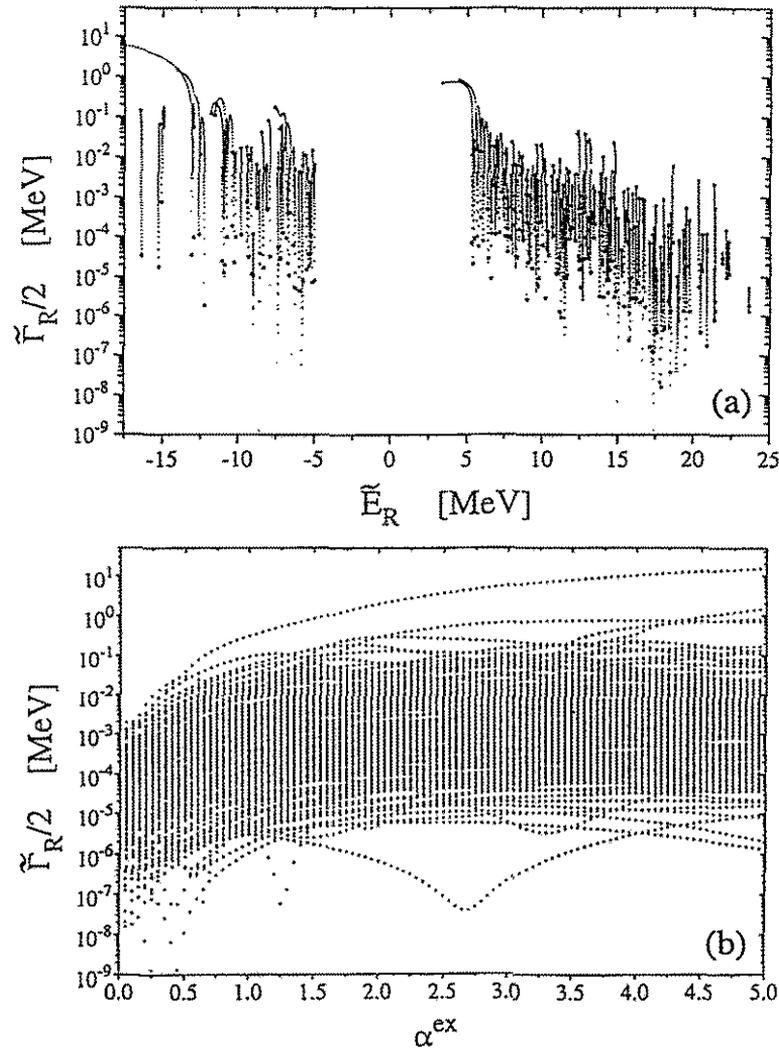


Abbildung 6.9: (a) Die \tilde{E}_R für $N_R = 190$, $N_c = 1$, $E_{Lab} = 7$ MeV. α^{ex} durchläuft Wert von 0.05 bis 5. (a) Die zugehörigen $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion von α^{ex} .

Die Schalenmodell-Energien E_R^{SM} wurden um 20 MeV reduziert und die elastische Schwelle E_{s1} um 15 MeV angehoben. Die Schalenmodell-Zustände wurden um jeweils 5 MeV gegenüber der elastischen Schwelle nach unten, bzw. oben verschoben. Wie in den Rechnungen zuvor erkennt man einen starken Abfall der Zerfallsbreiten innerhalb des Spektrums mit Ansteigen der Energie. Am linken Rand des ungebundenen Teils des Spektrums entstehen zunächst breite Strukturen, die sich deutlich gegenüber den restlichen Eigenwerten im Imaginärteil abspalten können. Sie werden jedoch bei noch höheren Kopplungsstärken durch den Einfluß der gebundenen Zustände getrappt. Die Driftgeschwindigkeit dieser Eigenwerte verkleinert sich und es kommt zu einem Umklappen in Richtung der reellen Achse. Die Zustände zeigen effektiv ein Abkoppeln vom Unterraum der Kontinuumsfunktionen.

Mit diesem Beispiel wurde damit gezeigt, daß gebundene Zustände durch Interferenzwirkung die Breitenentwicklung von Resonanz-Zuständen erheblich stören können. Eine Separation von K kurzlebigen Resonanzen ist im oben betrachteten Beispiel *nicht* möglich. Dieses Resultat könnte für die Interpretation bestimmter Resonanzphänomene von Bedeutung sein.

Dabei denke ich an die Neutronenresonanzen, die knapp oberhalb der Zerfallsschwelle im Gebiet hoher Niveaudichte liegen und eine für den Atomkern ungewöhnlich lange Lebensdauer haben. Im Hinblick auf die Resultate dieses Kapitels ist es denkbar, daß die Neutronenresonanzen durch Interferenz mit gebundenen Zuständen getrappt sind.

6.4 Neutronenresonanzen

Die typische Skala für den Zerfall eines Systems ist über die Unschärferelation mit den im System vorherrschenden Wechselwirkung verknüpft. Die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen liegt in der Größenordnung MeV. Wegen $\Delta E \cdot \Delta \tau = \Delta E \cdot 1/\Gamma^{Neutr} \approx \hbar$ sollten die Zerfallsbreiten der Resonanz-Zustände in der gleichen Größenordnung liegen, falls der Zerfall nicht durch Erhaltungssätze unterdrückt ist (z.B. Isospinerhaltung). Die Neutronenresonanzen sind unter diesem Gesichtspunkt ein Kuriosum in der Kernphysik. Ihre Zerfallsbreiten liegen im Bereich von keV für Kerne mit Massenzahlen $A \approx 50$ und zeigen stark abfallende Tendenz für ansteigende Nukleonenzahlen. Für sehr schwere Kerne ($A \approx 200$) liegen sie 6 Größenordnungen unterhalb der oben getroffenen Abschätzung ($\Gamma^{Neutr} \approx 1 - 10$ eV). Gleichzeitig werden bei Wirkungsquerschnitt-Messungen sehr kurzlebige breite Strukturen im gleichen Energiegebiet beobachtet, von denen die Feinstruktur-Resonanzen überlagert sind.

Dieses ungewöhnliche Resonanzverhalten findet eine Erklärung, wenn man annimmt, daß die Neutronenresonanzen Mischungen komplizierter Anregungsmodi des Kernes sind. Diese Zustände haben eine geringe Anregungs- bzw. Zerfallswahrscheinlichkeit, wodurch die großen Lebensdauern erzeugt werden. Gleichzeitig werden die kurzlebigen Strukturen als einfache Einteilchen-Einlochanregungen gedeutet. Durch diese Annahmen kann das gleichzeitige Auftreten zweier Zeitskalen im Zerfallsverhalten des Kernes erklärt werden. Andererseits erinnert das Bild sehr langlebiger Resonanzen im Bereich hoher Niveaudichte (die Neutronenresonanzen werden bei schweren Kernen oberhalb einer Anregungsenergie von 8 MeV beobachtet), die von sehr breiten Zuständen überlagert werden, stark an die durch den Trapping-Effekt hervorgerufene Situation bei hoher Kopplungsstärke. Die Interferenz miteinander stark korrelierter Zustände liefert also einen eleganten Mechanismus, der ohne zusätzliche Annahmen über verschiedene Anregungsformen des Kernes das simultane Auftreten verschiedener Zeitskalen in den Lebensdauern der Zustände zwangsläufig erklärt.

In der Arbeit von [41] wurde untersucht, ob der Trapping-Effekt eine Interpretationsmöglichkeit für die Neutronenresonanzen bietet. Grundlage für diese Arbeit bildet die Messung von 22 Neutronenresonanzen in ^{53}Cr . Die experimentellen Daten $\mathcal{E}_i^{Neutr} = E_i^{Neutr} - \frac{i}{2}\Gamma_i^{Neutr}$ wurden durch Messung des Wirkungsquerschnittes aus [10] und [11] entnommen. Die Analyse der s-Wellen erfolgt mit Hilfe eines S-Matrix-Modells. Als ungestörte Basis werden zunächst die spektralen Daten einer Einteilchen-Resonanz $\mathcal{E}^{s.p.} = E^{s.p.} - i/2\Gamma^{s.p.}$ und $N-1 = 21$ gebundene Zustände E_i^0 unter Benutzung der Parameter der K - und R -Matrix extrahiert. Sie bilden die Eigenwerte des Operators \hat{H}^0 . Weiterhin werden die Werte von $N-1$ reellen Kopplungsmatrixelementen v_i ermittelt, die die Mischung dieser ungestörten Basis hervorrufen. Der Hamilton-Operator aus [41] ist durch

$$H(\alpha) = H^0 + \alpha \cdot V \quad (6.1)$$

gegeben. \hat{H}^0 ist hier diagonal gewählt mit den Energien der 21 gebundenen Zustände und

$\mathcal{E}^{s.p.}$ der Einteilchen-Resonanz als Eigenwerte. Eine reelle Wechselwirkungsmatrix V mischt diese Zustände untereinander. Sie hat die Form $V = \sum_{i,j=1}^N 1(v_j\delta_{i1} + v_i\delta_{1j})|i^0\rangle\langle j^0|$, mit $v_1 = 0$ und $|1^0\rangle, \dots, |N^0\rangle$ als Eigenbasis von \hat{H}^0 . Die gesamte Zerfallsbreite des Systems ist also bei Kopplungsstärke $\alpha = 0$ auf der Einteilchen-Resonanz vereinigt. Mit wachsender Mischung der Zustände untereinander erhalten auch die anderen Zustände unter der Bedingung $\sum_{i=1}^N \Gamma_i(\alpha) = \Gamma^{s.p.}(\alpha = 0)$ eine endliche Lebensdauer. Die Wechselwirkung V ist dabei so angesetzt, daß bei $\alpha = 1$ die experimentellen Werte $\mathcal{E}^{N_{\text{entr}}}$ als Eigenwerte von $H(\alpha)$ wiedergegeben werden. Das heißt, die Lagen und Zerfallsbreiten der 22 Neutronenresonanzen werden durch Interferenz der 21 gebundenen Zustände und der Einteilchen-Resonanz reproduziert.

Analog zu Rechnungen der vorangegangenen Abschnitte ist in dieser Arbeit die Kopplungsstärke variiert worden, um die Bewegung der 22 Eigenwerte in der komplexen Ebene zu verfolgen. Mit wachsendem α driften 21 Eigenwerte auf Kosten der Zerfallsbreite der Einteilchen-Resonanz in die komplexe Ebene hinein. Wenn die Eigenwerte innerhalb ihres kritischen Radius zueinander liegen, kommt es auch hier zu einem Umklappen der Bewegungsrichtung der meisten Eigenwerte. Nur zwei Eigenwerte können über den gesamten ausgewählten Bereich des Kopplungsparameters ($\alpha = 1 - 10$) ungestört in die komplexe Ebene hineindriften ($\text{rank}(V) = 2$).

Das Ergebnis dieser Rechnung ergab, daß die meisten Eigenwerte bei $\alpha = 1$, das heißt in der Nähe des kritischen Punktes oder darüber liegen. In diesem Beispiel konnten experimentelle Daten von 22 Neutronenresonanzen mit Hilfe des Trapping-Effektes reproduziert werden. Erreichen die Eigenwerte des gesamten Hamilton-Operators $H(\alpha)$ die experimentellen Werte, so befinden sich die interferierenden Zustände in einem kritischen Stadium, wo Breitenwachstum in Breitenreduktion umschlägt.

In diesem Zusammenhang zeichnen sich die Neutronenresonanzen noch durch eine weitere Besonderheit aus. Die Abstandsverteilung der Zustände gehorcht einer Wigner-Verteilung und sie sind somit das bisher einzige bekannte experimentelle Beispiel für Quantenchaos in der Kernphysik [74]. (Die Zustandsverteilung des quantenmechanischen Pendants eines klassisch integrablen Systems gehorcht einer Poisson-Verteilung. Die Zustände der quantisierten, klassisch chaotischen Systeme genügen einer Wigner- oder GOE-Verteilung. Die GOE-Verteilung der Zustände wird allgemein als Indikator für Quantenchaos angesehen.)

Sollten die Neutronenresonanzen als Folge der Interferenz der Resonanzen interpretiert werden können, so muß durch den Trapping-Effekt auch deren quantenchaotische Eigenschaft reproduziert werden. In [53] wurde dieser Sachverhalt im Rahmen des in Kapitel 2 beschriebenen S -Matrix-Modells untersucht. Dazu wurden die reellen Eigenwerte des Operators H^0 gemäß einer Poisson-Verteilung angeordnet. Die Anfangsverteilung bei der Kopplungsstärke $\alpha = 0$ war also gleich der eines integrablen Systems gewählt. Mit Anwachsen der äußeren Kopplung treten Abweichungen zu dieser Verteilung auf, da die Eigenwerte mit ansteigender Kopplung nicht nur an Breite gewinnen, sondern auch einen Energieshift erleiden (siehe auch Abb (5.1) und (5.5) aus Kapitel 5). Nach Abseparation K breiter Resonanzen nähert sich die Abstandsverteilung der getrappten Zustände einer GOE-Verteilung. Das heißt, auch der quantenchaotische Aspekt der Neutronenresonanzen kann durch den Trapping Mechanismus erklärt werden.

6.5 Einfluß gebundener Zustände auf den Wirkungsquerschnitt

Die Linienform von Resonanzen in der Nähe inelastischer Schwellen wurde in [54] im Detail untersucht. In dieser Arbeit wurde eine isolierte Resonanz in kleinen Schritten über die Schwellenenergie eines *inelastischen* Kanals geschoben. Es wurde eine Resonanz ausgewählt, deren Imaginärteil des komplexen Eigenwertes, $\tilde{\Gamma}_R(E)$, einen steilen Anstieg beim Öffnen des Kanals besitzt. Der Wirkungsquerschnitt zeigt eine asymmetrische Linienform. Liegt die Resonanz knapp oberhalb der Schwellenenergie $\tilde{E}_R \approx E_{s2}$, so gibt der niederenergetische Teil des Wirkungsquerschnitts ($E < E_{s2}$) die Breit-Wigner-Kurve einer Resonanz mit weitaus kleinerer Breite als der höherenergetische Teil ($E > E_{s2}$). Die Präsenz der Schwelle erzeugt damit einen hochenergetischen Schwanz im Wirkungsquerschnitt.

An einem einfachen Beispiel von zwei Resonanzen habe ich die Auswirkungen eines gebundenen Zustandes auf eine Resonanz, die sich knapp oberhalb der *elastischen* Schwelle des Neutronenkanals befindet, anhand des totalen Wirkungsquerschnittes untersucht. Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind für $\alpha^{\text{ex}} = 2$ erzielt worden und in Abb. (6.10.a – .d) zusammengestellt.

Bild (6.10.a) zeigt den totalen Wirkungsquerschnitt einer einzigen Resonanz bei 0.08 MeV ohne den Einfluß weiterer gebundener oder ungebundener Zustände (durchgezogene Linie). Der direkte Anteil ist durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Die Resonanz ist deutlich am Unterschied der Kurven für den totalen Wirkungsquerschnitt und dessen direkten Anteil zu erkennen. Wie oben erläutert, weisen Resonanzen in Schwellennähe eine asymmetrische Linienform im Wirkungsquerschnitt auf. Auch in dieser Abbildung ist ein hochenergetischer Schwanz im totalen Wirkungsquerschnitt σ^{tot} der einzelnen Resonanz zu erkennen. Bei $E \rightarrow 0$ gehen die Werte von σ^{tot} auf Null zurück, obwohl der direkte Anteil noch relativ hohe Werte aufweist. Dieses Verhalten kann durch Interferenz des direkten- und des Resonanzanteils des Wirkungsquerschnittes erklärt werden.

Abbildung (6.10.b) zeigt die Ergebnisse einer Rechnung, für die ich *einen* Zustand aus dem Ensemble der 190 ($2p - 2h$)-Anregungen unmittelbar unter die elastische Schwelle gelegt habe. Der Zustand liegt bei -0.014 MeV. Bei positiven Energien ist kein weiterer Zustand berücksichtigt. Der Wirkungsquerschnitt und dessen direkter Anteil sind beide wie in Abbildung (6.10.a) eingezeichnet. Die Differenz der beiden Kurven wird durch den Einfluß des gebundenen Zustandes verursacht. Es zeigt sich, daß durch $\langle \xi_E^{c(+)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ große Amplituden von σ^{tot} bei kleinen, aber positiven Energien ohne das Vorhandensein weiterer Resonanz-Zustände erzeugt werden.

Abb. (6.10.c) zeigt das Zusammenwirken des gebundenen und eines ungebundenen Zustandes im totalen Wirkungsquerschnitt. Wieder ist der direkte Anteil als gestrichelte Linie dargestellt und der Resonanzanteil aus der Differenz der beiden Kurven abzulesen. Die Lage der beiden Schalenmodell-Zustände ist bei -0.07 MeV und 0.2 MeV festgelegt. Während der direkte Anteil ein nahezu konstantes Verhalten zeigt, spiegelt sich in σ^{tot} die Interferenz der beiden Zustände deutlich wider. Wie schon in Abb. (6.10.a) erkennt man die Präsenz des gebundenen Zustandes am steilen Anstieg von σ^{tot} für $E \rightarrow 0$. Weiterhin verändert die Interferenz der beiden Zustände die Linienform der Resonanz erheblich. Dies äußert sich einerseits im Amplitudenverlust in σ^{tot} für den ungebundenen Zustand. Zugunsten des gebundenen Zustandes nimmt die Resonanz im Wirkungsquerschnitt um einen Faktor 2 klei-

neren Werte an. Andererseits zeigt die Kurve im Gegensatz zur Abb. (6.10.b) ein Minimum bei ca. 0.225 MeV. Der Unterschied zur Breit-Wigner-Kurve einer isolierten Resonanz ist in dieser Situation nicht allein durch das Vorhandensein der Zerfallsschwelle zu erklären, sondern er wird auch durch die Interferenz zwischen gebundenem und ungebundenem Zustand verursacht.

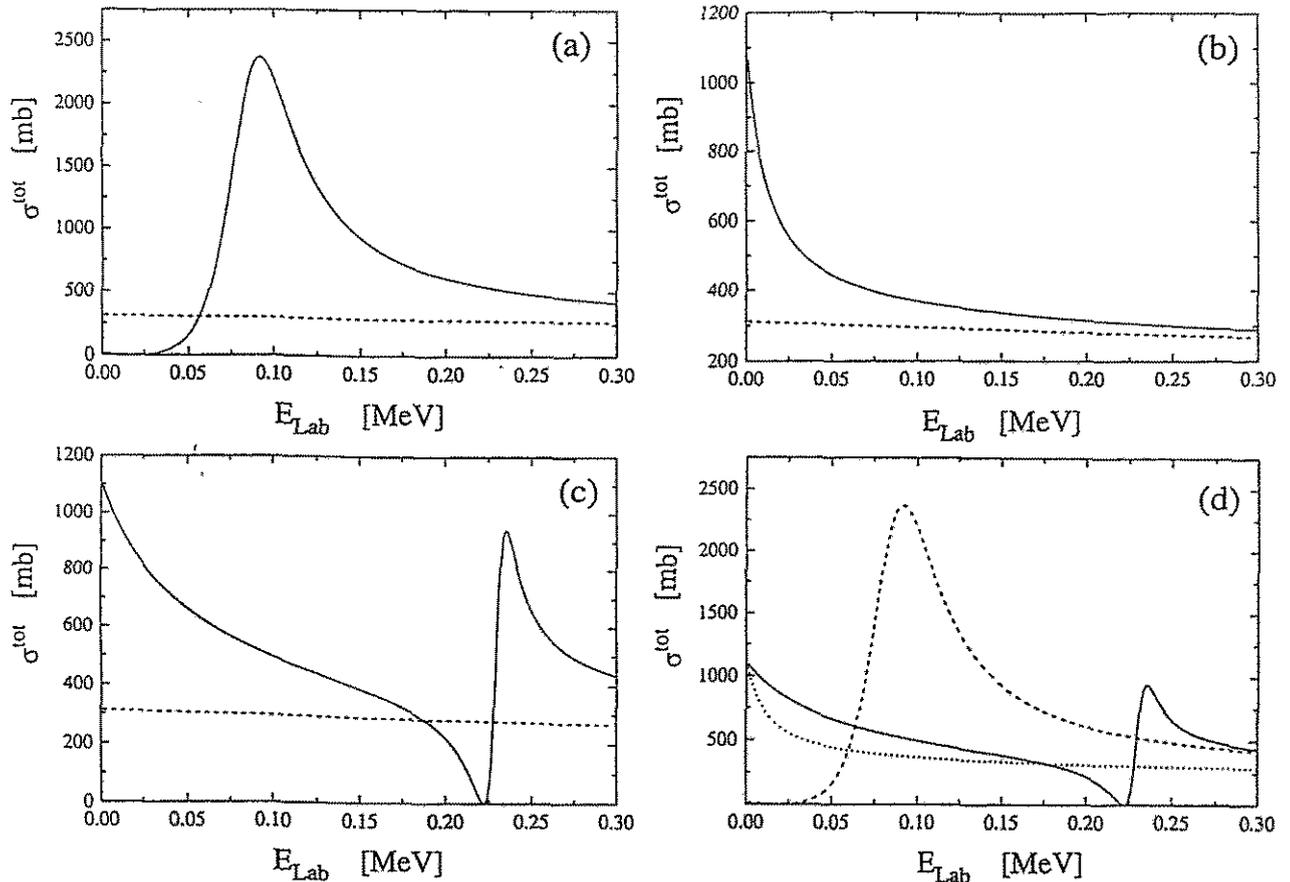


Abbildung 6.10: Der totale Wirkungsquerschnitt σ^{tot} und dessen direkter Anteil bei $\alpha^{\text{ex}} = 2$ und einem offenen Zerfallskanal für: (a) einen Resonanzzustand, (b) einen gebundenen Zustand, (c) einen gebundenen und einen Resonanzzustand, (d) Vergleichende Darstellung der Kurven.

Um den Interferenzeffekt zwischen Zuständen unter- und oberhalb der elastischen Schwelle plastisch zu machen, habe ich σ^{tot} der drei Rechnungen in Abbildung (6.10.d) zusammen dargestellt. Die gestrichelte Linie zeigt den Wirkungsquerschnitt der Resonanz, die lediglich durch die Nähe der Zerfallsschwelle eine Asymmetrie in der Linienform aufweist. Die gepunktete Kurve zeigt den Einfluß des gebundenen Zustandes auf σ^{tot} ohne Berücksichtigung weiterer Zustände, und die durchgezogene Linie zeigt das Interferenzbild der beiden Zustände. Da alle Rechnungen für den gleichen Wert der Kopplungsstärke, $\alpha^{\text{ex}} = 2$, durchgeführt wurden, kann dieser Effekt nur durch das Zusammenwirken der beiden Zustände verursacht worden sein. Dieser Sachverhalt äußert sich außerdem in einem starken Amplitudenverlust von σ^{tot} für den Resonanzzustand.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen deutlich, daß gebundene Zustände einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf das Resonanzverhalten von Zuständen oberhalb der Schwelle haben können. Allerdings verdeutlichen sie lediglich prinzipielle Effekte. Im allgemeineren Vielresonanzfall zeigt σ^{tot} ein komplexeres Verhalten.

Für den Fall des teilweise gebundenen und teilweise ungebundenen Spektrums der 190 Zustände bei einem offenen Protonenkanal (Abb. (6.7)) habe ich den totalen Wirkungsquerschnitt bis zu einer Systemenergie von 15 MeV in sehr kleinen Energieschritten $\Delta E = 0.001$ MeV berechnet. Die Stärke der äußeren Kopplung wurde auf $\alpha^{\text{ex}} = 3.5$ festgelegt. Bei diesem Wert hat sich der betreffende Eigenwert des gebundenen Zustandes deutlich von allen anderen separiert (Abb. (6.7.b)). Wie in den Abbildungen zuvor zeigt die durchgezogene Linie in Abbildung (6.11) den Verlauf von σ^{tot} , die gestrichelte Kurve gibt den direkten Anteil wieder.

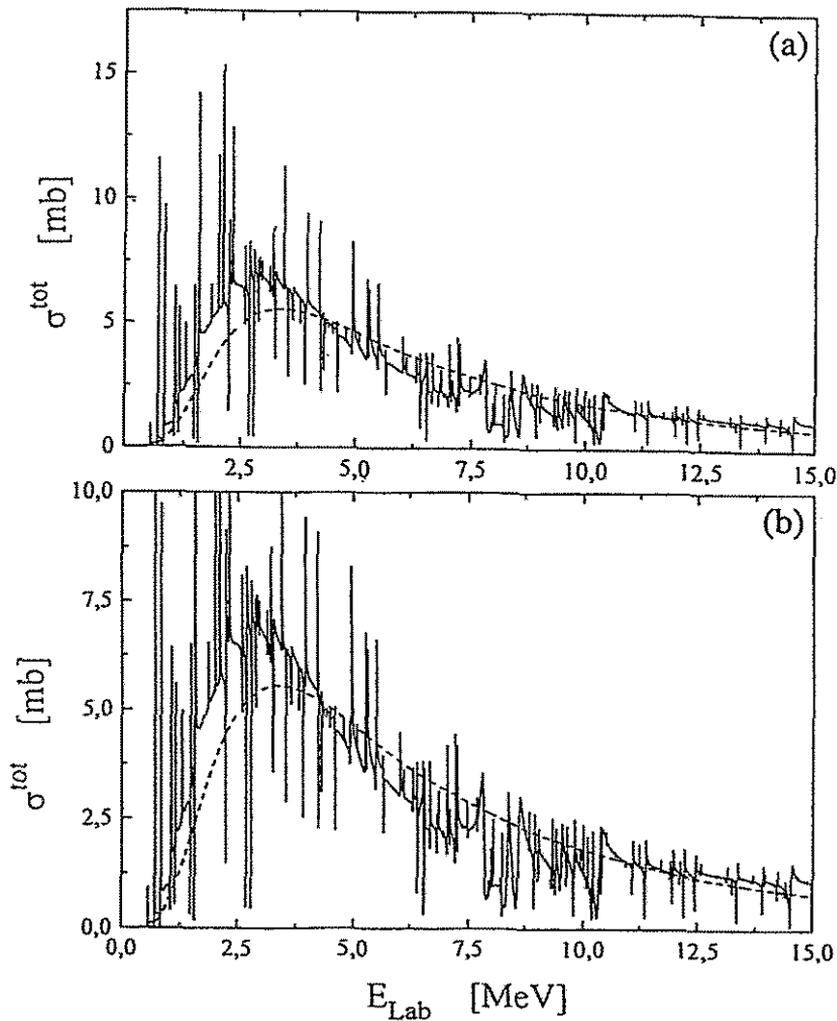


Abbildung 6.11: (a) Der totale Wirkungsquerschnitt σ^{tot} (durchgezogene Kurve) und dessen direkter Anteil (gestrichelte Linie) bei $\alpha^{\text{ex}} = 3.5$ und einem offenen Protonenkanal für das teilweise gebundene Spektrum. $N_R = 190, N_c = 1$. (b) Gleiche Darstellung in veränderter Ordinatenkala.

Der Wirkungsquerschnitt geht für $E_{\text{Lab}} \rightarrow 0$ gegen Null und wächst erst oberhalb $E_{\text{Lab}} \approx 0.7$ MeV steil an. Das Proton benötigt eine gewisse Energie zur Überwindung der Coulomb-Barriere, so daß der Wirkungsquerschnitt erst oberhalb dieser Energie Strukturen

aufweisen kann. Für größere Energien zeigt σ^{tot} einen steilen Anstieg und ein breites Maximum bei ca. 3 MeV. Über den gesamten Energiebereich ist die Feinstruktur der getrappten Resonanzen mit sehr kleiner Zerfallsbreite zu erkennen. Viele der getrappten Zustände zeigen die typische Linienform sich überlappender Resonanzen. Erst nach Durchlaufen eines scharfen Minimums nimmt σ^{tot} ein Maximum an. In einigen Fällen hat die Linienform Ähnlichkeit mit einem Dip (Abb. (4.8)). Diese deutliche Ausbildung von Maxima und Minima, bzw. Dips ist im allgemeinen nicht allein auf die Interferenz von direktem und Resonanzanteil zurückzuführen, sondern ist Ausdruck der Interferenz aller Zustände.

Im Bereich von $E_{\text{Lab}} = 1 - 4$ MeV zeigt die Abbildung (6.11) Abweichungen des direkten Anteils vom gesamten Wirkungsquerschnitt. Diese Abweichung kann durch den Einfluß des gebundenen Teils des Spektrums erzeugt sein, oder durch Überlagerung kurzlebiger Resonanzen bei kleinen Energien, die ein breites Maximum im Resonanzanteil von σ^{tot} erzeugen. Sollte die Interferenzwirkung der gebundenen Zustände im Wirkungsquerschnitt des Vielresonanzfalles in einer beobachtbaren Größenordnung liegen, so wird sie in jedem Fall durch den Einfluß der Coulomb-Barriere im Linienverlauf von σ^{tot} unkenntlich gemacht.

Um den Einfluß der Coulombwechselwirkung auszuschließen, habe ich eine weitere Rechnung für 187 Zustände und einen Neutronenkanal durchgeführt. In dieser Rechnung wurde ein Schalenmodell-Zustand direkt unter die elastische Schwelle gelegt. Drei Zustände direkt oberhalb der Schwelle wurden von der Rechnung ausgeschlossen, so daß sich im Bereich $0 - 3$ MeV keine Resonanz befindet. Abweichungen vom direkten Anteil und σ^{tot} für Energien $E_{\text{Lab}} \approx 0$ können daher nicht durch Resonanz-Zustände verursacht werden. Die komplexen Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} für den so konstruierten Konfigurationsraum sind für eine Kopplungsstärke $\alpha^{\text{ex}} = 2.5$ in Abbildung (6.12) eingezeichnet. Die Rechnung wurde für eine Energie $E_{\text{Lab}} = 5$ MeV durchgeführt. Man sieht, daß der gebundene Zustand den größten Imaginärteil besitzt.

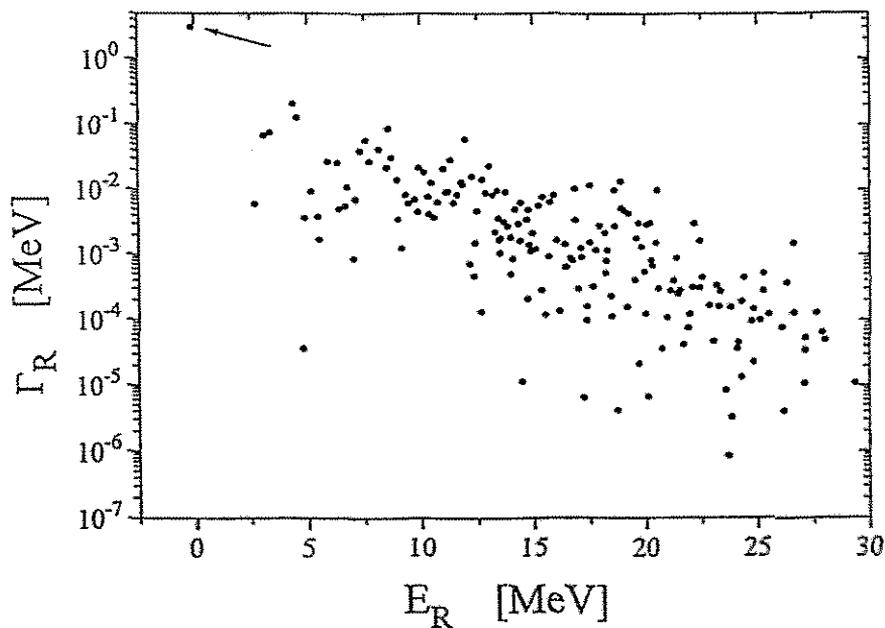


Abbildung 6.12: Die komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R bei $\alpha^{\text{ex}} = 2.5$ und $E_{\text{Lab}} = 5$ MeV bei einem geöffneten Neutronenkanal. $N_R = 187, N_c = 1$

Analog zur Rechnung mit einem Protonenkanal (Abb. (6.11)) habe ich für die Situation aus Abb. (6.12) σ^{tot} bis 15 MeV in gleichen Energieschritten $\Delta E = 0.001$ MeV berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung (6.13) dargestellt. Sowohl der direkte Anteil als auch der gesamte Wirkungsquerschnitt zeigt einen starken Anstieg bei kleinen Energien, worin sich die Interferenz des gebundenen Zustandes mit dem ungebundenen Teil des Spektrums äußert. Die Kurve des gesamten Wirkungsquerschnittes weicht besonders bei kleinen Energien deutlich von der Kurve des direkten Anteils ab. σ^{tot} nimmt für $E_{\text{Lab}} \rightarrow 0$ mit 120 mb einen 4-mal größeren Wert an als der direkte Anteil mit $\sigma^{\text{dir}} \approx 30$ mb. Der gebundene Zustand äußert sich im Kurvenverlauf des Wirkungsquerschnittes, so als ob ein kurzlebiger Zustand unmittelbar unterhalb der Schwelle läge.

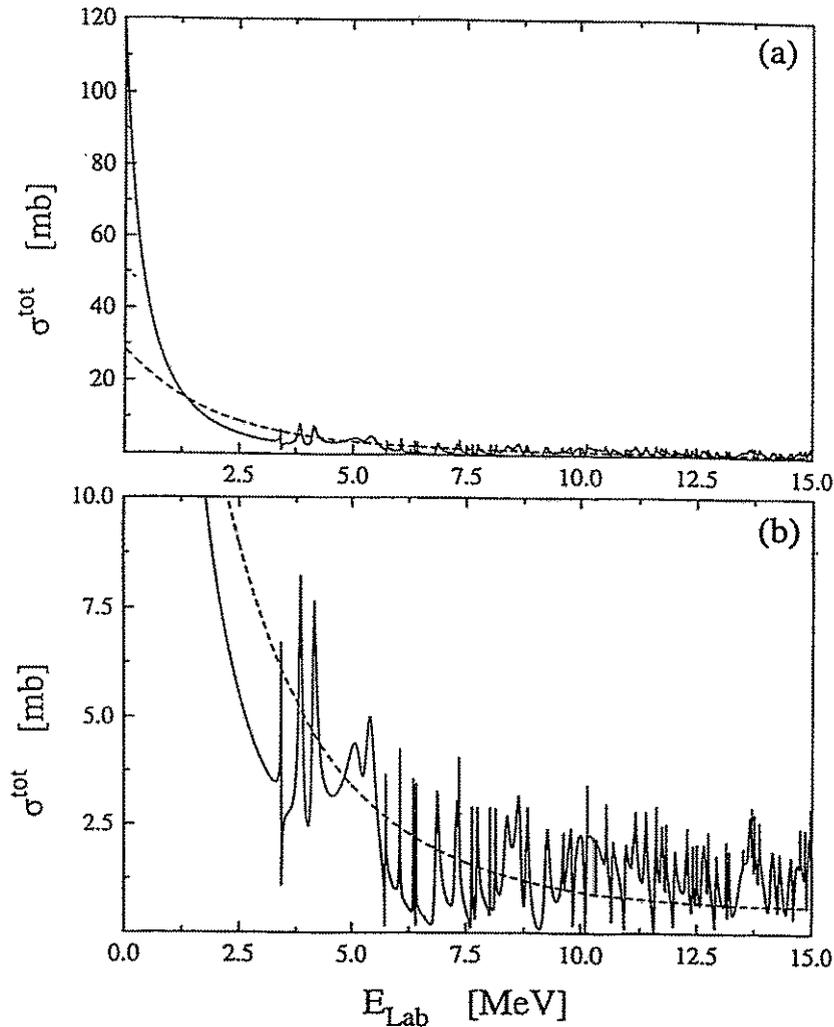


Abbildung 6.13: Der totale Wirkungsquerschnitt σ^{tot} (durchgezogene Kurve) und dessen direkter Anteil (gestrichelte Linie) bei $\alpha^{\text{ex}} = 2.5$ und einem offenen *Neutronenkanal* und einem gebundenen Zustand. $N_R = 187, N_c = 1$

Da sich im Energiebereich von 0 bis ca. 3 MeV kein Resonanzzustand befindet, und die Imaginärteile der Eigenwerte der Resonanzen zu klein sind, um die deutliche Differenz zwischen σ^{tot} und σ^{dir} zu erklären, kann es sich nur um den oben beschriebenen Interferenzeffekt des gebundenen Zustandes handeln (Abb. (6.10.b)). Oberhalb 3 MeV zeigt sich die Feinstruktur der getrappten Resonanz-Zustände. Erwartungsgemäß vermitteln sie das Bild von stark miteinander interferierender Zustände. σ^{tot} ist durch stark ausgeprägte Minima

und das Auftreten von Dips gekennzeichnet.

6.6 Zusammenfassung

Als Resultat der Betrachtungen in diesem Kapitel zeigte sich zunächst, daß die Separation der breiten Resonanzen stärker ist als die Energieabhängigkeit der komplexen Eigenwerte, sofern die Zustände fernab von Zerfallsschwellen liegen. Beim Öffnen eines neuen Zerfallskanals kann es aufgrund der Kanal-Kanal-Kopplung zur Vertauschung der kurzlebigen Zustände kommen.

Bei kleinen Kopplungsstärken bestimmt die Struktur der Zustände $|\hat{\Phi}_R^{\text{SM}}\rangle$ im wesentlichen die Breitenbildung der Resonanz-Zustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$. Im Bereich hoher Niveaudichte wird dieses Kriterium mehr und mehr irrelevant. Hier bestimmt die Interferenz aller Zustände die Lebensdauer der einzelnen Resonanzen. Es zeigt sich, daß Zustände, die bei kleinen Energien liegen, bevorzugt eine große Zerfallsbreite aufweisen.

Auch die gebundenen Zustände nehmen am Interferenzphänomen des gesamten Spektrums teil. Ihr Einfluß kann so groß sein, daß eine Separation von K kurzlebigen Resonanz-Zuständen verhindert wird, wenn die Übergangsmatrixelemente $\langle \xi_E^{c(+)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der diskreten Zustände große Werte annehmen. Statt dessen bilden sich mit wachsender Kopplungsstärke K diskrete Zustände heraus, deren Wellenfunktion eine ähnliche Struktur wie die der Streuzustände $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ hat.

Im Wirkungsquerschnitt für Neutronenstreuung macht sich dieser Effekt durch einen starken Anstieg von σ^{tot} bei kleinen Energien bemerkbar. Außerdem äußert sich der Einfluß der Interferenz zwischen gebundenen und Resonanz-Zuständen durch eine starke Änderung der Linienform im Wirkungsquerschnitt. Im Protonenfall unterdrückt die Coulombwechselwirkung diesen Effekt nahe der Schwelle. Die Feinstruktur der getrappten Zustände zeigt jedoch auch in diesem Fall die Linienform starker destruktiver Interferenz, wie sie für starke Kopplung charakteristisch ist.

Kapitel 7

Einfluß der inneren Mischung

Die Stärke der inneren Wechselwirkung (Gl.(2.70)) legt nicht nur das Eigenwert-Spektrum des für $\alpha^{\text{ex}} = 0$ abgeschlossenen Systems H^{SM} fest, sondern sie ist auch für die Konfigurationsmischung der Schalenmodell-Funktionen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ (Gl. (2.21)) verantwortlich. Sowohl die Struktur der Eigenfunktionen als auch die Anordnung der Eigenwerte des Hamilton-Operators H_{QQ} haben, wie aus den vorangegangenen Betrachtungen ersichtlich, Einfluß auf die Interferenz der Resonanz-Zustände. In Kapitel 5 habe ich die Wirkung verschiedener Anfangsverteilungen der reellen Eigenwerte von \hat{H}^0 auf das Interferenzbild ausgetestet. Nun möchte ich an zwei Beispielen den Einfluß des Parameters α^{int} auf den Umordnungsprozeß im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells diskutieren.

7.1 Ausschalten der Konfigurationsmischung in den $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$

In der Rechnung, die im folgenden vorgestellt werden soll, ist die innere Mischung der Schalenmodell-Zustände praktisch gleich Null gesetzt worden. Der Parameter α^{int} , der die Stärke der Restwechselwirkung bei der Lösung des Schalenmodell-Problems (Gl. (2.20)) festlegt, ist mit $\alpha^{\text{int}} = 0.002$ sehr klein gewählt (der für ^{16}O realistische Wert ist $\alpha^{\text{int}} = 1$). Daher sind die Eigenfunktionen des Operators $H^{\text{SM}} = H_{QQ}$ fast reine Slaterdeterminanten $|\Phi_j^{\text{SM}}\rangle \approx |\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$. Die Rechnung wurde für den Konfigurationsraum der 70 $(2p - 2h)$ -Anregungen aus Kapitel 3 durchgeführt. Bei der Lösung der Einteilchen-Gleichungen wurden 5 Schalen des Woods-Saxon-Potentials berücksichtigt ($1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 2s_{1/2}, 1d_{5/2}$). Weiterhin sind zwei offene Protonen-Kanäle in Betracht gezogen worden, die durch die Struktur der beiden $1h$ -Zustände $^{15}\text{N}_{1/2^-} + p$ und $^{15}\text{N}_{3/2^-} + p$ charakterisiert sind. Die Resonanz-Zustände enthalten 2 Löcher in den Schalen $1s$ und $1p_{3/2}$ oder $1p_{1/2}$ und zwei Teilchen in den Schalen $2s$ und/oder $1d_{5/2}$. Die entsprechenden Einteilchenenergien für die Zustände verschiedener Quantenzahlen sind in Tabelle (2.1) von Kapitel 2 angegeben.

Wie in den Rechnungen zuvor habe ich dieses System einer wachsenden äußeren Wechselwirkung (Gl. (2.69)) ausgesetzt. Der Parameter α^{ex} durchläuft Werte im Intervall $[0.05, 10]$ in Schritten von 0.05. Die daraus für das Spektrum von H_{QQ}^{eff} erwachsenden Konsequenzen dokumentiert Abb. (7.1). Zunächst ist auffällig, daß sich das Spektrum von H_{QQ}^{eff} in zwei Gruppen gliedert. Errechnet man die Energien der zugehörigen Slaterdeterminanten $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$ aus den oben angegebenen Daten (Lochzustände werden mit negativem Vorzeichen der Energie, Teilchenzustände mit positiver Energie berücksichtigt), so ergibt sich eine Vielzahl von Entartungen für verschiedene Slaterdeterminanten $|\Phi_j^{\text{SL}}\rangle$. Der Energiegap im Spektrum (7.1) um 50 MeV ergibt sich aus der Energiedifferenz der Lochzustände ($1s_{1/2^-}, 1p_{3/2^-}$)

und $(1s_{1/2-}, 1p_{1/2-})$ -unabhängig davon, ob die $2s_{1/2-}$ und $1d_{5/2-}$ -Schale mit Protonen oder Neutronen besetzt werden. In gewissem Sinne spiegelt sich also die Schalenstruktur des Woods-Saxon-Potentials in Figur (7.1) wider.

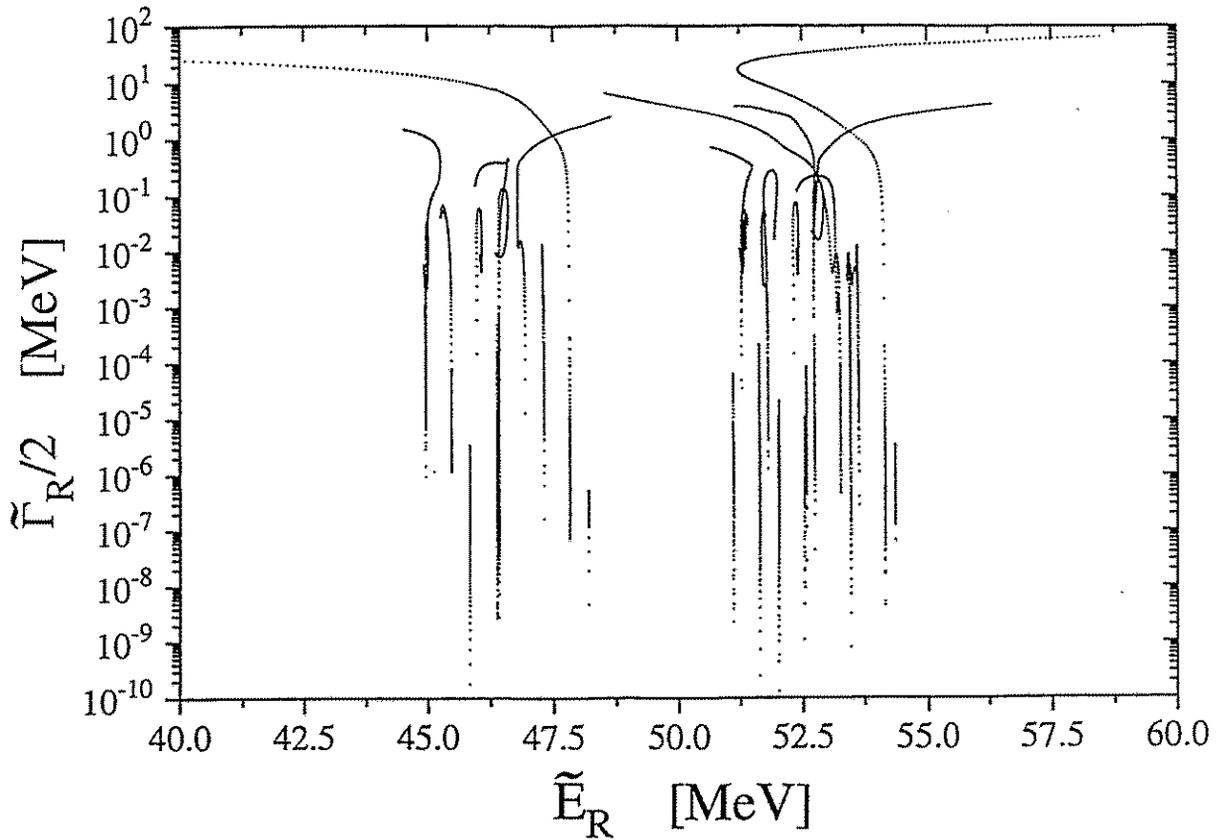


Abbildung 7.1: Bewegung der komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R als Funktion der Kopplungsstärke im Bereich $\alpha^{\text{ex}} = 0.05 - 10$. $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 50$ MeV, $\alpha^{\text{int}} = 0.002$

Wegen der Entartung vieler Niveaus ergibt sich lokal eine sehr hohe Anfangsniveaudichte der Zustände des abgeschlossenen Systems H_{QQ} . Aus diesem Grund erwartet man die Separation der beiden breiten Zustände bei wesentlich kleineren Kopplungsstärken als bei den zuvor betrachteten Systemen mit $\alpha^{\text{int}} = 1$. Der systemkritische Wert der externen Kopplungsstärke ist aus Abb. (7.2) abzulesen, in der die Entwicklung der Zerfallsbreiten als Funktionen von α^{ex} in linearer Skala bis zum Wert $\alpha^{\text{ex}} = 1$ aufgezeichnet ist.

Man erkennt, daß tatsächlich beim Wert $\alpha^{\text{ex}} \approx 0.25$ die Separation zweier kurzlebiger Zustände erfolgt. Das korrespondiert mit der in Kapitel 5 gewonnenen Vorstellung, daß die Niveaudichte der entscheidende Parameter für die Interferenz der Resonanzen ist. Man sieht weiter, daß die Umordnung des Spektrums bei großer Niveaudichte sich innerhalb eines *kleineren* Bereiches von α^{ex} als bei Spektren kleinerer Anfangsniveaudichte vollzieht. Obgleich sich zwei $\tilde{\Gamma}_R$ schon sehr früh von den restlichen abeparieren (Abb. (7.2)), erfolgt bei vielen Zuständen erst bei $\alpha^{\text{ex}} > 1$ die Breitenreduktion.

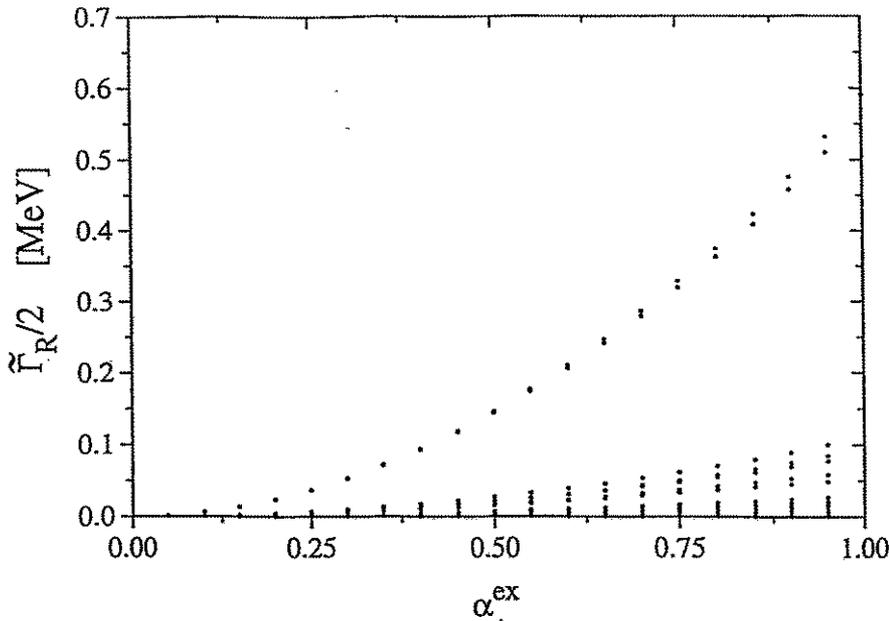


Abbildung 7.2: Die Zerfallsbreiten $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion der Kopplungsstärke $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 50 \text{ MeV}, \alpha^{\text{int}} = 0.002$.

Abb. (7.3) zeigt die Abhängigkeit des Skalarproduktes $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der 70 Zustände von α^{ex} . Die Ergebnisse für die beiden kurzlebigen Resonanzen sind wieder mit größeren Symbolen hervorgehoben. Da die Separation schon bei sehr kleinen Kopplungsstärken erfolgt, liegen die Maxima der $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der breiten Zustände auch bei kleinen Werten von α^{ex} . Die großen Amplituden von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ bei großen Kopplungsstärken resultieren aus Eigenwertkollisionen schon getrappter Zustände, insbesondere derjenigen höherer Breitenhierarchie, die mit Resonanzen aus der benachbarten Gruppe in Konflikt geraten.

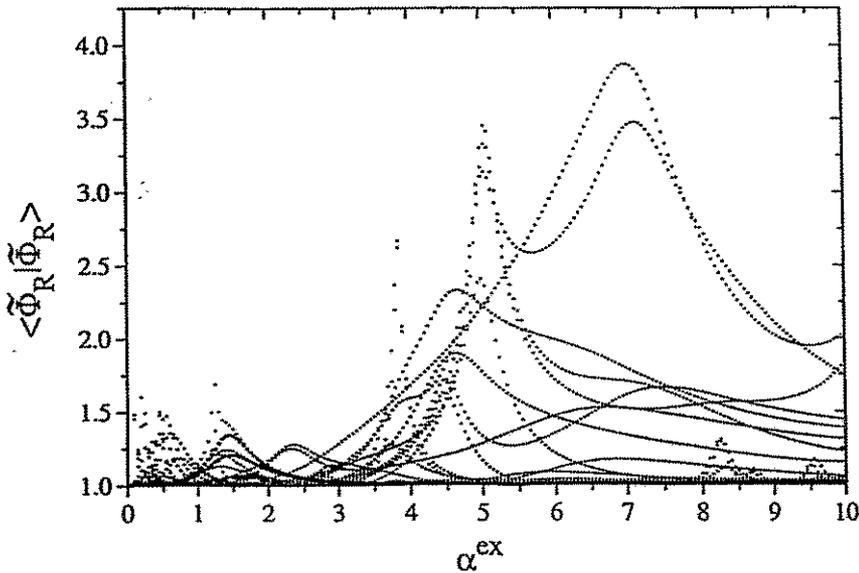


Abbildung 7.3: Die Skalarprodukte $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ als Funktion der Kopplungsstärke $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 50 \text{ MeV}, \alpha^{\text{int}} = 0.002$. In fetten Symbolen sind die $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der beiden kurzlebigen Resonanzen hervorgehoben.

Der Verlauf der Mischungsfunktionen $I_R^b(\alpha^{ex})$ ist in Abb. (7.4) aufgezeichnet. Die großen Symbole markieren die äußere Mischung der beiden kurzlebigen Zustände bei gegebenem α^{int} . Aufgrund ihrer Zerfallsbreite überdecken die kurzlebigen Resonanzen eine größere Anzahl von Basiszuständen $|\Phi_R^{SM}\rangle$ als die Resonanzen kleiner Breite. Aus diesem Grund würde man erwarten, daß für diese beiden Zustände die Mischungsfunktionen I_R^b auch größere Werte annehmen. Dieser Vorstellung wird in Figur (7.4) nicht entsprochen. Die Werte der äußeren Mischung I_R^b dieser beiden Zustände werden über den gesamten Bereich von α^{ex} von der äußeren Mischung der Resonanzen kleinerer Breite übertroffen. Außerdem zeigt der Verlauf der I_R^b der breiten Zustände eine markante Stufenform, die aus den Besonderheiten des Spektrums eine Erklärung findet.

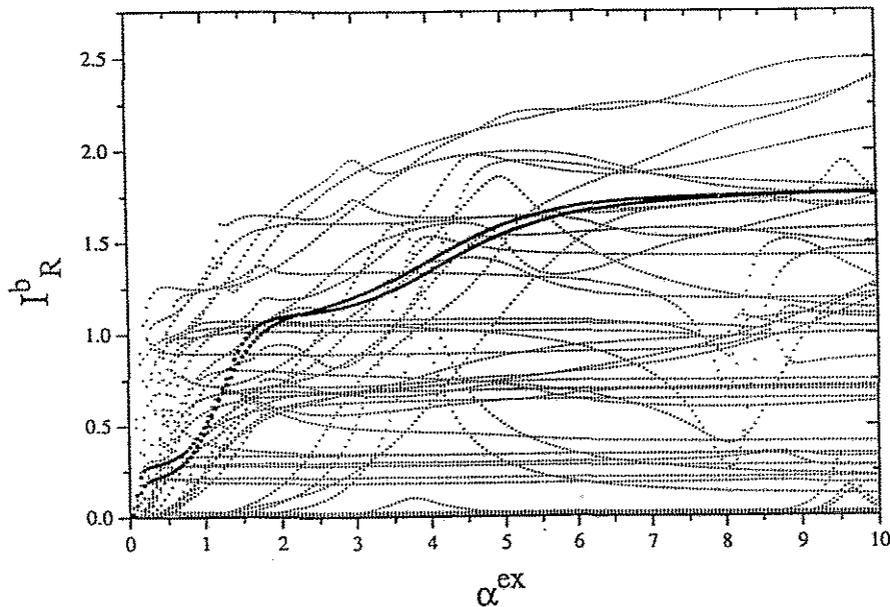


Abbildung 7.4: Die Mischungsfunktionen I_R^b als Funktion der Kopplungsstärke $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{Lab} = 50$ MeV, $\alpha^{int} = 0.002$. In fetten Symbolen sind die I_R^b der beiden kurzlebigen Resonanzen hervorgehoben.

Um die Entwicklung des Spektrums besser verfolgen zu können, geben die Abbildungen (7.5.a und b) die Propagation der Eigenwerte nur bis zu einem Maximalwert von $\alpha_{max}^{ex} = 1$ bzw. 2 wider. In beiden Abbildungen habe ich die Trajektorien der Eigenwerte der beiden breiten Resonanzen mit einem Pfeil markiert. Im Bild (7.5.a) haben sich die beiden Eigenwerte gerade aus ihrer Gruppe entarteter Zustände befreit. Sie sind zwar die beiden kurzlebigen Zustände des gesamten Ensembles, aber ihre Zerfallsbreiten überstreichen noch nicht das ganze Energiegebiet des nieder- bzw. höherenergetischen Teils des Spektrums (Siehe dazu auch Abb. (7.2)). Das bedeutet, die beiden breiten Zustände überdecken nicht unbedingt die größte Anzahl von Basiszuständen. Demzufolge ist es verständlich, daß Zustände aus Gebieten höherer Niveaudichte bis zu diesen Kopplungsstärken auch größere Werte von I_R^b aufweisen können.

Figur (7.5.b) dokumentiert die Situation, in der die beiden kurzlebigen Zustände "ihre" Hälfte des Spektrums überdecken, aber noch nicht das gesamte Spektrum von ihnen überlappt wird. Aus den Rechnungen aus Kapitel 4 für zwei, bzw. vier Resonanzen wurde deutlich, daß die Werte von I_R^b nicht nur von der Anzahl der überdeckten Basiszustände abhängig sind, sondern auch von der Symmetrie der Eigenwert-Kollision. Je paritätischer

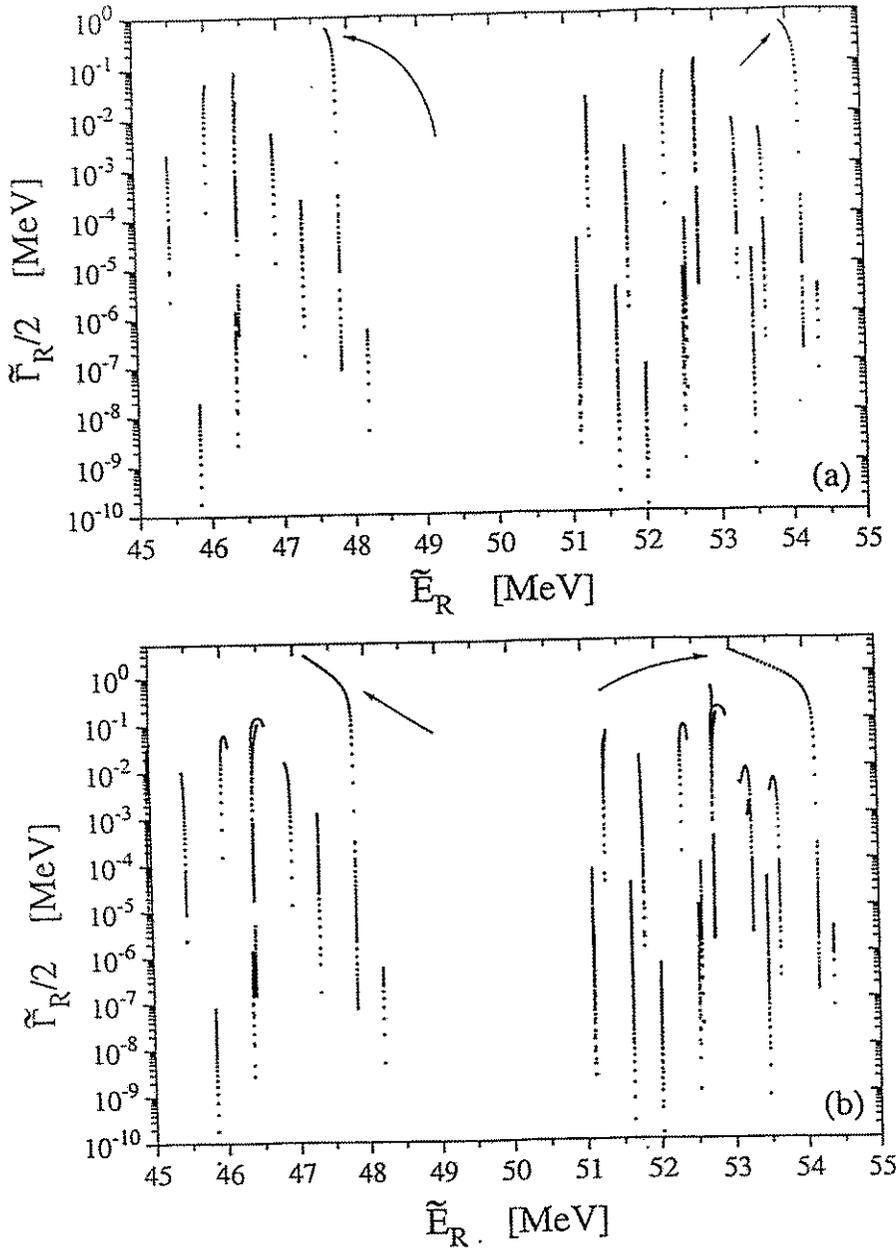


Abbildung 7.5: Die Bewegung der komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R in Abhängigkeit vom Stärkeparameter α^{ex} für $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 50$ MeV, $\alpha^{\text{int}} = 0.002$: für (a) einen Maximalwert $\alpha^{\text{ex}} = 1$, (b) einen Maximalwert $\alpha^{\text{ex}} = 2$. Die beiden kurzlebigsten Resonanzen sind mit einem Pfeil gekennzeichnet.

die effektive Kopplungsstärke zweier interferierender Resonanzen R und R' verteilt ist, desto geringer wird der minimale Abstand ihrer Eigenwerte und desto stärker können die Basiskomponenten der Resonanz $|\tilde{\Phi}_{R'}\rangle$ in die Wellenfunktion des Zustandes $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ hineinmischen. Die Breite $\tilde{\Gamma}_R$ des dominanten Zustandes jeder Gruppe, und damit dessen effektive Kopplungsstärke, ist relativ zu der anderer Zustände einer Gruppe sehr groß. Wegen dieser Asymmetrie in der Kopplungsstärke ist die Mischung der beiden breitesten Zustände mit den anderen Resonanzen ihrer Gruppe gering.

Am stufenförmigen Verlauf der I_R^b kann man erkennen, wann die Zerfallsbreiten der beiden Resonanzen die verschiedenen Gruppierungen des Spektrums überdecken. Im Intervall $0 < \alpha^{\text{ex}} < 0.25$ befreien sie sich von ihrer Gruppe nahezu entarteter Zustände. Im Bereich

$1 < \alpha^{\text{ex}} < 2$ überlappen sie jeweils die nieder- bzw. höherenergetische Gruppe und für Kopplungsstärken $3 < \alpha^{\text{ex}} < 6$ überdecken ihre Breiten den gesamten Energiebereich des Spektrums. Siehe zum Vergleich auch Abb. (7.1) und (7.2).

7.2 Starke Konfigurationsmischung in den $|\tilde{\Phi}_i^{\text{SM}}\rangle$

Das Eigenwertspektrum von H_{QQ} für $\alpha^{\text{int}} = 1$ erstreckte sich über einen Energiebereich von 20 MeV (Abb. (3.2)). Im oben behandelten Beispiel war die innere Wechselwirkung, die für die Mischung der Schalenmodell-Zustände verantwortlich ist, auf $\alpha^{\text{int}} = 0.002$ verringert worden. Als Resultat traten Entartungen der Eigenzustände von H^{SM} auf, und die Zustände lagen in einem Intervall der halben Größe zwischen 45 und 55 MeV. Die innere Kopplung führt also zu einer Repulsion der Schalenmodell-Zustände $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ (im Gegensatz zur äußeren Kopplung, die eine attraktive Wirkung auf die Realteile der Eigenwerte von H_{QQ}^{eff} im unterkritischen Bereich von α^{ex} ausübt). Demzufolge sollte sich der Energiebereich, in dem die Schalenmodell-Zustände bei *starker* innerer Kopplung liegen, vergrößern. Abb. (7.6) zeigt die komplexen Eigenwerte für $\alpha^{\text{int}} = 4$ im Bereich von $\alpha^{\text{ex}} \in [0.05, 10]$.

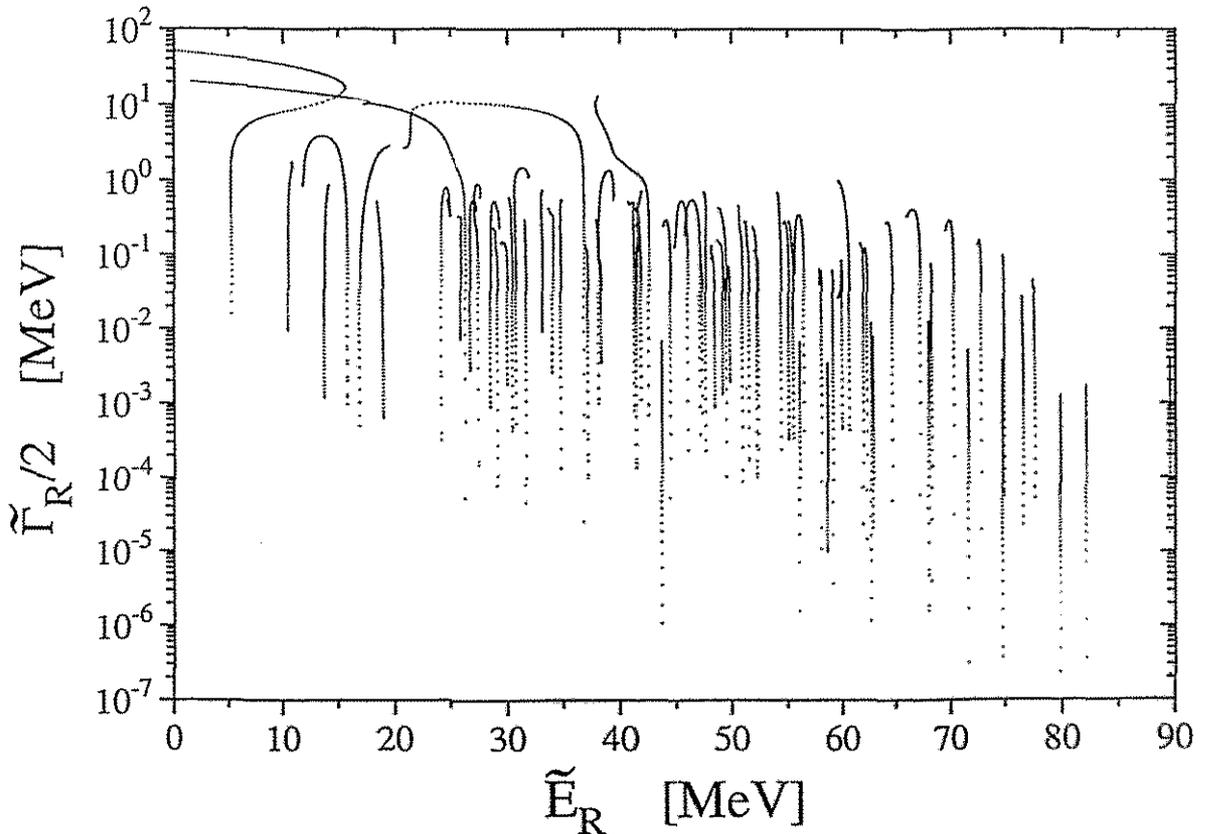


Abbildung 7.6: Die Bewegung der komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R als Funktion des Stärkeparameters α^{ex} im Bereich $\alpha^{\text{ex}} = 0.05 - 10$. $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 50$ MeV, $\alpha^{\text{int}} = 4$

Die reellen Eigenwerte von H^{SM} liegen bei Energien zwischen 5 und 85 MeV. Die Niveaudichte der Schalenmodell-Zustände ist also wesentlich geringer als im Beispiel für

$\alpha^{\text{int}} = 0.002$. Die Separation der breiten Moden sollte deshalb erst bei wesentlich größeren Kopplungsstärken stattfinden.

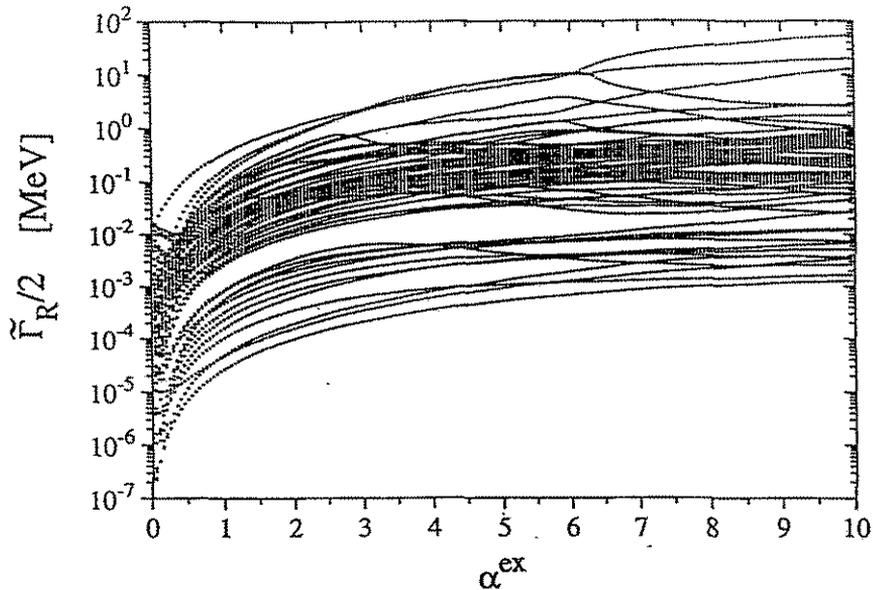


Abbildung 7.7: Die Zerfallsbreiten $\tilde{\Gamma}_R$ als Funktion des Stärkeparameters α^{ex} . $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 50 \text{ MeV}, \alpha^{\text{int}} = 4$

Der systemkritische Punkt der Kopplungsstärke ist aus Abb. (7.7) zu entnehmen, in der die Imaginärteile der Eigenwerte gegen α^{ex} aufgetragen sind. Erst bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 6$ erfolgt die Abtrennung zweier Breiten aus dem Ensemble. Wegen des größeren mittleren Abstandes der Schalenmodell-Zustände erfolgt auch die Umordnung des Spektrums in einem größeren Bereich von α^{ex} .

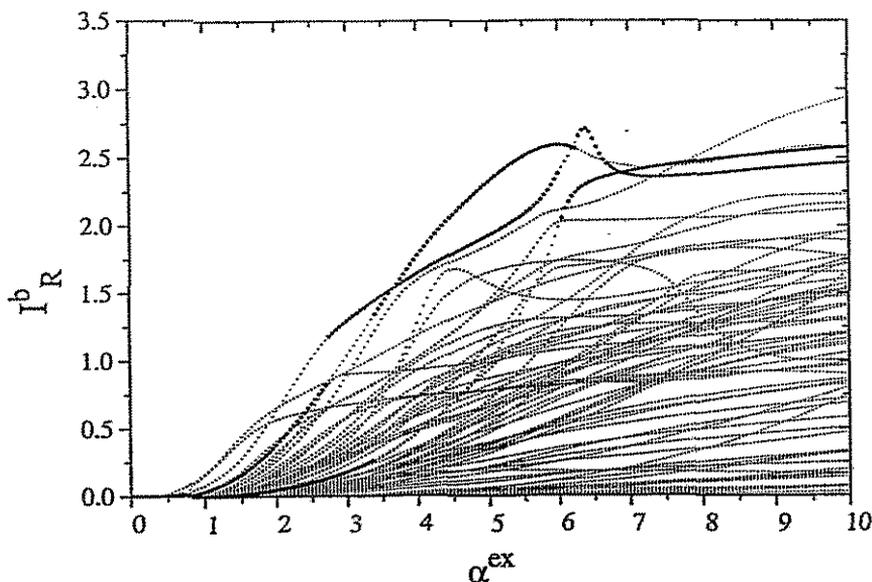


Abbildung 7.8: Die Mischungsfunktionen I_R^b als Funktion des Stärkeparameters α^{ex} . $N_R = 70, N_c = 2, E_{\text{Lab}} = 50 \text{ MeV}, \alpha^{\text{int}} = 4$: In fetten Symbolen sind die I_R^b der breiten Resonanzen hervorgehoben.

Da sich das Spektrum aufgrund der starken inneren Mischung der $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ nicht in einzelne Gruppen gliedert, verhalten sich auch die Funktionen I_R^b erwartungsgemäß anders als bei

kleiner innerer Mischung (Abb. (7.8)). Die Zustände größter Breite haben die größte äußere Mischung. Da die Umordnung des Spektrums "langsamer" erfolgt, zeigen die I_R^b einen schwächeren Anstieg. Die Zustände erhalten sukzessive durch Mischung mit benachbarten Resonanzen effektive Beiträge zur äußeren Kopplung, wodurch Breitenwachstum oder -reduktion generiert wird. Für $\alpha^{\text{ex}} > 6$ haben die meisten I_R^b annähernd einen Sättigungswert erreicht.

7.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel habe ich die Auswirkung verschiedener Werte der inneren Mischung auf die Umordnung des Spektrums der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ diskutiert. Die Stärke der inneren Wechselwirkung bestimmt die Mischung der Schalenmodell-Zustände $|\Phi_i^{\text{SM}}\rangle$ bezüglich der Slaterdeterminanten $|\Phi_i^{\text{SL}}\rangle$ und prägt entscheidend das Spektrum von H^{SM} . Mit wachsendem Stärkeparameter α^{int} aus Gleichung (2.70) wächst auch die Ausdehnung des Spektrums. Die Stärke von V^{Res} wirkt sich *repulsiv* auf die diskreten Eigenwerte des Schalenmodell-Operators H^{SM} aus im Gegensatz zur äußeren Kopplung, die im unterkritischen Bereich eine *attraktive* Wirkung auf die Resonanzen im unterkritischen Bereich ausübt. Die äußere Kopplung bewirkt eine zusätzliche Erhöhung der Niveaudichte der Zustände. Die Anhäufung von Resonanz-Zuständen in lokalen Energiegebieten wird durch die Kontinuumskopplung verstärkt (Clusterbildung). Um einen breiten Zustand gruppieren sich eine Vielzahl von Zuständen geringerer Breitenhierarchie. Der Trapping-Effekt erzeugt damit ein dem Phänomen der Isobar-Analog Resonanzen analoge Situation [75]

Für den Umordnungsmechanismus ist die Niveaudichte der Resonanzen die bestimmende Größe. Je größer die Zustandsdichte der Resonanz-Zustände innerhalb eines Spektrums ist, desto geringer sind die kritischen α^{ex} -Werte, bei denen die Attraktion der Realteile der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ in Breitenrepulsion umschlägt. Wegen der hohen Niveaudichte ist in diesem Fall der Interferenzbeitrag zur externen Kopplung sehr hoch, so daß die effektive äußere Kopplungsstärke der Resonanz-Zustände schon bei kleinen α^{ex} ausreicht, um Trapping von Resonanzen hervorzurufen. Unter diesem Gesichtspunkt üben innere und äußere Kopplungsstärke eine *entgegengesetzte* Wirkung auf das offene Quantensystem aus.

Kapitel 8

Strukturen im Raum

In den vorangegangenen Kapiteln habe ich Eigenfunktionen $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ und Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ des Hamilton-Operators $H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ eines offenen Quantensystems untersucht. Dabei wurden verschiedene Eigenschaften des durch die äußere Kopplung erzeugten Umordnungsprozesses beleuchtet. Das wichtigste Ergebnis ist die Separation einiger Resonanzen mit kleinen Lebensdauern ab einem kritischen Wert der Kopplungsstärke zu den Zerfallskanälen währenddessen die restlichen Resonanz-Zustände effektiv wieder abkoppeln und an Lebensdauer gewinnen (Trapping-Effekt).

In gewisser Hinsicht werden also durch den Trapping-Effekt Strukturen in der Zeitskala des betrachteten Systems im Sinne der Lebensdauern der Resonanz-Zustände gebildet (bzw. der Energieskala, wenn man die Zerfallsbreiten der Zustände heranzieht). Von zentraler Bedeutung ist hierbei der Wert der Übergangsmatrixelemente $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ im nichthermiteschen Term von H_{QQ}^{eff} (Gleichung (2.69)).

Die Übergangsmatrixelemente geben die Wahrscheinlichkeitsamplitude für den Übergang von Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ zu Kanal $|\xi_E^{c(-)}\rangle$ (Gl. (2.57)) an (unnormiert, da noch durch das Skalarprodukt $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ dividiert werden muß (Gl. (2.68))). Im folgenden möchte ich der Frage nachgehen, ob sich der Umordnungsprozeß des Spektrums $\tilde{\mathcal{E}}_R$ auch räumlich, insbesondere in der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens in $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ widerspiegelt [76, 77].

8.1 Lokalisierungseffekte

Zur Berechnung des Übergangsmatrixelementes $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ wird über die Koordinaten aller A Teilchen integriert. Um dessen Abhängigkeit von der Radialkoordinate r_1 des Kontinuumteilchens untersuchen zu können, wurde das Potential \hat{V}^{Res} mit einer Delta-Funktion $\delta(r_1 - R_1)$ multipliziert. Mit dieser Hilfsfunktion können die Werte von $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ für verschiedene Testradien R_1 ermittelt werden. \hat{V}^{Res} nimmt dann die folgende Form an:

$$\hat{V}^{\text{Res}}(1, \dots, A) = \sum_{i=2}^A V^{\text{Res}}(1, i) \cdot \delta(r_1 - R_1). \quad (8.1)$$

Mit dieser Modifikation der Restwechselwirkung zwischen Targetsystem und Kontinuumteilchen läßt sich die Größe

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1} = & \int_0^\infty dr_1 \int_0^{4\pi} d\Omega_1 \int_2 d^2 \dots \int_A dA \cdot \\ & \cdot \xi_E^{c(-)*}(1, \dots, A) \hat{V}^{\text{Res}}(1, \dots, A) \delta(r_1 - R_1) \tilde{\Phi}_R(1, \dots, A) \end{aligned} \quad (8.2)$$

ermitteln, die den Wert des Übergangsmatrixelementes $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ am Testradius R_1 angibt. Die Integrationen d^2 bis dA erstrecken sich über die Radial- und Winkelanteile der Koordinaten der gebundenen Nukleonen. Wertet man diese Integrationen und die Integration über den Winkelanteil des Kontinuumteilchens aus, so ergibt sich:

$$\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1} = \int_0^\infty dr_1 F(r_1) \delta(r_1 - R_1) = F(R_1). \quad (8.3)$$

In dieser Formel ist $F(R_1)$ eine komplizierte Summe von Beiträgen, die sich aus der Wechselwirkung der verschiedenen $(A - 1)$ gebundenen Nukleonen mit dem freien Teilchen ergeben. Aufgrund der komplexen Funktionen $|\xi_E^{c(-)}\rangle$ und $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ ist auch $F(R_1)$ komplexwertig.

Das Radial-Profil der Funktion $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ habe ich für die 70 1^- -Zustände des Kernes ^{16}O aus Kapitel 3 für verschiedene Werte R_1 aufgenommen. Der Konfigurationsraum in der Kernstruktur-Rechnung bestand aus 5 Schalen ($1s, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 2s, 1d_{5/2}$). Die Einteilchen-Resonanz mit den Quantenzahlen $1d_{3/2}$ wurde also nicht mittels des beschriebenen Cut-Off-Mechanismus berücksichtigt. Diese Rechnungen habe ich für jeweils zwei offene Protonen-, bzw. Neutronenkanäle durchgeführt. Die Kanalwellenfunktionen $|\chi_E^{c(+)}\rangle$ haben die Struktur $^{15}\text{N}_{1/2^-} + p$ bzw. $^{15}\text{O}_{1/2^-} + n$. Die inelastischen Schwellen öffnen bei 6.3 MeV im Protonen- und bei 6.15 MeV im Neutronenfall. Da die Rechnung bei einer Systemenergie von 34 MeV durchgeführt wurde, ist der Einfluß der $d_{3/2}$ -Einteilchen-Resonanz und der Zerfallsschwellen zu vernachlässigen [54]. Das Coulombpotential wurde als das einer homogen geladenen Kugel angenommen. Damit ergibt sich ein Kernradius von $1.25 \cdot (A - 1)^{1/3} = 3.08$ fm.

Der Stärkeparameter α^{ex} wurde bei verschiedenen Werten zwischen 0.2 und 8 festgelegt. Der systemkritische Wert der Kopplungsstärke für dieses System liegt bei $\alpha^{\text{ex}} \approx 2.5$ (siehe Abb. (3.3)). Die wichtigsten Parameter der Resonanz-Zustände in diesem Bereich der Kopplungsstärke sind in Tabelle 8.1 zusammengetragen. Spalte 2 zeigt die Werte $\bar{\Gamma}/\bar{D}$. In Spalte 3 und 4 sind die Zerfallsbreiten der beiden kurzlebigen Zustände $R = 1, 2$ und in den beiden letzten Spalten die Summe der Breiten der 68 getrappten Resonanzen und deren quadratische Abweichung $\chi^2(\bar{\Gamma}^{\text{tr}})$ vom Mittelwert $\bar{\Gamma}_R^{\text{tr}}$ aufgeführt. Da die meisten der 68 langlebigen Zustände bei der Separation der beiden kurzlebigen Resonanzen an Breite einbüßen, durchläuft $\chi^2(\bar{\Gamma}^{\text{tr}})$ oberhalb von $\alpha^{\text{ex}} \approx 2.5$ ein Minimum.

Abbildung (8.1.a – .h) illustriert die Entwicklung der Real $\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ mit ansteigendem α^{ex} für den inelastischen Neutronenkanal. Die Werte für die kurzlebigen Resonanzen beim jeweiligen Wert von α^{ex} sind durch gestrichelte Kurven hervorgehoben. Außerdem ist der Verlauf von Real $\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ einer willkürlich ausgewählten, getrappten Resonanz mit der durchgezogenen Linie gekennzeichnet. Alle weiteren Ergebnisse habe ich lediglich als Punkte in die Diagramme eingetragen, um die Übersichtlichkeit der Darstellung zu gewährleisten.

Tabelle 8.1: Charakteristische Größen der Resonanz-Zustände

α^{ex}	$\bar{\Gamma}/\bar{D}$	$\tilde{\Gamma}_1/ \text{MeV}$	$\tilde{\Gamma}_2/ \text{MeV}$	$\sum_{R=3}^{70} \tilde{\Gamma}_R^{tr}/ \text{MeV}$	$\chi^2(\tilde{\Gamma}^{tr})/ \text{MeV}$
Protonen					
.2	0.005	0.01	0.005	0.049	6.5E-05
1.5	0.325	0.66	0.34	2.9	3.4E-03
2.5	0.891	2.4	1.7	6.6	3.8E-02
4	2.212	10.3	9.6	6.7	1.4E-02
8	5.103	43.9	37.2	14.3	2.2E-01
Neutronen					
.2	0.006	0.01	0.005	0.049	6.5E-05
1.5	0.322	0.71	0.53	2.6	3.3E-03
2.5	0.881	2.8	2.6	5.2	1.8E-02
4	2.187	10.3	10.0	6.0	8.4E-03
8	5.419	43.2	37.6	14.5	2.3E-01

$$\chi^2(\tilde{\Gamma}^{tr}) = \overline{(\tilde{\Gamma}_R^{tr} - \tilde{\Gamma}_R^{tr})^2}$$

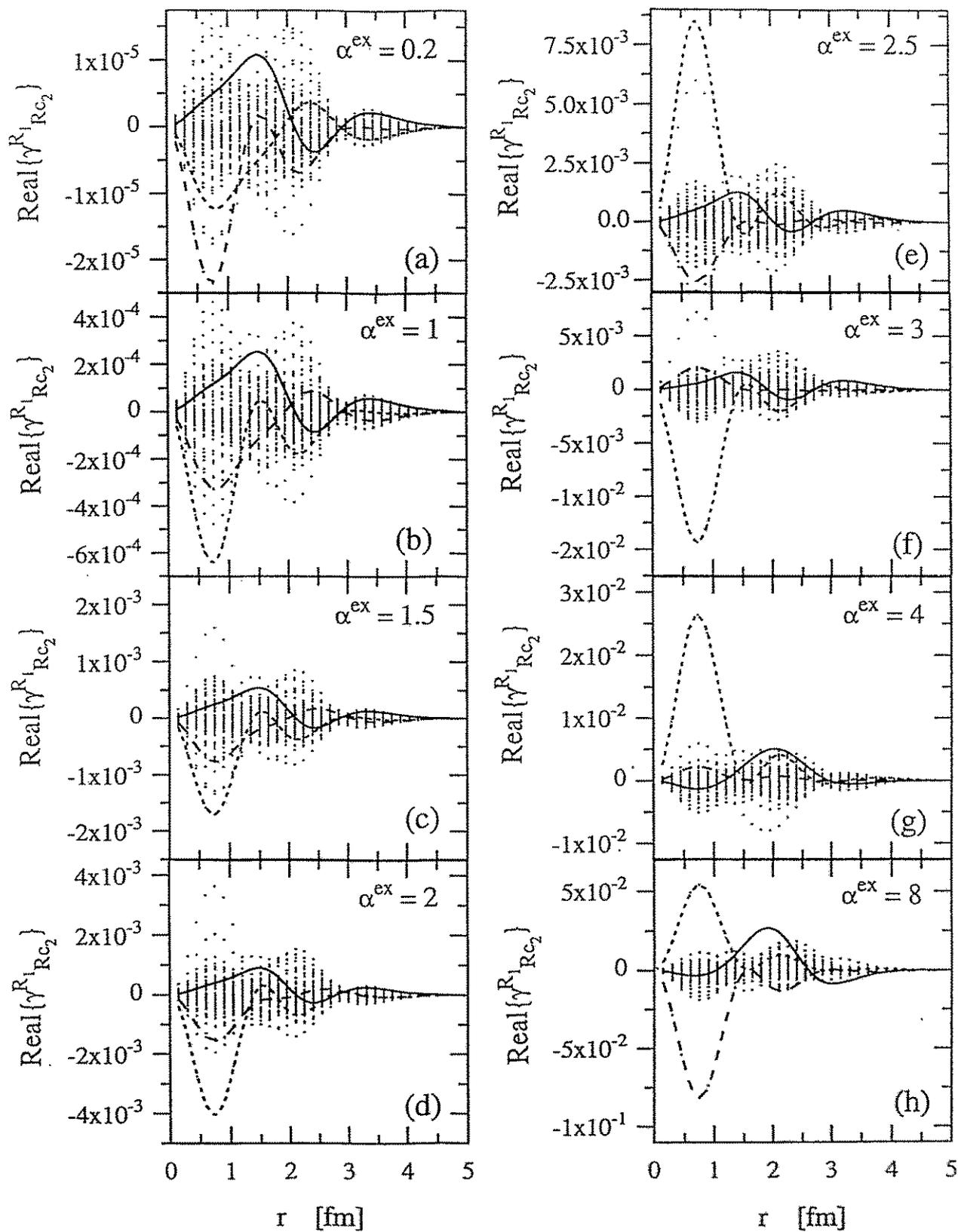


Abbildung 8.1: Die Realteile der Funktion $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc_2}^{R_1}\}$ für verschiedene Werte von α^{ex} für den inelastischen Neutronenkanal. $N_R = 70$, $N_c = 2$, $E_{\text{Lab}} = 37$ MeV. Die gestrichelten Linien geben den Verlauf von $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc_2}^{R_1}\}$ der beiden breiten Resonanzen wider. Die durchgezogene Linie kennzeichnet $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc_2}^{R_1}\}$ eines willkürlich ausgewählten getrappten Zustandes.

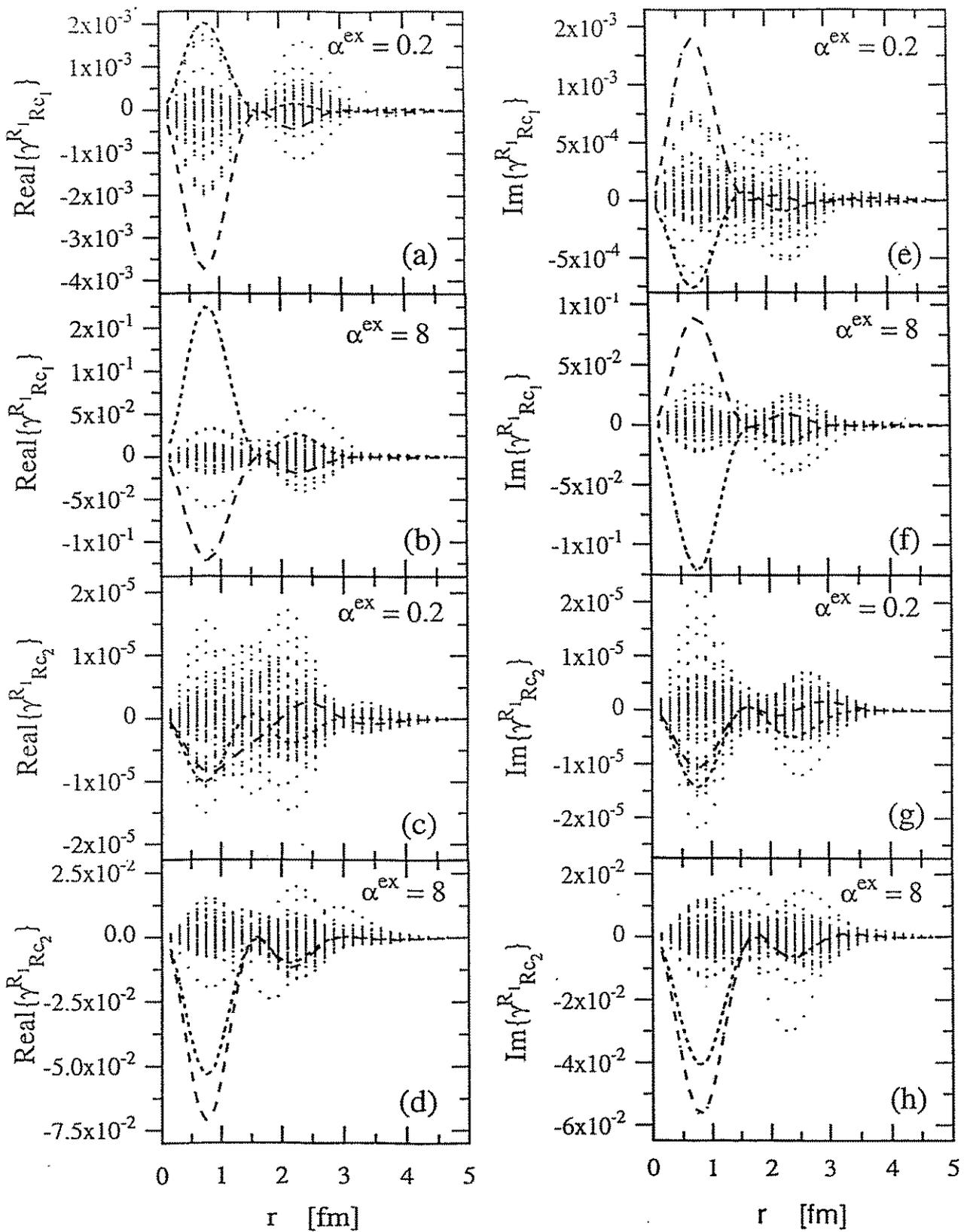


Abbildung 8.2: Die Realteile und Imaginärteile der Funktion $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ für verschiedene Werte von α^{ex} für beide Protonenkanäle bei den Kopplungstärken $\alpha^{ex} = 0.2$ und 8. Die gestrichelten Linien geben die Kurvenverläufe der beiden breiten Resonanzen wider. Abb. (a),(b),(e),(f) zeigt die Ergebnisse für den elastischen- und Abb. (c),(d),(g),(h) für den inelastischen Protonenkanal. $N_R = 70, N_c = 2, E_{Lab} = 37$ MeV

Abbildung (8.2) zeigt im Vergleich zu Bild (8.1.a – .h) die Ergebnisse für die beiden Protonenkanäle. Für die Werte $\alpha^{\text{ex}} = 0.2$ und 8 enthält Abbildung (8.2.a, .b, .e, .f) den Verlauf von $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ und $\text{Im}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ für den elastischen Kanal, und in Abbildung (8.2.c, .d, .g, .h) sind die entsprechenden Größen für den inelastischen Protonenkanal eingetragen. Die Kurvenverläufe der beiden kurzlebigen Zustände sind wieder durch gestrichelte Linien hervorgehoben.

Insbesondere Bild (8.1) verdeutlicht die Entwicklung von $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ mit steigender Kopplungsstärke. Die Diagramme für $\alpha^{\text{ex}} = 0.2 - 1.5$ zeigen eine nahezu homogene Verteilung der Werte von $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ über den gesamten Kernradius. Die kleinen Zerfallsbreiten aller Zustände bei schwacher Kontinuumkopplung erklären sich durch Phasenwechsel der Kurven und relativ kleine Werte für die Maxima von $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$. Die Integration über R_1 liefert deshalb kleine Werte für die Übergangsmatrixelemente. Im Bereich $\alpha^{\text{ex}} = 2 - 3$ kommt es zur Separation der beiden breiten Zustände. Im gleichen Bereich von α^{ex} wachsen die Amplituden der $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ bei $R_1 \approx 0.8$ fm relativ zu deren Maxima bei größeren Radien stark an. Mit wachsendem α^{ex} lokalisiert sich die Emissionswahrscheinlichkeit für den Zerfall der beiden kurzlebigen Zustände bei $R_1 \approx 0.8$ fm.

Diese Lokalisierung wird im betrachteten Fall *nicht* durch das Potential bestimmt. Durch die Zweiteilchen-Restwechselwirkung \hat{V}^{Res} wird kein Radius innerhalb der Wechselwirkungszone ausgezeichnet, wie es zum Beispiel für eine δ -Surface-Wechselwirkung der Fall wäre. In [38] wurde eine endliche Kette von Potentialtöpfen betrachtet. Die Kontinuumkopplung ist nur bei den am Rand liegenden Potentialtöpfen berücksichtigt, sodaß in diesem Beispiel die Emissionswahrscheinlichkeit am Rand konzentriert ist. $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ zeigt bei großen Kopplungsstärken keinen Vorzeichenwechsel. Aus diesem Grund liefert die Integration über R_1 für diese beiden Zustände große Übergangsamplituden.

Die $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ der getrappten Zustände zeigen von Null verschiedene Werte über den gesamten Kernbereich. Eine Lokalisierung der Zerfallswahrscheinlichkeit ist aus den Ergebnissen dieser Rechnung nicht zu entnehmen. Bei 0.8 fm sind deren Amplituden für $\alpha^{\text{ex}} \geq 3$ kleiner als die der kurzlebigen Resonanzen. Außerdem weist der Kurvenverlauf der $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ der langlebigen Resonanzen einen mehrfachen Vorzeichenwechsel auf, so daß die Integration über die Radialkoordinate R_1 kleinere Werte als bei den breiten Zuständen liefert. Aus oben genannten Gründen sind die $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ der getrappten Zustände nicht als Kurven dargestellt. Für *alle* langlebigen Resonanzen zeichnen sich aber die $\text{Real}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ durch kleine Amplituden, und/oder häufigen Phasenwechsel über den gesamten Kernradius aus.

Aus Figur (8.2) ist zu entnehmen, daß die Imaginärteile $\text{Im}\{\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}\}$ qualitativ das gleiche Verhalten aufweisen wie die Realteile von $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$. Durch Vergleich mit der Rechnung für die Neutronenkanäle (Fig. (8.1)) zeigt sich, daß die Coulombwechselwirkung keinen wesentlichen Einfluß auf die soeben beschriebene Radialabhängigkeit der Nukleonemission hat. Auch beim Protonenzerfall zeigen die $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ der getrappten Zustände kleinere Amplituden als die kurzlebigen Resonanzen und sind durch mehrfache Phasenwechsel gekennzeichnet. Insgesamt steigen die Amplituden mit wachsendem α^{ex} an (man beachte den Ordinatenbereich für $\alpha^{\text{ex}} = 0.2$ und 8). Das korrespondiert mit dem Ergebnis für die totalen Zerfallsbreiten $\tilde{\Gamma}_R$, die ebenfalls ansteigende Tendenz mit α^{ex} für *alle* betrachteten Spektren zeigen. Weiterhin ist die Emissionswahrscheinlichkeit für die schnellen Übergänge bei kleinen Radien $R_1 \approx 0.8$ fm lokalisiert. Dieses Ergebnis gilt sowohl für Zerfälle in den elastischen als auch in den inelastischen Kanal.

Die Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{c(-)}\rangle$ aus dem Übergangsmatrixelement $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ läßt sich durch die Basis der Produktzustände $|K(1)\rangle \cdot |T(2, \dots, A)\rangle$ im P -Raum darstellen.

$$|\xi_E^{c(-)}\rangle = \int_{E_c}^{\infty} dE \sum_{K,T} \langle K, T | \xi_E^{c(-)} \rangle \cdot |K, T\rangle \quad (8.4)$$

Dabei steht das Symbol $|K(1)\rangle$ für einen Kontinuum-Einteilchen-Zustand mit den Quantenzahlen $\{K\} = \{\epsilon, \tau, l\}$ und $|T\rangle$ für einen Zustand des Targetkernes mit den Vielteilchen-Quantenzahlen $\{T\} = \{J^\pi\}$. Der Zustand $|T\rangle$ ergibt sich aus einer Schalenmodell-Rechnung für den Targetkern mit $(A - 1)$ Teilchen. Er ist identisch mit dem Zustand $|\Phi^{\text{SM}}(A - 1)\rangle$. Wenn man in den Skalarprodukten $\langle K, T | \xi_E^{c(-)} \rangle$ die Radialkoordinate R_1 des Kontinuumteilchens in der gleichen Weise behandelt wie in den Gleichungen für $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \xi_E^{T,K}(R_1) &:= \int_0^{\infty} dr_1 \int_0^{4\pi} d\Omega_1 \int d2 \dots \int dA \\ &\quad \varphi_K(r_1, \Omega_1) \cdot \Phi^T(2, \dots, A) \cdot \xi_E^c(1, \dots, A) \cdot \delta(r_1 - R_1) \\ &= \int_0^{\infty} dr_1 \tilde{U}_K(r_1) \cdot \xi_E^T(r_1) \cdot \delta(r_1 - R_1) \\ &= \tilde{U}_K(R_1) \cdot \xi_E^T(R_1) \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$(8.6)$$

Die Radial-Einteilchen-Funktion $\tilde{U}_K(R_1)$ wird durch Lösen der Gleichung (2.14) bestimmt. $\xi_E^{T,K}(R_1)$ ist die Projektion von Targetzustand $|T\rangle = |\Phi^{\text{SM}}(2, \dots, A)\rangle$ auf die Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ ($\langle T | \xi_E^{c(-)} \rangle$) und die komplexe Funktion gibt die Projektion des Produktzustandes von $|K\rangle$ und $|T\rangle$ auf die Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{c(-)}\rangle$ an der Stelle R_1 wieder. Sie beschreibt also die Radialabhängigkeit der Bewegung des Kontinuumteilchens unter dem Einfluß des Restkernes.

In Abbildung (8.3.a und b) ist Real- und Imaginärteil von $\xi_E^{T,K}$ in Abhängigkeit von R_1 für beide Kanäle aufgetragen. Die Beiträge verschiedener Drehimpulse l zu den beiden Kanälen c_1 (elastischer Kanal) und c_2 (inelastischer Kanal) sind durch verschiedene Kurven gekennzeichnet. Vergleichend dazu ist in Abbildung (8.4) der Verlauf der gebundenen Einteilchen-Funktionen $\varphi_{n,\tau,l}$ für die $1s-$, $1p-$, $1d-$ und $2d-$ Welle als Funktion von R_1 aufgetragen.

In der Abbildung für die Kontinuum-Funktionen $\xi_E^{T,K}(R_1)$ erkennt man, daß nur die s -Wellen für beide Kanäle im Bereich $R_1 \approx 0.8$ fm ein Maximum aufweisen. Die gebundenen Funktionen $\varphi_{n,\tau,l}$ nehmen für $l = 0$ und $R_1 < 1$ fm die größten Werte an. Aus diesem Grund läßt sich schlußfolgern, daß die Maxima der $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ um 0.8 fm im wesentlichen durch konstruktive Interferenz der gebundenen und der ungebundenen s -Wellen erzeugt wird. Für größere Radien können Beiträge höherer Drehimpulse nicht vernachlässigt werden. Da die Emmissionswahrscheinlichkeit der kurzlebigen Zustände für große α^{ex} bei kleinen Radien lokalisiert ist, schlußfolgere ich, daß die Interferenz zwischen gebundenen und ungebundenen Zuständen für $R_1 > 1$ fm destruktiv sein muß. Ansonsten würden die $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ auch am Kernrand große Amplituden aufweisen.

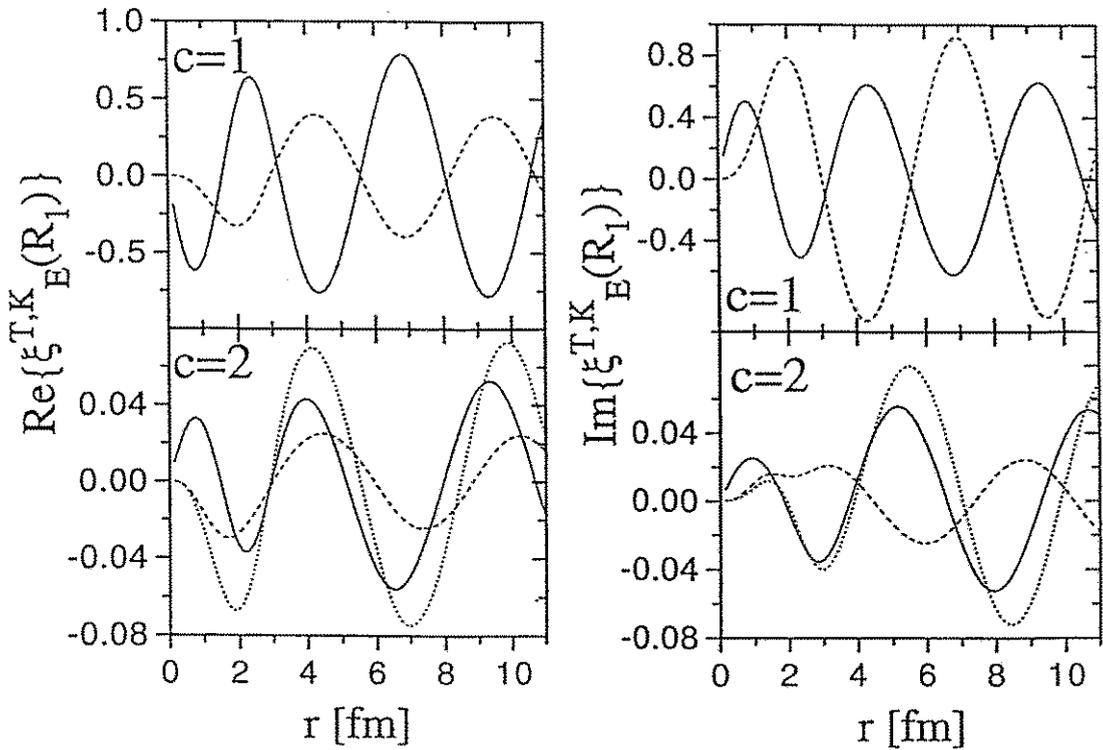


Abbildung 8.3: Realteil (a) und Imaginärteil (b) der Funktion $\xi_E^{T,K}$ als Funktion der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens für verschiedene Drehimpulsquantenzahlen, aufgezeichnet für den elastischen, $c = 1$, und inelastischen, $c = 2$, Neutronenkanal. s -Welle (durchgezogene Linie), $d_{3/2}$ -Welle (gepunktete Kurve), $d_{5/2}$ -Welle (gestrichelte Linie).

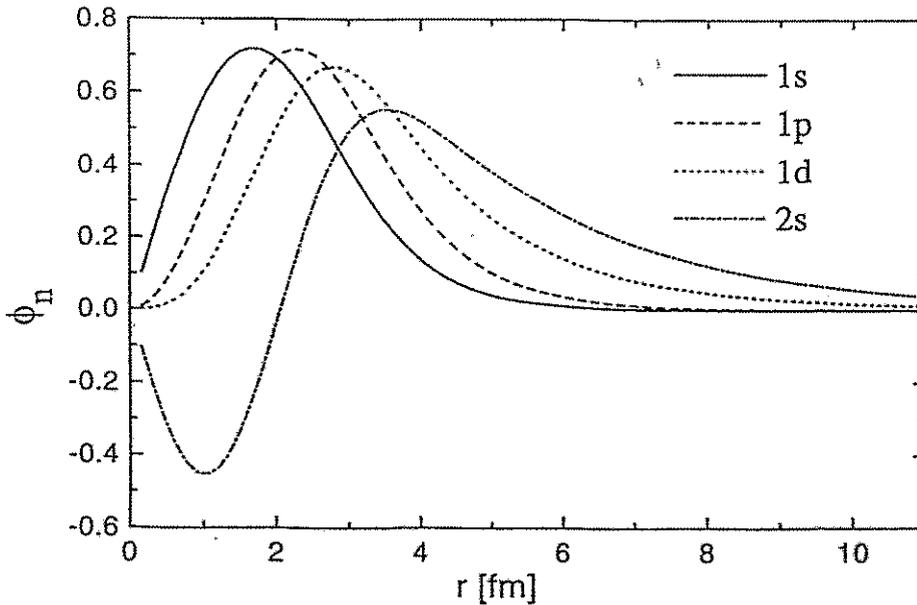


Abbildung 8.4: Die gebundenen Einteilchen-Funktionen in Abhängigkeit von der Radialkoordinate für verschiedene Quantenzahlen.

8.2 Zusammenfassung

Das Matrixelement $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ stellt die Wahrscheinlichkeitsamplitude eines Compoundkernzustandes für die Emission eines Nukleons dar. Es bestimmt die Eigenwerte des nicht-hermiteschen Anteils (Gl. (2.69)) $H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ}$ des effektiven Hamilton-Operators H_{QQ}^{eff} und ist damit die *entscheidende* Größe zur Berechnung der totalen Zerfallsbreite $\tilde{\Gamma}_R$ einer Resonanz. Durch Einfügen der Delta-Funktion $\delta(r_1 - R_1)$ in die Raumintegrale läßt sich der Wert von $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ am Testradius R_1 des Kontinuumteilchens ermitteln. Damit läßt sich der Verlauf der komplexwertigen Funktion $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ in Abhängigkeit von der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens verfolgen.

Es zeigt sich, daß oberhalb $\alpha^{\text{ex}} = 2.5$ die $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ von zwei Resonanzen große Amplituden relativ zu den Amplituden der anderen Zustände aufweisen. Weiterhin ist der Verlauf der $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ dieser beiden Resonanzen für große Kopplungsstärken, im Gegensatz zu den $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$ der anderen Zustände, über den gesamten Bereich von R_1 nicht durch einen Vorzeichenwechsel begleitet. Aus diesem Grund liefert die Integration über R_1 für diese beiden Compoundkernzustände große Emissionswahrscheinlichkeiten für die Aussendung eines Nukleons. Dieses Ergebnis ist im Hinblick auf die vorangegangenen Diskussionen nicht überraschend und wird durch das Verhalten der Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ von H_{QQ}^{eff} dokumentiert. Die Breitenseparation von zwei Resonanzen im Falle von zwei offenen Zerfallskanälen resultiert aus der Radialcharakteristik der $\tilde{\gamma}_{Rc}^{R_1}$.

Unerwartet hingegen ist die Lokalisierung der Zerfallswahrscheinlichkeit der beiden kurzlebigen Zustände bei vergleichsweise kleinen Radien von 0.8 fm. Da der Coulombradius des ^{16}O -Kernes unter der Annahme einer homogenen Ladungsverteilung bei ca. 3 fm liegt, werden die schnellen Übergänge im wesentlichen im Kerninneren produziert. Dieses Resultat ist *nicht* durch eine angenommene Radialabhängigkeit der Zweiteilchen-Restwechselwirkung vorherbestimmt. \hat{V}^{Res} besteht in dieser Modellrechnungen aus einer Summe von Kontaktkräften zwischen gebundenen Teilchen und dem freien Nukleon (Gl (2.34)). Innerhalb der Wechselwirkungszone werden von \hat{V}^{Res} alle Radien paritätisch behandelt. Der Verlauf der gebundenen Einteilchen-Funktionen $\varphi_{n,l}(R_1)$ und der Einteilchen-Komponente $\xi_E^{T,K}(R_1)$ der Kanalwellenfunktionen gibt einen Hinweis auf die Ursachen für den Lokalisierungseffekt. Anhand der Kurven läßt sich ersehen, daß im wesentlichen *s*-Wellen-Übergänge dafür verantwortlich sind.

Aus den Untersuchungen der Eigenwerte des durch H_{QQ}^{eff} charakterisierten offenen Quantensystems ergab sich eine Strukturierung der Zeit- bzw. Energieskala durch eine Umverteilung der Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ oberhalb einer systemkritischen Kopplungsstärke an das Kontinuum der Zerfallskanäle. Betrachtungen des Radialverhaltens der Übergangsmatrixelemente $\langle \xi_E^{c(-)} | \hat{V}^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ ergaben, daß ein Anwachsen der externen Kopplungsstärke auch die Herausbildung räumlicher Strukturen in der Zerfallswahrscheinlichkeit der Compoundkernresonanzen (bezüglich der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens) bedingt.

Kapitel 9

Schlußbetrachtung

Zielrichtung der vorliegenden Arbeit war es, die Eigenschaften eines offenen Quantensystems zu untersuchen. Der Hamilton-Operator H_{QQ}^{eff} eines solchen Systems läßt sich als Summe eines hermiteschen Operators H_{QQ} und eines komplexen Terms $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ aufschreiben. Der erste Term H_{QQ} beschreibt ein abgeschlossenes System, das keinerlei Kopplung an den Außenraum (Raum der Kontinuumzustände) unterworfen ist. Der zweite Term $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ enthält die Kopplung an die Zerfallskanäle. Wegen des Propagators $G_P^{(+)}$ ist der Operator H_{QQ}^{eff} im allgemeinen nichthermitesch und energieabhängig. Die komplexen Eigenwerte \tilde{E}_R von H_{QQ}^{eff} beschreiben die energetische Lage \tilde{E}_R und Zerfallsbreite $\tilde{\Gamma}_R$ der Resonanzzustände.

Die numerischen Untersuchungen wurden anhand verschiedener Modelle durchgeführt. Im Rahmen des Kontinuum-Schalenmodells werden die Eigenzustände $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ des abgeschlossenen Systems durch Konfigurationsmischungen (innere Mischung) der Schalenmodellfunktionen gegeben ($H_{QQ} = H^{\text{SM}}$). Die Eigenzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ des offenen Systems ergeben sich durch Mischung (äußere Mischung) der Funktionen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$. Zur Klärung prinzipieller Fragen dienten die Betrachtungen an einem vereinfachten S -Matrix-Modell. Die diskreten Eigenwerte von H_{QQ} werden in diesem Modell nicht durch eine aufwendige Schalenmodellrechnung bestimmt, sondern sie können, wie auch die Elemente der Kopplungsmatrix H_{QP} , frei gewählt werden.

Die Kopplungsstärke an den Außenraum wird durch einen Stärkeparameter α^{ex} kontrolliert. Bei den numerischen Untersuchungen wurde das durch H_{QQ}^{eff} charakterisierte System einer wachsenden Ankopplung an die Zerfallskanäle ausgesetzt, um die daraus resultierenden Konsequenzen auf die spektralen Eigenschaften von H_{QQ}^{eff} untersuchen zu können.

Aus vorherigen Arbeiten [29, 30, 46] ist bekannt, daß es bei einer systemkritischen Kopplungsstärke zu einer spezifischen Umverteilung der komplexen Eigenwerte des effektiven Hamilton-Operators kommt (Trapping-Effekt). Die Aufgabenstellung der vorliegenden Arbeit bestand darin, die Ursachen des Umordnungsmechanismus zu erkennen und dessen Konsequenzen für das offene System zu erfassen. Weiterhin wurde die Frage der experimentellen Verifikation aufgegriffen und anhand verschiedener Größen diskutiert. Die dabei erzielten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Die Kopplung der gebundenen Zustände $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ an die Zerfallskanäle wird durch den Wert des Stärkeparameters α^{ex} bestimmt. Durch die äußere Mischung der $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ kommt zu zusätzlichen, *effektiven* Beiträgen der Kontinuumkopplung für die Resonanzzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$.

Eine Resonanz koppelt durch Interferenz über weitere Zustände an die Zerfallskanäle $|\xi_E^{c(+)}\rangle$. Je nach Größe und Vorzeichen dieser Interferenzbeiträge kann eine Resonanz effektiv an Kopplungsstärke hinzugewinnen (verstärktes Breitenwachstum) oder von den Kontinuumszuständen abkoppeln (Trapping).

Das Ansteigen des Stärkeparameters α^{ex} bewirkt eine Bewegung der Eigenwerte \tilde{E}_R von H_{QQ}^{eff} in der komplexen Ebene. Bei kleinen α^{ex} driften die Imaginärteile $\tilde{\Gamma}_R$ aller \tilde{E}_R in die komplexe Ebene hinein. Die Resonanzen gewinnen an Zerfallsbreite. Da die spektroskopische Struktur der Schalenmodell-Zustände $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ unterschiedlich ist, unterscheiden sich auch die Werte der Übergangsmatrixelemente $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ bei einem bestimmten Wert von α^{ex} . Aus diesem Grund nimmt die Driftgeschwindigkeit der \tilde{E}_R für jede Resonanz individuelle Werte an.

Die Interferenz der $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ untereinander wirkt sich in diesem *unterkritischen* Stadium vor allem auf die Realteile \tilde{E}_R der \tilde{E}_R aus. Sie verursacht eine *Attraktion* der energetischen Lagen der Resonanzen. Bei bestimmten, *kritischen* Werten von α^{ex} nehmen jeweils zwei benachbarte Eigenwerte \tilde{E}_R einen *minimalen Abstand* in der komplexen Ebene zueinander ein. In diesem Punkt schlägt das Breitenwachstum einer der beiden Resonanzen in Breitenreduktion um. Weiteres Erhöhen von α^{ex} hat eine *Repulsion* der Imaginärteile zweier Eigenwerte zur Folge. Für diese beiden Zustände ist das *überkritische* Stadium erreicht, in dem eine der beiden Resonanzen effektiv von den Kontinuumszuständen $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ abkoppelt. Da die Kopplungsstärke zu den Zerfallskanälen für alle $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ gleichermaßen erhöht wird, kann dieses Verhalten nur durch konstruktive, bzw. destruktive Interferenzbeiträge erklärt werden. Die effektive Kopplungsstärke wird maßgeblich durch diese zusätzlichen Anteile bestimmt.

Der Umordnungsprozeß vollzieht sich also mit steigender äußerer Kopplung in einem *lokalen* Energiegebiet durch Kollision zweier Eigenwerte und läßt sich in drei Phasen einteilen: $\alpha^{\text{ex}} < \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} = \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$. Der minimale Abstand der \tilde{E}_R in der komplexen Ebene hängt von der Differenz der effektiven Kopplungsstärken der beiden kollidierenden Eigenwerte ab. Bei paritätischer Ankopplung der beiden Resonanzzustände ist der minimale Abstand ihrer Eigenwerte gleich Null.

Die Eigenfunktionen $|\Phi_R^{\text{SM}}\rangle$ des hermiteschen Anteils stehen orthogonal zueinander. Für die Eigenzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ von H_{QQ}^{eff} bedeutet eine Erhöhung der äußeren Wechselwirkungsstärke eine Drehung im Hilbertraum. Dabei geht die Orthogonalitätseigenschaft verloren. Die $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ bilden ein *Biorthogonalsystem*. Die Zustände zweier kollidierender Eigenwerte werden im unterkritischen Stadium zueinander gedreht. Im Fall gleicher effektiver Kopplungsstärke sind beide Zustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ am kritischen Punkt identisch. Im überkritischen Gebiet von α^{ex} werden beide Resonanzzustände wieder orthogonal zueinander ausgerichtet. Dabei erfolgt die Drehung der Resonanz großer Breite in Richtung des Kopplungsvektors V^c , dessen Komponenten durch die Übergangsmatrixelemente $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ gegeben sind. Das bedeutet, daß die Interferenzwirkung besonders in kritischen Gebieten wesentlich ist. Im asymptotischen Bereich großer Kopplungsstärken wird die Struktur der kurzlebigen Zustände durch die Struktur des Kopplungsvektors bestimmt.

Die *globale* Umordnung des gesamten Spektrums erfolgt durch sukzessive Abfolge dieses lokal wirkenden Mechanismus, bis sich K breite Zustände herausgebildet haben. Die Eigenwerte von Zuständen, die mit starkem Breitenwachstum aus einem kritischen Gebiet hervorgegangen sind, können wieder untereinander in Konflikt geraten. Dabei wird der glei-

che Prozeß (Attraktion der Realteile zweier benachbarter Eigenwerte und Repulsion ihrer Imaginärteile) abermals durchlaufen. In dieser Weise kommt es zu einer hierarchischen Anordnung der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ in der komplexen Ebene. Auf jedem lokalen Energiegebiet existieren lokalbreite Resonanzen, die das Zerfallsverhalten des Systems auf dieser Energieskala bestimmen.

Aufgrund der Biorthogonalität der Eigenzustände von H_{QQ}^{eff} ist das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der links- bzw. rechtsseitigen Eigenvektoren im allgemeinen nicht gleich 1. In der Normierung $(|\tilde{\Phi}_R\rangle)^2 = 1$ zeigt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ große Amplituden im kritischen Gebiet von α^{ex} . Der Maximalwert hängt dabei von der Differenz der effektiven Kopplungsstärken ab. Im Fall der paritätischen Ankopplung divergiert das Skalarprodukt am kritischen Punkt. Da im asymptotischen Fall großer α^{ex} auch die Orthogonalität der $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ nahezu gewährleistet ist, gehen die Werte von $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ für große Kopplungsstärken wieder auf 1 zurück, wenn keine weiteren Eigenwert-Kollisionen stattfinden.

Auch die Werte von I_R^h sind abhängig von der Symmetrie der Ankopplung. In den kritischen Gebieten ist die Interferenzwirkung der $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ untereinander und damit auch der Zuwachs der äußeren Mischung groß. Da die Umordnung des Spektrums sukzessive erfolgt, durchlaufen Zustände großer Zerfallsbreite eine größere Anzahl kritischer Gebiete. Aus diesem Grund nehmen die Mischungsfunktionen der kurzlebigen Resonanzen im allgemeinen größere Werte an als die der Zustände kleiner Breite.

Wegen der attraktiven Wirkung der Realteile der $\tilde{\mathcal{E}}_R$ wird die Niveaudichte der Zustände mit wachsendem α^{ex} erhöht. Die Interferenzwirkung dicht liegender Zustände ist im allgemeinen größer als die zwischen Resonanzen größeren Abstandes. Mit Variation von α^{ex} wurde der Versuch unternommen, Gebiete hoher Niveaudichte zu simulieren. Da der minimale Abstand bei der Eigenwert-Kollision von der Symmetrie der Ankopplung abhängt, ist der Überlappungsgrad $\bar{\Gamma}/\bar{D}$ keine geeignete Größe zur Klassifikation des Trapping-Effektes.

Das Interferenzbild äußert sich schon im einfachst denkbaren Zweiresonanzfall durch eine komplizierte Struktur im totalen Wirkungsquerschnitt σ^{tot} . Besonders im kritischen Bereich zwischen Energieattraktion und Breitenrepulsion sind Lage und Lebensdauer der Zustände im Kurvenverlauf von σ^{tot} verborgen. Im asymptotischen Fall großer Kopplungsstärken äußert sich die getrappte Resonanz in Form eines Dips inmitten der überlagerten Kurve des kurzlebigen Zustandes. Der totale Wirkungsquerschnitt ist also *keine* geeignete Größe zur Klassifikation von Spektren im Hinblick auf die Interferenz der Resonanzzustände. Im differentiellen Wirkungsquerschnitt sind charakteristische Unterschiede zwischen kurzlebigen Zuständen und Feinstrukturresonanzen denkbar. Direkte-, Vergleichgewichts- und Gleichgewichtsprozesse zeigen experimentell eine deutlich unterschiedliche Winkelverteilung im differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$. Für die schnellen Übergänge wird die Emission vorrangig in Vorwärtsrichtung beobachtet. Der Zerfall von Resonanzzuständen erfolgt symmetrisch um 90° . Wirken sich die breiten Zustände bei einer Reaktion im differentiellen Wirkungsquerschnitt *ähnlich wie direkte Prozesse aus*, so ist eine signifikant unterschiedliche Winkelverteilung für kurz- und langlebige Zerfälle zu erwarten.

Die Stärke der Interferenzwirkung hängt von dem Wert der Übergangsmatrixelemente $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ ab. Dadurch können auch Zustände unterhalb der elastischen Schwelle den Umordnungsprozess entscheidend beeinflussen. Nehmen die $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \xi_E^{c(+)} \rangle$ der gebundenen Zustände große Werte an, so können sie die Separation von K kurzlebigen Resonanzen verhindern. Im totalen Wirkungsquerschnitt für Neutronenstreuung σ^{tot} macht sich

dieser Effekt durch einen starken Anstieg des Resonanzanteils bemerkbar. Im Fall der Protonenstreuung wird dieser Effekt durch die Coulombbarriere unterdrückt. Die Linienform der langlebigen Resonanzen, die durch die gebundenen Zustände getrappt sind, erinnert an das Fluktuationsbild stark interferierender Resonanzen.

Das Matrixelement $\langle \xi_E^{c(-)} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ stellt die Wahrscheinlichkeitsamplitude eines Compoundkernzustandes für die Emission eines Nukleons dar. Bezüglich der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens zeigt $\langle \xi_E^{c(-)} | \alpha^{\text{ex}} V^{\text{Res}} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ für die kurzlebigen Resonanzen große Amplituden im Inneren der Wechselwirkungszone, währenddessen die Übergangsmatrixelemente der langlebigen Zustände über den gesamten Kern im Mittel konstante Amplituden aufweisen. Die Emissionswahrscheinlichkeit der schnellen Übergänge ist bei *kleinen* Radien lokalisiert. Dieses Resultat ist *nicht* durch eine angenommene Radialabhängigkeit der Wechselwirkungen vorherbestimmt. Der Trapping-Effekt generiert also auch bezüglich der Radialkoordinate eine Strukturierung des Systems .

Aus den genannten Gründen ist die experimentelle Verifikation dieses Umordnungsprozesses problematisch. Dennoch werden in der Literatur Resonanzphänomene aus verschiedenen Gebieten der Physik als Beispiele für das Trapping diskutiert. Das vielleicht schönste Beispiel kommt aus dem Bereich der Atomphysik. Der experimentelle Befund nahezu gebundener Zustände oberhalb der Schwelle in direkter Nähe sehr kurzlebiger Resonanzen [63, 64] konnte theoretisch als Interferenz zwischen Zuständen verschiedener Rydbergserien nachgewiesen werden [50]. Aber auch in der Molekülphysik, der Quantenchemie und der Quantenoptik gibt es vielversprechende Arbeiten für den Nachweis des Trapping-Effektes [45, 47, 48, 67, 65, 70].

In der Kernphysik wird das Isospin-Doublet bei 16.6 und 16.9 MeV als Beispiel zweier Resonanzen nahe des kritischen Punktes diskutiert [36, 44]. Ein weiterer aussichtsreicher Kandidat ist das Phänomen der Neutronenresonanzen, die eine für die Kernphysik ungewöhnlich kleine Zerfallsbreite aufweisen. In [41] wurden experimentelle Daten von 22 Neutronenresonanzen in ^{53}Cr [10, 11] durch ein theoretisches Modell beschrieben. Die gefitteten Werte für die Lage und Lebensdauer der Resonanzen konnten im Rahmen der theoretischen Formulierung mit komplexen Eigenwerten nahe des kritischen Punktes oder im überkritischen Gebiet identifiziert werden.

Der Wirkungsquerschnitt interferierender Resonanzen zeigt eine schmalere Linienform im als die Breit-Wigner-Kurven der Zustände mit den entsprechenden Werten für \tilde{E}_R und $\tilde{\Gamma}_R$. Damit stellt sich die Frage, ob die fehlende Übergangsstärke experimenteller Befunde für Gamow-Teller-Übergänge durch Interferenzeffekte eine Erklärung finden kann. Auch die Klumpung der Feinstrukturresonanzen, die von kurzlebigen Isobar-Analog-Resonanzen eingehüllt werden, könnte durch die attraktive Wirkung des Trapping-Effektes auf die Energien der Zustände hervorgerufen werden.

Solche und ähnliche Fragen könnten Gegenstand weiterer Untersuchungen sein. Der Trapping-Effekt bietet prinzipiell einen Mechanismus, der die Herausbildung verschiedener Zeitskalen bei Resonanzphänomenen verursacht. Je nach dem betrachteten Spezialfall, daß heißt der Verteilung der Zustände, Stärke und Symmetrie der Ankopplung etc., treten verschiedene Facetten des Interferenzbildes in den Vordergrund. Zur Lösung der oben genannten offenen Probleme ist daher eine Beschreibung konkreter experimenteller Daten notwendig.

Literaturverzeichnis

- [1] N. Bohr,
Nature **137** 351 (1936)
- [2] O. Haxel, J. H. D. Jensen and H. E. Suers,
"On "Magic Numbers" in Nuclear Structure",
Phys. Rev. **75** 1766 (1949)
- [3] M.G. Mayer,
"On Closed Shells in Nuclei II",
Phys. Rev. **75** 1969 (1949)
- [4] L. L. Lee and J. P. Schiffer,
"A Test of the Statistical Nature of the Fluctuations in the Nuclear Cross Section",
Phys. Lett. **4** 104 (1963)
- [5] T. Ericson,
"Flucuations of Nuclear Cross Sections in the "Continuum" Region",
Phys. Rev. Lett. **5** 430 (1960)
- [6] P. A. Moldauer,
"Statistical Theory of Intermediate Resonances",
Phys. Rev. Lett. **18** 249 (1967)
- [7] P. A. Moldauer,
" Resonance Widths and Spacings: Their Averages and Distributions",
Phys. Rev. **17** 1164 (1968)
- [8] T. Ericson and T. Mayer-Kuckuk,
"Fluctuations in Nuclear Reactions",
Ann. Rev. Nucl. Sci. **16** 183 (1968)
- [9] "Neutron Cross section"
S. F. Mughabghab, M. Divadeenam and N. E. Holden,
Volume 1:"Neutron Resonance Parameters and Thermal Cross Section",
V. Mc Lane, C. L. Dunford and P. F. Rose
Volume 2:"Neutron Cross Section Curves",
Academic Press, Inc. (London) L.T.D. (1988)
- [10] G. Rohr, R. Shelley, A. Bruesegan, F. Poortmans and L. Mewissen,
"Nonstatistical effects Observed with $^{53}\text{Cr}+n$ Resonances",
Phys. Rev. C **39** 426 (1989)

- [11] H. M. Agrawal, J. B. Garg and J. A. Harvey,
"Parity Dependence of the Level Densities of ^{53}Cr and ^{55}Cr at High-Excitation",
Phys. Rev. C **30** 1880 (1984)
- [12] J. D. Anderson and C. Wong,
"Evidence for Charge Independence in Medium Weight Nuclei",
Phys. Rev. Lett. **7** 250 (1961)
- [13] G. M. Temmer,
Isobaric Analogue Resonances and Nuclear Spectroscopy,
Isospin in Nuclear Physics, ed. by D. H. Wilkinson (1970)
- [14] G. M. Temmer,
Isobaric analogue Studies in Light Nuclei ($A < 65$),
Nuclear Spectroscopy and Reactions, ed. by Cerny (1974)
- [15] P. E. Hodgson,
Nuclear Reactions and Nuclear Structure,
Clarendon Press Oxford (1971)
- [16] G. E. Mitchell,
Theory and Applications of Moment Methods in Many Fermion Systems,
ed. by Dalton et al., New York Plenum (1980)
- [17] H. Feshbach,
Theoretical Nuclear Physics: Nuclear Reactions,
Cambridge Massachusetts, ed. by John Wiley and sons, INC. (1976)
- [18] J. M. Eisenberg and W. Greiner,
Nuclear Theory, Volume 1-3,
Amsterdam: North Holland (1976)
- [19] A. Bohr and B. R. Mottelson,
Struktur der Atomkerne, Band 1 und 2,
Akademie-Verlag Berlin (1975)
- [20] J. Barrette, M. J. Levine, P. Braun-Munzinger, P. M. Berkowitz, M. Gai, J. W. Harris,
C. M. Jachinski and C. D. Uhlhorn,
"Fine-Structure in the Elastic and Inelastic-Scattering of $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$ and $^{16}\text{O}+^{28}\text{Si}$ ",
Phys. Rev. C **20** 1759 (1979)
- [21] R. R. Doering, A. Galonsky, D. M. Patterson and G. F. Bertsch,
"Observation of Giant Gamow-Teller Strength in (p, n) Reactions",
Phys. Rev. Lett. **35** 1691 (1975)
- [22] zum Beispiel: E. Vogt,
in: Int. Conf. on Spin Excitations in Nuclei,
Telluride, Colorado, (1983) TRI-PP-83-17
- [23] E. G. Bilpuch, J. D. Moses, F. O. Purser, H. W. Newson, G. E. Mitchell, R. O. Nelson
and D. A. Outlaw,
"High Resolution Study of the $1/2^-$ Analog State in ^{93}Te ",
Phys. Rev. C **9** 1589 (1974)

- [24] P. Braun-Munzinger and J. Barrette,
"Dynamical Aspects of Large Angle Heavy-Ion Scattering",
Phys. Rep. **87** 209 (1982)
- [25] C. Mahaux and H. A. Weidenmüller,
Shell Model Approach to Nuclear Reactions,
Amsterdam: North-Holland, 1969
- [26] H. Feshbach,
"A Unified Theory of Nuclear Reactions I",
Ann. Phys. (NY) **5** 357 (1958)
- [27] H. Feshbach,
"A Unified Theory of Nuclear Reactions II",
Ann. Phys. (NY) **19** 287 (1962)
- [28] H. A. Weidenmüller,
"Statistics and the Shell Model or Chaotic Motion in Atomic Nuclei",
Comments Nucl. Part. Phys. **16** 199 (1986)
- [29] P. Kleinwächter and I. Rotter,
"Spectroscopic Properties of Highly Excited States",
Phys. Rev. C **32** 1742 (1985)
- [30] V. V. Sokolov and V. G. Zelevinsky,
"On a Statistical Theory of Overlapping Resonances",
Phys. Lett. B **202** 10 (1988);
- [31] V. V. Sokolov and V. G. Zelevinsky,
"Dynamics and Statistics of Unstable Quantum States",
Nucl. Phys. A **504** 562 (1989)
- [32] I. Rotter,
"A Continuum Shell Model for the Open Quantum Mechanical Nuclear System",
Rep. Prog. Phys. **54**, 635 (1991)
- [33] P. von Brentano,
"On the Generalisation of the Level Repulsion Theorem to Resonances",
Phys. Lett. B **238** 1 (1990)
- [34] P. von Brentano,
"Energy Repulsion and Width Attraction in a System of two Interacting Resonances
in ${}^8\text{Be}$ ",
Phys. Lett. B **246** 320 (1990)
- [35] F. M. Dittes, H. L. Harney and I. Rotter,
"Formation of Fast and Slow Decay Modes in N-level Systems Coupled to One Open
Channel",
Phys. Lett. A **153** 451 (1991)
- [36] P. von Brentano,
"Energy Attraction and Width Repulsion due to External Mixing and an Application
to ${}^8\text{Be}$ ",
Nucl. Phys. A **550** 143 (1992)

- [37] E. Hernandez, A. Jauregui and A. Mondragon,
"Topological Phase of a Resonant State",
Revista Mexicana de Fisica **38** Sup. 2 128 (1992)
- [38] V. V. Sokolov and V. G. Zelevinsky,
"Collective Dynamics of Unstable Quantum States",
Ann. Phys. (N. Y.) **216** 323 (1992)
- [39] F. Haake, F. Izrailev, N. Lehmann, D. Saher and H. J. Sommers,
"Statistics of Complex Levels of Random Matrices for Decaying Systems",
Z. Phys. B **88**, 359 (1992)
- [40] W. Iskra, I. Rotter and F. M. Dittes,
"Hierarchical Trapping of Resonance States at High Level Density",
Phys. Rev. C **47** 1086 (1993)
- [41] R.-D. Herzberg, P. von Brentano and I. Rotter,
"Evidence for Trapping and Collectivization of Resonances at Strong Coupling",
Nucl. Phys. A **556** 107 (1993)
- [42] N. Auerbach,
"Super-Radiant States in Intermediate Energy Nuclear Physics",
Phys. Rev. C **50** 1606 (1993)
- [43] A. Mondragon and E. Hernandez,
"Degeneracy and Crossing of a Resonance State",
J. Phys. A: Math Gen. **26** 5595 (1993)
- [44] E. Hernandez and A. Mondragon,
"The 2^+ Doublet in ^8Be : An Example of Accidental Resonance Degeneracy",
Phys. Lett. B **326** 1 (1994)
- [45] P. M. Radmore and P. L. Knight,
"Two-Photon Ionisation: Interference and Population Trapping",
Phys. Lett. A **102** 180 (1984),
- [46] H. Friedrich and D. Wintgen,
"Interfering Resonances and Bound States in the Continuum",
Phys. Rev. A **32** 3231 (1985)
- [47] V. B. Pavlov-Verevkin,
"Trapping in the Coherent Radiationless Decay of Degenerate States",
Phys. Lett. A **129** 168 (1988),
- [48] F. Remacle, M. Munster, V. B. Pavlov-Verevkin and M. Desouter-Lecomte,
"Trapping in Competitive Decay of Degenerate States",
Phys. Lett. A **145** 265 (1990)
- [49] K. Someda, H. Nakamura and F. H. Mies,
"Overlapping-Resonance Scattering and Statistical Theory of Unimolecular Decomposition",
Progr. Theoretical Phys. (in press)

- [50] A. Burgers and D. Wintgen,
"Inhibited Autoionisation of Planetary Atom States",
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **27** L131 (1994)
- [51] W. L. Wang and C. M. Shakin,
"Intermediate Structure and the Photodisintegration of O^{16} ",
Phys. Rev. C **5** 1898 (1972)
- [52] H. W. Barz, I. Rotter and J. Hohn,
"Coupled Channels Calculations in the Continuum Shell Model with Complicated Con-
figurations",
Nucl. Phys. A **275** 111 (1977)
- [53] F. M. Dittes, I. Rotter and T. H. Seligman,
"Chaotic Behaviour of Scattering Induced by Strong External Coupling",
Phys. Lett. A **158** 14 (1991)
- [54] I. Rotter, H. W. Barz and J. Hohn,
"Threshold Effects in Nuclear Reactions and the Line Shape of Resonances",
Nucl. Phys. A **297** 237 (1978)
- [55] H. W. Barz, I. Rotter and J. Hohn,
"Continuum Shell-Model Calculation of an Excited-State GDR Observed in the Reac-
tion $^{15}N(p, \gamma_2)$ ",
Nucl. Phys. A **307** 285 (1978)
- [56] W. L. Wang and C. M. Shakin,
"Single Particle Resonances in the Unified Theory of Nuclear Reactions",
Phys. Lett. B **32** 421 (1970)
- [57] H. W. Barz and J. Hohn,
"Kontinuum-Schalenmodell mit komplizierten Konfigurationen",
Dissertation, Dresden (1977)
- [58] W. Iskra, M. Muller and I. Rotter,
"Self-Organization in the Nuclear System: I. The Slaving Principle",
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19** 2045 (1993)
- [59] W. Iskra, M. Muller and I. Rotter,
"Self-Organization in the Nuclear System: II. Formation of a New Order",
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20** 775 (1994)
- [60] M. Muller, I. Rotter and I. Iskra,
"Selforganization and Disorder in an Open Quantum System",
Acta Physica Polonica B **25** 711 (1994)
- [61] B. Buck and A. D. Hill,
"Calculation of the Photonuclear Resonance Cross Sections by Coupled Channel Re-
action Theory",
Nucl. Phys. A **95** 271 (1966)
- [62] V. Gillet and N. Vinh Mau,
"Particle Hole Description of Carbon 12 and Oxygen 16",
Nucl. Phys. **54** 321 (1964)

- [63] J. Neukammer, H. Rinneberg, G. Jöhnsson, W. E. Cooke, H. Hierinymus, A. König, K. Vietzke and Spinger-Bolk,
"Autoionization Inhibited by Internal Interferences",
Phys. Rev. Lett. **55** 1979 (1985)
- [64] L. D. Van Woerkom, J. G. Story and W. E. Cooke,
"Measurement of the Lifetimes of the Metastable $5d_{3/2}, 26d_{3/2}, J = 0$ Autoionizing State of Barium",
Phys. Rev. A **34** 3457 (1986)
- [65] U. Sieger, M.- A. Mysec, S. Glutsch and D. S. Chemla,
"Ultrafast Coherent Dynamics of Fano Resonances in Semiconductors",
Phys. Rev. Lett. **74** 470 (1995)
- [66] E. P. Kanter, D. Kollwe, K. Komaki, I. Leuca, G. M. Temmer and W. M. Gibson,
"The Time Evolution of Compound Elastic Scattering Measured by Crystal Blocking",
Nucl. Phys. A **299** 230 (1978)
- [67] A. Geers, J. Kappert, C. Stöck, F. Temps und J. W. Wiebrecht,
"Quantenzustandsaufgelöste Untersuchungen der Schwingungsdynamik und unimolekularen Dissoziation hochangeregter Moleküle am Beispiel $\text{CH}_3\text{O} (\tilde{X}^2E) \rightarrow \text{H} + \text{H}_2\text{CO}$ ",
Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in Göttingen Oktober 1993 Nr. 2
- [68] M. Horoi, V. G. Zelevinsky and B. A. Brown,
"Chaos vs Thermalization in the Nuclear Shell Model",
Preprint Michigan MSUCL-953 Oktober (1994)
- [69] W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System and Irreversibility",
Prog. Theor. Phys. Suppl. **116** 385 (1994)
- [70] S.A. Reid and H. Reisler,
"Double Resonance IR-Visible Photofragment Yield Spectroscopy of NO_2 : Interferences among overlapping Quasi-Bound Levels",
J. Chem. Phys. **101** 5683 (1994)
- [71] M. Müller, F.- M. Dittes, W. Iskra and I. Rotter,
"Level Repulsion in the Complex Plane",
Preprint FZR-70, Feb. 1995 Rossendorf
- [72] P. Kleinwächter and I. Rotter,
"Gamow-Teller Resonances and Nuclear Structure",
Nucl. Phys. A **391** 137 (1982)
- [73] F. Hinterberger, P. D. Eversheim, P. von Rossen, B. Schüller, R. Schönhagen, M. Theene, R. Gorgen, T. Braml and H. J. Hartmann,
"The $\alpha + \alpha \rightarrow {}^8\text{Be}$ Double Resonances at the 16.6 and 16.9 MeV Levels",
Nucl. Phys. A **299** 397 (1978)
- [74] R. U. Haq, A. Pandey and O. Bohigas,
"Fluctuation Properties of Nuclear-Energy Levels - do Theory and experimental Agree",
Phys. Rev. Lett. **48** 1086 (1982)

- [75] P. Kleinwächter and I. Rotter,
"On Resonance Phenomena in Nuclear Reaction Cross Section",
J. Phys. G: Nucl. Phys. **8** 955 (1982)

- [76] W. Iskra and I. Rotter,
"Radial Characteristics for Nuclear States with Weakly Bound Nucleons",
Phys. Rev. C **44** 721 (1991)

- [77] W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Radial Pattern of Nuclear Decay Processes",
Phys. Rev. C (April 1995)

Kapitel 11

Liste der wissenschaftlichen Aktivitäten

– Veröffentlichungen in Fachzeitschriften

1. M. Forker et al.,
"A Furnace for High Temperature Perturbed Angular Correlation Measurements",
Nucl. Instr. Meth. Phys. Research A **327** 456 (1993)
2. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System: I. The slaving principle",
J. Phys. G **19** 2045 (1993)
3. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System: II. Formation of a new order",
J. Phys. G **20** 775 (1994)
4. M. Müller, I. Rotter and W. Iskra,
"Selforganization and Disorder in an Open Quantum System",
Acta Phys. Polon. **25** 711 (1994)
5. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System and Irreversibility",
Progr. Theor. Phys. Suppl. **116** 385 (1994)
6. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Radial Pattern of Nuclear Decay Processes"
Phys. Rev. C (1995) (in press)

– Veröffentlichte Konferenzbeiträge

1. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selbstorganisation in Atomkernen",
57. Physikertagung Mainz 1993, 22. - 26. 3. 1993,
Abstracts S. 672
2. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Resonant States in Excited Systems",
Gruppenbericht. 57. Physikertagung Mainz 1993, 22. - 26. 3. 1993,
Abstracts S. 708

3. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Hierarchical Formation of Local Resonance Structure",
57. Physikertagung Mainz 1993, 22. - 26. 3. 1993,
Abstracts S. 715
4. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Collective Strength in Nuclei Resulting from Selforganization",
Gull Lake Nuclear Physics Conference "Giant Resonances",
August 17 - 21, 1993, Book of Abstracts p. 46
5. W. Iskra, M. Müller und I. Rotter,
"Zeitskalen in Kernreaktionen",
Gruppenbericht. 58. Physikertagung München, 21. - 25. 3. 1994,
Abstracts p. 1812
6. W. Iskra, M. Müller und I. Rotter,
"Sättigung der Riesenresonanzstärke im Bereich sehr hoher Niveaudichte",
58. Physikertagung München, 21. - 25. 3. 1994,
Abstracts p. 1807
7. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"The Interplay of Different Time Scales at High Excitation Energy"
2nd International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei.
Dubna (Russia), 26. - 28.4.1994, Abstracts p. 20
8. M. Müller, F.M. Dittes, W. Iskra and I. Rotter,
"Level Repulsion in the Complex Plane"
Gruppenbericht. 59. Physikertagung Köln, 13. - 17. 3. 1995,
Abstracts p. 641
9. M. Müller, E. Persson, I. Rotter and W. Iskra,
"Spectroscopic Investigations near Particle Decay Thresholds"
59. Physikertagung, Köln, 13. - 17. 3. 1995,
Abstracts p. 641
10. W. Iskra, H. Lenske, M. Müller and I. Rotter,
"Core Polarization and Chaotic Motion in Nuclei",
59. Physikertagung, Köln, 13. - 17. 3. 1995,
Abstracts p. 590
11. I. Rotter, W. Iskra and M. Müller
Investigation of an open quantum mechanical system
59. Physikertagung, Berlin, 20. - 24. 3. 1995,
Abstracts p. 1109
12. I. Rotter, W. Iskra and M. Müller
Investigation of an open quantum mechanical system
59. Physikertagung, Berlin, 20. - 24. 3. 1995,
Abstracts p. 1109
13. I. Rotter, W. Iskra and M. Müller
Trappingeffekt, Zeitskalen und Chaos in quantenmechanischen
Vielteilchensystemen
59. Physikertagung, Berlin, 20. - 24. 3. 1995,
Abstracts p. 1961

- Preprints

1. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System. I: The Slaving Principle",
Preprint FZR-93-01 (Rossendorf 1993)
2. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Selforganization in the Nuclear System. II: Formation of a New Order",
Preprint FZR-93-13 (Rossendorf 1993)
3. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter,
"Radial Pattern of Nuclear Decay Processes",
Preprint FZR-39 (Rossendorf, Mai 1994)
4. M. Müller, F.M. Dittes, W. Iskra and I. Rotter,
"Level Repulsion in the Complex Plane",
Preprint FZR-70 (Rossendorf, Feb. 1995)

- Vorträge auf Konferenzen und Schulen

1. "Selbstorganisierende Mechanismen in einem Vielteilchensystem
I: Modellbeschreibung",
Seminarvortrag. Ferienkurs "Selbstorganisation und Quantenchaos",
Dresden 21.9. - 2.10.1992
2. "Selbstorganisierende Mechanismen in einem Vielteilchensystem.
II: Numerische Ergebnisse",
Seminarvortrag. Ferienkurs "Selbstorganisation und Quantenchaos",
Dresden 21.9. - 2.10.1992
3. "Selbstorganisation in Atomkernen",
57. Physikertagung Mainz, 22. - 26. März 1993
4. "Hierarchische Bildung von lokaler Resonanzstruktur",
57. Physikertagung Mainz, 22. - 26. März 1993
5. "Selforganization in the Nuclear System",
International Workshop on Time Reversal Invariance and Parity Violation in
Neutron Reactions,
Dubna, Russia, May 4 - 7, 1993
6. "Selforganization and Disorder in an Open Quantum System",
XXIII Mazurian Lakes Summer School: Frontier Topics in Nuclear,
Astronuclear and Astroparticle Physics,
Piaski, Poland, August 18 - 28, 1993
7. "Selbstorganisation im Atomkern",
Seminarvortrag. WE-Heraeus-Ferienkurs "Ordnung und Quantenchaos",
Dresden, 12.9. - 24.9.1993
8. "Selbstorganisation in Atomkernen",
Eingeladener Vortrag.
3. Jahrestagung 1993 der Chaos-Gruppe: Chaos und Strukturbildung,
München, 13. Nov. 1993
9. "Sättigung der Riesenresonanzstärke im Bereich sehr hoher Niveaudichte",
Frühjahrstagung Physik der Hadronen und Kerne.
München, 21. - 25. 3. 1994

– Seminarvorträge

1. "Selbstorganisation in Atomkernen",
Forschungszentrum Rossendorf, Institut für Kern- und Hadronenphysik
16.11.1992
2. "Selbstorganisation in Atomkernen",
Technische Universität Dresden, Institut für Theoretische Physik
29.4.1993
3. "Untersuchung eines offenen Quantensystems",
Forschungszentrum Rossendorf, Institut für Kern- und Hadronenphysik
14.3.1994
4. "Untersuchung eines offenen Quantensystems am Beispiel des Kontinuum- Schalenmodells",
Technische Universität Dresden, Institut für Theoretische Physik
6.5.1994
5. "Dynamik offener Quantensysteme",
Universität Bonn, Institut für Strahlen- und Kernphysik
21.11.94
6. "Dynamik offener Quantensysteme",
Forschungszentrum Jülich, Institut für Kernphysik
23.11.94
7. "Niveauabstoßung in der komplexen Ebene",
Technische Universität Dresden, Institut für Theoretische Physik
3.2.95

– Poster auf internationalen Konferenzen

1. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter
"Selforganization and Quantum Chaos in the Nuclear System",
"Dynamics Days" Rydzyna, Poland, June 9 - 12, 1993
2. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter
"Selforganization and Disorder in an Open Quantum System",
XXIII Mazurian Lakes Summer School: Frontier Topics in Nuclear,
Astronuclear and Astroparticle Physics,
Piaski, Poland, August 18 - 28, 1993
3. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter
"Collective Strength in Nuclei Resulting from Selforganization",
Gull Lake Nuclear Physics Conference "Giant Resonances",
Gull Lake, Michigan, 17. - 21.8.1993
4. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter
"Selforganization and Disorder in an Open Quantum System
"Chaos, Order and Patterns: Aspects of Nonlinearity",
Como, Italy, Sept. 5 - 10, 1993
5. W. Iskra, M. Müller and I. Rotter
"Selforganization and Chaos in the Nuclear System",
Applications of Chaos in Many-Body Quantum Physics.
Seattle (USA), 20.6. - 24.6. 1994

6. M. Müller, E. Persson, I. Rotter, W. Iskra
"Investigation of an Ensemble near the Elastic Threshold",
Nonequilibrium Physics at Short Time Scales.
Workshop Heraeus Foundation. Rostock, 11. - 14. 1. 1995

Kapitel 12

Thesen

- Bei der Untersuchung der spektralen Eigenschaften eines offenen Quantensystems, das durch einen nichthermiteschen Operator $H_{QQ}^{\text{eff}} = H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$ beschrieben wird, wurde eine Umverteilung der Eigenwerte bei wachsender äußerer Kopplung α^{ex} beobachtet. Der Realteil \tilde{E}_R des komplexen Eigenwertes \tilde{E}_R gibt die energetische Lage einer Resonanz $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ wieder und der Imaginärteil $\tilde{\Gamma}_R$ deren Zerfallsbreite. Mit ansteigender Kopplungsstärke kommt es zu einem Anwachsen der Imaginärteile der komplexen Eigenwerte, bis bei einer kritischen Kopplungsstärke $\alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, im Falle von K offenen Zerfallskanälen, K kurzlebige Resonanzen entstehen und die restlichen Zustände effektiv von der Umgebung abkoppeln (Trapping-Effekt). Die Anzahl K der kurzlebigen Resonanzen ist gleich dem Rang der Kopplungsmatrix. Im Hinblick auf die verschiedenen Zerfallsmöglichkeiten des offenen Systems kommt es für große Kopplungsstärken zu einer drastischen Reduktion der Zahl der effektiven Freiheitsgrade.
- Der Umordnungsprozeß vollzieht sich mit steigender äußerer Kopplung in einem lokalen Energiebereich $|\Delta E| \approx \tilde{\Gamma}_R + \tilde{\Gamma}_{R'}$ durch Kollision zweier Eigenwerte und läßt sich in drei Phasen einteilen: $\alpha^{\text{ex}} < \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} = \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$, $\alpha^{\text{ex}} > \alpha_{\text{crit}}^{\text{ex}}$. Im unterkritischen Bereich üben die Realteile der komplexen Eigenwerte attraktive Wirkung aufeinander aus, am kritischen Punkt erreichen sie einen minimalen Abstand zueinander, und im überkritischen Stadium bewirkt eine Breitenrepulsion das Umklappen der Bewegungsrichtung eines der beiden Eigenwerte. Der minimale Abstand am kritischen Punkt hängt von der Differenz der effektiven Kopplungsstärken der beiden Resonanzen ab.
- Die globale Umordnung des Spektrums erfolgt mit wachsendem α^{ex} als sukzessive Abfolge dieses lokal wirkenden Mechanismus. Dabei ordnen sich die Eigenwerte bezüglich ihres Imaginärteiles in hierarchischer Weise an. Auf jedem lokalen Energiegebiet existieren lokal-breite Zustände, die das Zerfallsverhalten des Systems auf dieser Energieskala bestimmen.
- Aufgrund der Biorthogonalität der Eigenzustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ von H_{QQ}^{eff} zeigt das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ in der Normierung $(|\tilde{\Phi}_R\rangle)^2 = 1$ der rechtsseitigen, bzw. linksseitigen Eigenvektoren große Amplituden im kritischen Gebiet von α^{ex} , in dem es zur Separation breiter Resonanzen vom Ensemble aller Zustände kommt. Das Skalarprodukt $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ beider interferierender Resonanzen erreicht am kritischen Punkt sein Maximum. Der Maximalwert hängt dabei nur von der Symmetrie der effektiven Ankopplung

ab. $\langle \tilde{\Phi}_R | \tilde{\Phi}_R \rangle$ unterscheidet *nicht* zwischen kurz- und langlebigen Zuständen.

- Die Funktion $I_R^b = - \sum_{R'=1}^N |\hat{b}_{RR'}|^2 \cdot \ln |\hat{b}_{RR'}|^2$ definiert die äußere Mischung der Eigenzustände von H_{QQ}^{eff} bezüglich der Eigenbasis $|\Phi_{R'}^{\text{SM}}\rangle$. Die Werte von I_R^b hängen sowohl von der Symmetrie der effektiven Kopplungsstärke als auch von der Zerfallsbreite der Zustände ab. Durch die Mischung der Resonanzzustände werden zusätzliche, *effektive* Beiträge zur Kontinuumskopplung erzeugt. Eine Resonanz koppelt durch Interferenz über weitere Zustände an die Zerfallskanäle. Je nach Vorzeichen dieser Interferenzbeiträge kann eine Resonanz effektiv an Kopplungsstärke hinzugewinnen (Breitenwachstum) oder von den Zerfallskanälen abkoppeln (Trapping).
- Die externe Kopplung bewirkt eine Drehung der Eigenvektoren von H_{QQ}^{eff} im Hilbertraum. Bei kleinen Kopplungsstärken ist das Eigenfunktionensystem $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ nahezu orthogonal. Entsprechend der Symmetrie der effektiven Kopplungsstärke zweier kollidierender Eigenwerte werden die Zustände $|\tilde{\Phi}_R\rangle$ mehr oder minder zueinander gedreht. Im Falle der symmetrischen Kopplung sind beide Zustände am kritischen Punkt identisch, und die Interferenzwirkung ist maximal. Im überkritischen Bereich von α^{ex} werden die beiden Eigenzustände wieder zunehmend orthogonal zueinander ausgerichtet, so daß sich die Interferenz der beiden Zustände wieder abschwächt. Dabei wird der Eigenzustand der kurzlebigen Resonanz in Richtung des N -komponentigen Kopplungsvektors V^c ausgerichtet. Seine Komponenten sind durch die Übergangsmatrixelemente $\langle \Phi_R^{\text{SM}} | V | \xi_E^{c(+)} \rangle$ zwischen gebundenem Zustand und Streuzustand gegeben. Die Struktur der Wellenfunktion des kurzlebigen Zustandes ist von der Struktur des Kopplungsvektors V^c abhängig.
- Die Bewegung der Eigenwerte $\tilde{\mathcal{E}}_R$ in der komplexen Ebene mit wachsendem α^{ex} wird besonders innerhalb des kritischen Gebietes von den Interferenzbeiträgen *entscheidend* bestimmt. Der minimale Abstand bei der Kollision zweier Eigenwerte wird genau dann gleich Null, wenn beide Zustände effektiv mit gleicher Stärke an die Umgebung an koppeln. Aus diesem Grund ist auch die relative Lage eines Zustandes im gesamten Spektrum relevant. Je kleiner die Differenz der effektiven Kopplungsstärken zweier Zustände ist, d.h. je kleiner der minimale Abstand ihrer Eigenwerte am kritischen Punkt ist, desto drastischer sind die Umordnungsvorgänge und desto markanter sind die Kurvenverläufe der betrachteten Größen.
- Gebiete hoher Niveaudichte sind bevorzugte Gebiete für das Trapping. Hier bedarf es nur geringer Kopplungsstärken, um schon große Interferenzeffekte und damit Umordnungsvorgänge zu erzeugen. Jedoch ist $\tilde{\Gamma}/\tilde{D}$ *keine* geeignete Größe zur Klassifikation des Umordnungsvorganges. Die Abhängigkeit des Trapping-Effektes von der speziellen Wahl des gebundenen Spektrums *und* der Struktur der Kopplungsmatrix bedingt unterschiedliche systemkritische Werte von $\tilde{\Gamma}/\tilde{D}$ verschiedener Spektren.
- Das Interferenzbild äußert sich schon im einfachst denkbaren Zweiresonanzfall durch eine komplizierte Struktur im totalen Wirkungsquerschnitt σ^{tot} . Besonders im kritischen Bereich zwischen Energieattraktion und Breitenrepulsion sind Lage und Lebensdauer der Zustände im Kurvenverlauf von σ^{tot} verborgen. Im asymptotischen Bereich

großer Kopplungsstärken äußert sich die getrappte Resonanz in Form eines Dips inmitten der überlagerten Kurve des kurzlebigen Zustandes. Der totale Wirkungsquerschnitt ist also *keine* geeignete Größe zur Klassifikation von Spektren im Hinblick auf die Interferenz der Resonanzzustände. Im differentiellen Wirkungsquerschnitt sind charakteristische Unterschiede zwischen kurzlebigen Zuständen und Feinstrukturresonanzen denkbar. Wirken sich die breiten Zustände bei einer Reaktion im differentiellen Wirkungsquerschnitt ähnlich wie direkte Prozesse aus, so ist eine signifikant unterschiedliche Winkelverteilung für kurz- und langlebige Zerfälle zu erwarten.

- Auch die gebundenen Zustände nehmen am Interferenzphänomen des gesamten Spektrums teil. Ihr Einfluß kann so groß sein, daß eine Separation von K kurzlebigen Resonanzzuständen verhindert wird, wenn die Übergangsmatrixelemente $\langle \xi_E^{c(+)} | V^{Res} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ der diskreten Zustände große Werte annehmen. Statt dessen bilden sich mit wachsender Kopplungsstärke K diskrete Zustände heraus, deren Wellenfunktionen eine ähnliche Struktur wie die der Kanalwellenfunktion $|\xi_E^{c(+)}\rangle$ haben.
- Im Wirkungsquerschnitt für Neutronenstreuung macht sich dieser Effekt durch einen starken Anstieg von σ^{tot} bei kleinen Energien bemerkbar. Außerdem äußert sich der Einfluß der Interferenz zwischen gebundenen und Resonanzzuständen durch eine starke Veränderung der Linienform im Wirkungsquerschnitt. Im Protonenfall unterdrückt die Coulombwechselwirkung diesen Effekt. Die Feinstruktur der getrappten Zustände zeigt im Wirkungsquerschnitt die Linienform starker destruktiver Interferenz, wie sie für starke Kopplung charakteristisch ist.
- Das Matrixelement $\langle \xi_E^{c(-)} | V^{Res} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ stellt die Wahrscheinlichkeitsamplitude eines Compoundkernzustandes für die Emission eines Nukleons dar. Bezüglich der Radialkoordinate des Kontinuumteilchens zeigt $\langle \xi_E^{c(-)} | V^{Res} | \tilde{\Phi}_R \rangle$ für die kurzlebigen Resonanzen große Amplituden im Inneren der Wechselwirkungszone, währenddessen die Übergangsmatrixelemente der langlebigen Zustände über den gesamten Kern im Mittel konstante Amplituden aufweisen. Die Emissionswahrscheinlichkeit der schnellen Übergänge ist bei kleinen Radien lokalisiert. Dieses Resultat ist *nicht* durch eine angenommene Radialabhängigkeit der Wechselwirkungen vorherbestimmt.

Erklärung:

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich erkenne die Promotionsordnung der Technischen Universität Dresden im vollen Umfang an.

Markus Müller

Kapitel 13

Danksagung

Mein ganz besonderer Dank gilt Frau Prof. Dr. Ingrid Rotter, unter deren Anleitung diese Arbeit entstanden ist. So ungewöhnlich die Umstände waren, unter denen sie mich in ihre Gruppe aufnahm, so ungewöhnlich war auch unser Verhältnis zueinander. Das von ihr aufgebrachte Engagement ging *weit* über das normale Maß einer Betreuung hinaus. Für mich war es eine sehr intensive Zeit, und ich bin dankbar, sie als Physikerin *und* Menschen kennengelernt zu haben.

Unserem ehemaligen Arbeitskollegen Dr. Wlodzimierz Iskra bin ich ebenfalls sehr zum Dank verpflichtet. Er war mir besonders zu Anfang bei der Lösung von einer Vielzahl technischer Probleme behilflich, und ich freue mich darüber, daß aus der gemeinsamen Arbeit eine dauerhafte Freundschaft erwachsen ist.

Weiterhin bin ich Dr. Frank-Michael Dittes und Dr. Alfred Pfitzner sehr dankbar für ihre Unterstützung. Sie haben besonders in der "heißen" Phase viel Engagement und private Zeit geopfert, um mich in Diskussionen auf Fehler hinzuweisen und mich zu motivieren. Es muß sie viel Schweiß gekostet haben, mir zumindest einige meiner Dummheiten auszutreiben!

Für die gute Zusammenarbeit der letzten Monate und hilfreiche Diskussionen möchte ich mich bei Herrn Emil Persson bedanken.

Ein jedes Institut besitzt eine "gute Fee"; unser Institut besitzt derer zwei. Allein die Freundlichkeit, mit der man im Sekretariat empfangen wird, ist ein guter Grund mindestens einmal pro Tag nach der Post zu schauen. Ohne die freundliche Unterstützung von Fr. Kluge und Fr. Römer ist die Bewältigung der vielen Alltagsprobleme *undenkbar* - herzlichen Dank!

Ich möchte mich auch bei dem kommissarischen Direktor unseres Institutes Herrn Dr. Prade sehr herzlich bedanken. Trotz der vielen schwierigen Fragen, die es in den letzten Jahren zur Weichenstellung für die Zukunft des Institutes zu lösen galt, hatte er *immer* ein offenes Ohr für die "Problemchen" der niedrigsten Hierarchiestufe.

Für die kollegiale Atmosphäre, die ich während der letzten drei Jahre erfahren durfte, bin ich *allen* Mitgliedern der Theorie-Abteilung zu Dank verpflichtet. Ich habe mich sehr wohl bei ihnen gefühlt!

Ganz besonders herzlich möchte ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken. Insbesondere bei Tina und Thurid, meinen Eltern, Tanja, Günther, Markus, Manfred *und*, last not least, "datt Holz"! Ich habe von ihnen während der ganzen Zeit eine

großartige Unterstützung erfahren. Sie haben in den letzten Monaten geduldig einen mit sich selbst unzufriedenen Physiker ertragen und vor allem– sie haben mich von der schweren Bürde des Geschirrabwaschens befreit. Der wichtigste Grundstein für das Gelingen dieser Arbeit wurde also von *ihnen* gelegt!

Die Arbeit entstand im Rahmen des Projektes "Dynamik offener Quantensysteme" (Ro 922/1) der Deutschen Forschungsgemeinschaft.