

# **Methodische Untersuchungen zum Einsatz von Positronenemittern für die Dichtebestimmung in leichten Medien**

---

## **DISSERTATION**

zur Erlangung des akademischen Grades

Doctor rerum naturalium  
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt

der Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften  
der Technischen Universität Dresden

von

Diplomphysiker Frank Hensel

geboren am 17.05.1969 in Ludwigsfelde

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Birgit Dörschel  
Prof. Dr. rer. nat. Frank-Peter Weiß  
Prof. Dr.-Ing. Rainer Hampel

Eingereicht am: 2. Oktober 1998

Tag der Verteidigung: 16. Februar 1999



---

## Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird der Einsatz von Positronenemittern zur Bestimmung der Dichte eines zweiphasigen Mediums beschrieben. Zur Messung wird die Dichteabhängigkeit der Positronenreichweite ausgenutzt. Die Realisierbarkeit des Verfahrens wird zunächst in einer Computersimulation geprüft. Danach werden Experimente an einem hochauflösenden PET-Scanner vorgestellt. Bei diesen Experimenten wird die Dichteabhängigkeit der Reichweite von Positronen anhand von Modellmedien aus festen Schaumstoffen untersucht. Dabei werden die in der Computersimulation erzielten Ergebnisse bestätigt. Aus den experimentellen Ergebnissen wird ein Modell zur Beschreibung der Abnahme der Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Entfernung des Detektors von der Positronenquelle und der Mediendichte entwickelt. Auf der Basis des Modells erfolgt die Konzipierung einer für die Dichtemessung optimierten Detektoranordnung. Die Funktionsweise dieses Detektorsystems wird in Form technischer Unterlagen und experimenteller Ergebnisse beschrieben. Mit dem optimierten Detektorsystem werden die Untersuchungen an den Modellmedien nochmals durchgeführt, wobei die bisherigen Ergebnisse bestätigt werden.

Das beschriebene Meßverfahren dient der Bestimmung der mittleren Dichte in einem überwiegend gasförmigen Medium, wobei eine Mittelwertbildung über das Meßvolumen erfolgt. Das Verfahren kombiniert die Vorteile bekannter densitometrischer Meßmethoden auf der Basis einer Schwächung von Strahlung, indem die hohe Dichtesensitivität der  $\beta$ -Strahlung mit der relativ geringen Absorption der energiereichen Annihilationsquanten kombiniert wird.



---

## Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung .....	i
Inhaltsverzeichnis .....	iii
1 Einleitung .....	1
1.1 Einsatzgebiete der Positronen-Emissions-Tomographie .....	1
1.2 Messung des Gasgehaltes in Zweiphasenströmungen.....	3
1.3 Aufgabenstellung.....	6
2 Grundlagenuntersuchungen zur Dichtemessung mit Positronenstrahlung .....	7
2.1 Meßprinzip .....	7
2.2 Charakterisierung physikalischer Größen und Prozesse .....	8
2.2.1 Erzeugung von Positronen .....	8
2.2.2 Energieverteilung der beim Betazerfall entstehenden Positronen .....	9
2.2.3 Energieverteilung einer realen Positronenquelle .....	10
2.2.4 Energieverlust der Positronen in Materie.....	11
2.2.5 Annihilation von Positronen .....	19
2.2.6 Nachweis der Annihilationsstrahlung .....	20
2.2.7 Schlußfolgerungen .....	22
2.3 Numerische Simulation mit einem Monte-Carlo-Code.....	22
2.3.1 Grundsätzlicher Aufbau des Simulationsprogramms .....	22
2.3.2 Erzeugung zufällig verteilter Größen für den Anfangszustand der Simulation .....	26
2.3.3 Berechnung des Energieverlustes in Quelle und Absorber.....	28
2.3.4 Berechnung der Reichweite $R_{MC}$ (Endpunkt der Bahn) .....	29
2.3.5 Ortsabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit der Annihilations- quanten .....	30
2.4 Ergebnisse der Simulation für verschiedene Konfigurationen.....	32
2.4.1 Energieverteilungen verschiedener Positronenemitter.....	32
2.4.2 Energieverlust in der Positronenquelle .....	35
2.4.3 Energieverlust in zusätzlichen Absorbern zwischen Positronenquelle und Meßmedium .....	38
2.4.4 Verteilung der CSDA-Reichweiten.....	39
2.4.5 Berechnung zu erwartender Ereigniszahlen der Detektoren.....	41
2.4.6 Einfluß zusätzlicher Absorber auf die Reichweite der Positronen.....	48
2.5 Zusammenfassung .....	49
3 Dichtemessung mit Positronen in Modellmedien .....	51
3.1 Experimentelle Voraussetzungen.....	51
3.1.1 Detektoranordnung mit hoher Ortsauflösung .....	51
3.1.2 Wahl der zu untersuchenden Medien .....	54
3.1.3 Auswahl und Herstellung des Positronenemitters .....	58
3.2 Aufbereitung der Meßdaten.....	62
3.2.1 Korrektur der Nachweiswahrscheinlichkeit und des Detektorakzeptanz- bereiches.....	63

3.2.2	Simulation der Meßsignale einfacher Detektoranordnungen.....	64
3.3	Experimente zur Dichtemessung in Schaumstoffblöcken .....	65
3.4	Darstellung der Ergebnisse .....	67
3.4.1	Intensitätsänderungen in der Mittelebenen-Rückprojektion bei Dichteänderung .....	67
3.4.2	Verteilung der Zählraten für einfache Detektoranordnungen.....	69
3.4.3	Verfahren zur Dichtebestimmung aus den Zählrateverteilungen .....	78
3.4.4	Bestimmung der Mediendichte aus einer Kalibrierkurve .....	85
3.4.5	Schlußfolgerungen .....	87
4	Entwicklung und Aufbau einer optimierten Meßanordnung . . . . .	89
4.1	Anforderungen an das Meßsystem .....	89
4.1.1	Wahl des Detektionsprinzips.....	89
4.1.2	Anforderungen an die Detektoren .....	89
4.1.3	Überlegungen zu Detektorbreite und Detektordesign.....	92
4.1.4	Anforderungen an die elektronischen Komponenten.....	98
4.2	Realisierung der Meßanordnung .....	99
4.2.1	Detektorsystem.....	99
4.2.2	Signalelektronik .....	101
5	Erprobung der optimierten Meßanordnung . . . . .	105
5.1	Bestimmung charakteristischer Eigenschaften der Detektoranordnung.....	105
5.1.1	Zeitablauf der Koinzidenzmessungen .....	105
5.1.2	Wirkung der Diskriminatorschwelle des CFT auf das Energiespektrum .....	105
5.1.3	Koinzidenzzeitverhalten.....	108
5.2	Experimente zur Dichtebestimmung .....	112
5.2.1	Experimentaufbau und Versuchsziele .....	112
5.2.2	Bestimmung der Korrektionsfaktoren.....	113
5.2.3	Dichtemessung .....	115
5.2.4	Prüfung der Überlegungen zum Detektordesign.....	122
5.3	Schlußfolgerungen.....	125
6	Zusammenfassung . . . . .	127
	Literaturverzeichnis . . . . .	131
	Anhang . . . . .	137
Anhang A	Mittelebenen-Rückprojektion der Ereignisdaten .....	137
Anhang B	Schaummodell – Geometrie der Polymerschäume .....	142
B1	Eigenschaften des regulären Pentagondodekaeders des Polyederschaums . . .	142
B2	Modellannahmen für den Polyurethanschaum . . . . .	144
B3	Übersicht über verwendete Schaumstoffe . . . . .	146
Anhang C	Klassifizierung der Koinzidenz-Fehlermöglichkeiten.....	147
Anhang D	Berechnung von Umwegfaktoren mit dem Programmpaket GEANT .....	148
Anhang E	Berechnung des Energiespektrums für Nuklidgemische.....	152
	Formelverzeichnis . . . . .	155
	Abkürzungen . . . . .	156

# 1 Einleitung

## 1.1 Einsatzgebiete der Positronen-Emissions-Tomographie

Die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) ist eine in der Medizin etablierte Untersuchungsmethode. Eine Übersicht über die medizinischen Anwendungsmöglichkeiten und die Grundlagen der Methode wird von Wienhard et al. in [Wien89] gegeben. PET ist eines der tomographischen Verfahren, bei denen die räumliche Verteilung der zu bestimmenden Größe aus einer Reihe von Projektionen derselben durch mathematische Rekonstruktionsverfahren ermittelt wird. Auf diese Weise kann die Aktivitätsverteilung eines Spurstoffes im Probekörper, so beispielsweise in den Organen eines Patienten bestimmt werden. Dabei wird der Umstand genutzt, daß bei der paarweisen Vernichtung von Positronen mit den Elektronen der umgebenden Materie, der Annihilation, zeitgleich zwei Gammaquanten emittiert werden. Diese entfernen sich vom Ort der Annihilation in entgegengesetzter Richtung. Durch den zeitgleichen Nachweis beider Quanten wird ein Ereigniskanal zwischen den Detektoren festgelegt, in dessen enger Umgebung der Betazerfall des Positronenemitters stattgefunden haben muß. Damit entfällt die bei anderen tomographischen Verfahren notwendige Richtungsanalyse durch Kollimation, die Effektivität des Strahlungsnachweises wird verbessert. Der Nachweis vieler solcher Annihilationsereignisse in verschiedenen Ausbreitungsrichtungen bildet die Grundlage für eine tomographische Rekonstruktion der Aktivität des Positronenemitters im untersuchten Volumen.

Hauptgrund des Erfolges von PET ist die Tatsache, daß sich viele der an Stoffwechselprozessen beteiligten organischen Substanzen durch Substitution der natürlich vorkommenden Nuklide von Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff mit den Positronen emittierenden Isotopen  $^{11}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  und  $^{15}\text{O}$  markieren lassen, ohne ihr chemisches und physikalisches Verhalten zu verändern. Darüber hinaus können durch das Nuklid  $^{18}\text{F}$  Wasserstoff- und Hydroxylgruppen ersetzt werden. Aus diesen Eigenschaften resultiert ein großes Interesse der medizinischen Diagnostik, da mit den genannten Positronenemittern eine Vielzahl speziell zugeschnittener Tracer geschaffen werden kann [Wien89]. Diese Tracer ermöglichen eine funktionelle Diagnostik, eine gezielte Verfolgung von Stoffwechselprozessen in vivo. Besonders interessante Anwendungen findet PET in der neurologischen Forschung, bei funktionellen Studien des Gehirns, aber auch bei der Untersuchung von Tumoren.

Von Nachteil für die Anwendung der Positronen-Emissions-Tomographie sind die vergleichsweise hohen Kosten. Diese entstehen dadurch, daß neben den PET-Scannern alle Voraussetzungen für die Tracerherstellung (so insbesondere ein Zyklotron und die erforderlichen radiochemischen Labors zur Herstellung der Nuklide bzw. Tracersubstanzen) in unmittelbarer Nähe des Untersuchungsortes vorhanden sein müssen. Dies ist eine Folge der kurzen Halbwertszeiten der verwendeten Nuklide. Auch die Detektorsysteme (Scanner) sind relativ teuer. Der Verzicht auf rotierende Detektoren bedingt eine Detektoranordnung im Vollkreis um das Untersuchungsobjekt. Auch die Nutzung der „elektronischen“ Kollimation durch die Erfassung von koinzidenten Ereignissen, die für hohe Auflösungen erforderliche hohe Anzahl und Packungsdichte der Detektoren sowie die Notwendigkeit, hohe Ereignisraten verarbeiten zu

können, steigern die Kosten eines PET-Tomographen. Dennoch ist PET aufgrund der genannten Vorteile in der Forschung weit verbreitet und findet auch zunehmend klinische Akzeptanz, hier vor allem auf dem Gebiet der Diagnostik und Bewertung von Krebserkrankungen [Olli97].

Neben der medizinischen Nutzung von PET sind auch andere, hauptsächlich verfahrenstechnisch motivierte Anwendungen dieser Methode bekannt geworden. Eine Übersicht wird von Parker et al. gegeben [Park94]. Die Eignung für industrielle Anwendungen ergibt sich nicht zuletzt aus der relativ hohen Energie von 511 keV der bei der Annihilation der Positronen entstehenden Strahlung. Die Gammastrahlung dieser Energie ist in der Lage, die Metallwandungen industriell üblicher Anlagenteile zu durchdringen. Somit existiert eine Möglichkeit zur nichtinvasiven Visualisierung der im Inneren der Anlage ablaufenden Prozesse. Die bekannten nichtmedizinischen Anwendungen zeichnen sich durch die selektive Markierung von Einzelkomponenten bei der Untersuchung komplexer und zum Teil mehrphasiger Stoffsysteme aus. So wird beispielsweise von Hawkesworth et al. [Hawk86] die Ausbreitung des Schmiermittels in Gleit- und Kugellagern beschrieben. Dabei wurden Schmiermittel mit Gallium ( $^{68}\text{Ga}$ ) markiert. Ziel der Untersuchungen war die Überprüfung von Konstruktionsannahmen für hochbelastete Bauteile. Van den Bergen beschreibt die Untersuchung von Verfahren der Erdölexploration, wie core flooding (Injektion von Meerwasser in die Lagerstätte) und der anschließend notwendigen Phasenseparation [Berg89]. Hierbei wurde die Salzlösung mit einem Ga-EDTA Tracerkomplex versetzt, der vollständig im Wasser gelöst bleibt. Es wurden jedoch auch einfachere Problemstellungen mit PET-Tracern untersucht, wie normalerweise meßtechnisch nicht zugängliche Ausbreitungsprozesse in Maschinen und Anlagen. Beispielfür sei hier die Untersuchung der Verweilzeiten der Reaktionspartner bei der CO-(Kohlenmonoxid)-Oxydation in Automobilkatalysatoren von Jonkers et al. [Jonk92] aufgeführt. Auch umweltrelevante Transportvorgänge werden untersucht. Maguire et al. beschreiben die Messung der Gesteinsporosität mit PET [Magu97]. In dieser Arbeit wurden die Aktivitätsverteilungen echt dreidimensional erfaßt, um die Porosität zu bewerten. Hintergrund der Untersuchungen sind Betrachtungen zur Auswahl und Sicherheit von Endlagerstätten für nukleare Abfälle. Eine weitere verfahrenstechnische Anwendung stellt die Untersuchung der Bewegung von einzelnen Partikeln in Festbettreaktoren dar, Positron Emission Particle Tracking (PEPT) genannt [Park94].

Für alle diese Anwendungen ist festzustellen, daß die Versuchsführung jeweils so gewählt wurde, daß die Reichweite der emittierten Positronenstrahlung gering ist. Dies geschieht, um die Verschmierung der Ortsinformation und damit den Meßfehler der ermittelten Aktivitätsverteilungen klein zu halten. Die Positronen legen während der Abbremsung auf thermische Energien eine bestimmte Distanz zurück, da die Annihilation eines Positron-Elektron-Paares erst bei niedrigen Energien mit hoher Wahrscheinlichkeit möglich ist. Diese Abbremsung erfolgt zwar recht schnell (in ungefähr  $10^{-10}$  s), jedoch beträgt die bis zur Annihilation zurückgelegte Wegstrecke für die Positronen typischer PET-Nuklide in Wasser etwa 2 mm [Town93]. Durch die Reichweite der Positronen ergibt sich eine physikalische Grenze für die mit der Methode PET erreichbare Ortsauflösung. Für medizinische Anwendungen liegen die Dichten der Untersuchungsobjekte im Bereich der Dichte des Wassers, so daß die Reichweiteverteilung der Posi-

tronen die Auflösung der rekonstruierten Bilder gängiger PET-Scanner noch nicht gravierend einschränkt [Olli97]. Die dadurch im rekonstruierten Bild praktisch erreichbare Auflösung wird von Ollinger mit etwa 8mm angegeben (rekonstruierbare Auflösung).

Für viele potentielle Anwendungen liegen die zu erwartenden Dichten jedoch zum Teil deutlich unter der Dichte flüssigen Wassers bei Normalbedingungen<sup>1</sup>, so etwa bei Untersuchungen an leichten Ölen, mehrphasigen Öl-Wasser-Gas-Gemischen sowie bei chemischen Reaktionen mit Schaumbildung. Für die Anwendung des Meßverfahrens PET in der in der medizinischen Diagnostik gebräuchlichen Form wird in diesen Fällen die dann stark vergrößerte Positronenreichweite zum begrenzenden Faktor für die erreichbare Auflösung. Daher müssen für diese Anwendungsfälle optimierte Lösungen erarbeitet werden, die diese Gegebenheiten nach Möglichkeit ausnutzen.

Die genannten ein- oder mehrphasigen Stoffsysteme werden im folgenden als leichte Medien bezeichnet. Die Dichte dieser Medien bewegt sich in vielen Fällen im Bereich von etwa 10kg/m<sup>3</sup> bis 100kg/m<sup>3</sup> (1% bis 10% der Dichte des Wassers bei Normalbedingungen). Derartige Dichtewerte treten beispielsweise in Zweiphasenströmungen Wasser-Dampf, Schaumströmungen oder in Strömungen komprimierter Gase auf.

## 1.2 Messung des Gasgehaltes in Zweiphasenströmungen

Bei vielen technischen Prozessen spielen Mehrphasen- oder auch Mehrkomponentenströmungen in Rohrleitungen oder Behältern eine wichtige Rolle. Beispielhaft sei hier auf Verdampfungsprozesse, so die Dampferzeugung in der Kraftwerkstechnik aber auch auf die Vielfalt der Prozesse mit Schaumbildung in Industrie und Haushalt verwiesen. Charakteristisch für solche mehrphasigen Strömungsvorgänge ist, daß ein Energie- und Impulsaustausch zwischen den Phasen vonstatten geht. Sofern Phasenübergänge oder Reaktionen auftreten, kommt es darüber hinaus zu einem Masseaustausch zwischen den Phasen.

Wichtige Parameter mehrphasiger Strömungen sind neben der Strömungsform die Volumenanteile der Einzelphasen. Die genaue Kenntnis der Volumenanteile ist für die Modellierung der Strömungen und für die Auslegung technischer Anlagen von Bedeutung. Daraus ergibt sich die Forderung, neben anderen Parametern auch die Anteile der Phasen experimentell bestimmen zu können. Aus diesen Phasenanteilen erhält man durch gewichtete Summation der Dichten der Phasen eine mittlere Dichte im untersuchten Volumenelement. Im Falle zweiphasiger Strömungen gasförmig / flüssig erlaubt die lokale Messung der Dichte des strömenden Mediums Rückschlüsse auf die Phasenverteilung, konkret den Gasanteil im untersuchten Meßvolumen. Dieser Parameter wird als volumetrischer Gas- bzw. Dampfgehalt (oft auch Void-Anteil) bezeichnet und ist ein zentraler Kennwert für solche Strömungen.

Eine Übersicht über Meßverfahren, die auf dem Gebiet der Zweiphasenmeßtechnik eine breite Anwendung erfahren haben, wird von Mayinger angegeben [Mayi82]. Mayinger beginnt seine Übersicht mit der Diskussion der Absperrung eines Segmentes der Strömung. Nach Abkühl-

---

1. Physikalische Normalbedingungen sind wie folgt definiert:  $p=101,325\text{kPa}$ ;  $T=273,15\text{K}$

lung läßt sich aus dem Volumen der flüssigen Phase der Dampfgehalt ermitteln. Dieses Verfahren bedarf zwar keiner Kalibrierung, wird jedoch aufgrund der komplizierten Handhabung und der mit der Messung einhergehenden Unterbrechung des stationären Strömungszustandes nur selten angewandt. Stationäre und kontinuierlich arbeitende Verfahren werden bevorzugt. Für Blasenströmungen existieren Meßverfahren, die auf der Messung der elektrischer Eigenschaften wie Leitfähigkeit oder Impedanz einer Sonde, oder aber des Reflexionsgrades von Licht am Ende eines Lichtwellenleiters basieren. In diesem Fall erfolgt eine lokale Messung des Gasgehaltes durch Auswertung der Zeiten, in denen die Sonde nicht benetzt ist. Neben diesen Verfahren haben sich zur Messung der Phasenanteile  $\gamma$ - und  $\beta$ -densitometrische Verfahren (unter Verwendung von Elektronen) etabliert. Beide Verfahren ermitteln die Schwächung von Strahlung beim Durchgang durch das zu untersuchende Medium und daraus den Anteil der gasförmigen Phase beziehungsweise eine mittlere Dichte im vom Strahl überstrichenen Meßvolumen. Für technische Anwendungen wird vorwiegend die  $\gamma$ -Densitometrie eingesetzt [Mayi82], ebenso bei der kontinuierlichen Überwachung von Anlagenparametern und zur Analyse transients Vorgänge bei großmaßstäblichen Versuchen zur Reaktorsicherheit [Jone88]. Techniken mit mehreren Teilstrahlen verringern die Meßfehler und ermöglichen dabei einen detaillierteren Einblick in die Strömungsverhältnisse, eine Ortsauflösung des Gasgehaltes im gesamten Rohrquerschnitt wird in der Regel aber nicht erreicht [Delh84]. In jüngster Zeit wird die Messung der Schwächung von Gamma- oder Röntgenstrahlung wieder verstärkt aufgegriffen. Die Kombination mit tomographischen Rekonstruktionsverfahren ermöglicht beim Einsatz intensiver Röntgenstrahlung eine ortsaufgelöste Bestimmung von Gasgehalt und Phasengrenzflächen mit zeitlichen Auflösungen im Millisekundenbereich [Hori97]. Auch die Messung der Kapazität und der Impedanz wird durch tomographische Verfahren ergänzt (electrical capacitance tomography ECT bzw. electrical impedance tomography EIT) [Will95]. Durch den komplizierten Feldverlauf insbesondere bei inhomogenen Dichteverteilungen gibt es Probleme bei deren Rekonstruktion, die Rekonstruktionsalgorithmen sind daher noch Gegenstand intensiver Forschung. Die letztgenannten Verfahren kommen hauptsächlich bei der Visualisierung von Strömungsformen zum Einsatz.

Speziell bei Anlagen mit hohem Systemdruck und geringen Dichten oder hohem Gasgehalt bereitet die Anwendung der Absorption von Strahlung jedoch Probleme. Die Genauigkeit dieser Verfahren ist in der Nähe des kritischen Druckes des Fluids oder bei hohem Dampfgehalt prinzipbedingt gering [Mayi82]. Diese Aussage gilt im wesentlichen auch für die anderen genannten Meßverfahren. Viele bekannte Leitfähigkeitssonden sind Eindrahtsonden, die zweite Elektrode wird in der Regel durch den Behälter gebildet. So ist zur genauen Messung der Leitfähigkeit eine kontinuierliche Flüssigphase erforderlich, damit ein Stromfluß überhaupt möglich ist. Nur dann kann eine Leitfähigkeitsabnahme sicher dem Durchgang einer Blase zugeordnet werden. Diese Forderung gilt auch im Falle des tomographischen Verfahrens EIT. Bei optischen Sonden oder Mehrdraht-Leitfähigkeitssonden gewinnen bei hohen Gasgehalten Benetzungseffekte an der Sondenspitze als Fehlerquelle zunehmend an Bedeutung [Mayi82]. Im Falle der  $\gamma$ -Densitometrie tritt der Effekt auf, daß die Schwächung der Gammastrahlung im Wandmaterial wesentlich stärker als die Schwächung im Meßmedium ist. Bei entsprechenden Wandstärken der Rohrleitungen gelangt der nachzuweisende Unterschied in der  $\gamma$ -Schwächung schnell in die Nähe statistischer Intensitätsfluktuationen [Bart68]. Durch Varia-

tion der  $\gamma$ -Quelle oder der Energie einer Röntgenröhre kann die Genauigkeit optimiert werden. Für die Messung hoher Gasgehalte wäre die Verwendung weicherer Strahlung oder von Betastrahlung günstiger, da dann höhere lineare Absorptionskoeffizienten zu erwarten sind. Jedoch ist diese Variation praktisch durch die Zunahme der Verluste in der Wand begrenzt, die nur teilweise durch den Einbau von dünnen Fenstern zur Auskopplung der Strahlung umgangen werden können. Daher ist dort auch der Einsatz der  $\beta^-$ -Densitometrie wegen fehlender Möglichkeiten der Signalauskopplung infolge dicker Rohrwandungen problematisch.

Die Anwendung von Positronen zur Dichtemessung stellt für diesen Einsatzfall eine bessere Lösung dar. In Medien geringer Dichte ist die Reichweite der Positronen im Medium wesentlich größer als im klassischen (medizinischen) Anwendungsgebiet von PET. Die Reichweite der Positronen aus einer lokalisierten Quelle ist damit durch eine PET-Messung zugänglich. Die Dichteabhängigkeit der Reichweite der Positronen kann so zur Bestimmung der Dichte des Mediums genutzt werden. Dabei werden die Vorteile der beiden genannten densitometrischen Verfahren kombiniert: die hohe Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung der  $\beta^+$ -Strahlung im Meßmedium und damit hohe Dichtesensitivität wird mit der verlustarmen Signalauskopplung durch die geringe Absorption der harten Annihilationsstrahlung in Metallwänden gekoppelt. So kann bei Verwendung in Koinzidenz arbeitender Detektoren hier ebenso wie bei PET ein Ereigniskanal dem Kontrollvolumen zwischen den registrierenden Detektoren zugeordnet werden. Damit ist die Bestimmung der Orte der Annihilation der Positronen von außen möglich. Aus dieser Information kann ebenfalls die mittlere Dichte in einem Meßvolumen bestimmt werden.

Die Idee zu diesem Meßverfahren entstand bei der Analyse möglicher nichtmedizinischer Einsatzgebiete von PET. Da ein derartiges Meßverfahren aus der Literatur nicht bekannt war, konnte im Rahmen dieser Arbeit das Dichtemeßverfahren mit Positronen zum Patent angemeldet werden [PHE96].

Typische Anwendungsfälle des vorgeschlagenen Dichtemeßverfahrens sind bei der Überwachung der Feuchte von überwiegend gasförmigen Strömungen denkbar, beispielsweise für Dampfströmungen mit beginnender Tröpfchenbildung. Hier ist oftmals eine kontinuierliche Überwachung und Minimierung der Tröpfchenbildung (Feuchte) im Hinblick auf die Lebensdauer von Aggregaten, wie Turbinenbauteilen, wünschenswert. Gegenwärtig gibt es für die Bestimmung der Feuchte keine für diesen Anwendungsfall praktikablen Lösungen, die eine kontinuierliche Überwachung gestatten. Ebenso erscheint eine Anwendung für Prozesse mit Schaumbildung möglich, so beispielsweise eine kontinuierliche Dichteüberwachung oder der Nachweis unerwünschter Schaumbildung. Eine weitere Anwendung ist bei der Aufbereitung von Erdgas denkbar. Dort bestehen ähnliche Probleme wie im ersten Anwendungsfall: Nach der Entnahme des unter Druck stehenden Gases aus geologischen Tiefspeichern wird eine Entfeuchtung durchgeführt. Dieser Prozeß wird gut beherrscht. Im Rahmen der Qualitätssicherung ist es jedoch erforderlich, eine kontinuierliche Überwachung der Restfeuchte vorzusehen. Auch für diesen Fall ist ein nichtinvasives Meßverfahren prädestiniert.

### 1.3 Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit wird der Ansatz verfolgt, zur Bestimmung der Dichte leichter Medien gezielt die Dichteabhängigkeit der Positronenreichweite zu verwenden. Hierzu muß die Reichweiteverteilung der Positronen im untersuchten Medium ermittelt werden. Zu deren Messung sollen aus der Positronenemissionstomographie bekannte Techniken der Detektion und Signalverarbeitung eingesetzt werden.

Ziel der Arbeit ist es, die Eigenschaften des genannten Meßverfahrens zu charakterisieren. Dabei ist zunächst zu klären, welche Reichweiteverteilungen bei typischen Werten der Mediendichte für unterschiedliche Positronenquellen zu erwarten sind. Weiterhin ist zu untersuchen, welche Abhängigkeiten von der Dichte des Mediums auftreten und wie aus den gemessenen Verteilungen auf die Dichte des Mediums geschlossen werden kann. Die gewonnenen Erkenntnisse sind experimentell zu überprüfen. Im Erfolgsfall soll eine für die Dichtemessung zugeschnittene Detektoranordnung aufgebaut und erprobt werden. Die mit dieser Detektoranordnung erreichbare Genauigkeit soll charakterisiert werden.

Zur Überprüfung der Realisierbarkeit des Meßverfahrens wird der Ablauf der Vorgänge bis zum Nachweis der Annihilationsstrahlung zunächst in einer Monte-Carlo-Simulation nachgebildet. Dieses Vorgehen dient vordergründig dem Zweck, ein Bild von den auftretenden Effekten zu erhalten, um die nachfolgenden Experimente effektiv planen zu können. Bei der Durchführung der Simulation wird auf tabellierte Abhängigkeiten für den Energieverlust und die mittlere Reichweite zurückgegriffen. Anhand der dreidimensionalen Verteilung der Annihilationsorte im Meßvolumen können Aussagen zum Resultat einer Messung mit verschiedenen Detektoranordnungen getroffen werden. Die Berechnungen werden für unterschiedliche Konfigurationen, bestehend aus Positronenquelle, Meßmedium und Detektoranordnung durchgeführt.

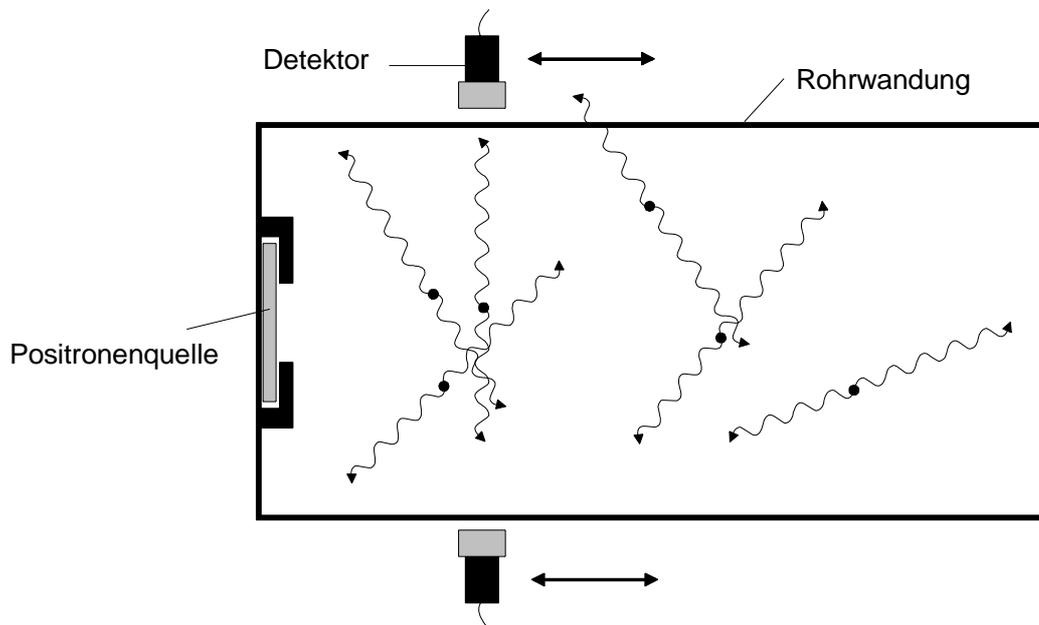
Die vorhergesagten Verteilungen der Annihilationsorte und Meßergebnisse werden experimentell überprüft. Die Messungen erfolgen zunächst an einer hochauflösenden Detektoranordnung, die für den Einsatz der Positronen-Emissions-Tomographie in der Leichionentherapie [Pawe95] entwickelt wurde. Neben der Auswertung des dabei gewonnenen detailreichen Bildes der entstehenden Annihilationsortverteilung soll mit den Meßdaten dieser Anordnung auch das Verhalten einfacherer Detektoranordnungen studiert werden. Dabei wird auch eine Charakterisierung der das Meßergebnis beeinflussenden Störgrößen vorgenommen.

Aus den in den Experimenten gewonnenen Erkenntnissen sind die notwendigen Schlüsse für die Realisierung dieses Meßverfahrens mit einem einfacheren Detektoraufbau zu ziehen. Eine geeignete Anordnung wird entworfen, aufgebaut und in Betrieb genommen. In weiteren Experimenten wird die Übertragbarkeit der bisher gewonnen Ergebnisse geprüft.

## 2 Grundlagenuntersuchungen zur Dichtemessung mit Positronenstrahlung

### 2.1 Meßprinzip

Die Bestimmung der Dichte eines Mediums mit Positronenstrahlung beruht auf der Ermittlung der Reichweite der Positronen im zu untersuchenden Medium. Für eine solche Messung wird zunächst von einem prinzipiellen Aufbau nach Abbildung 2.1 ausgegangen: Im Innern eines Behälters, der das zu untersuchende Medium umschließt, emittiert eine Quelle Positronen in das betreffende Medium. Diese Positronen verlieren beim Durchgang durch das zu untersuchende Medium durch Wechselwirkungsprozesse Energie, bis es zur Annihilation mit einem Elektron kommt. Durch den statistischen Charakter der Wechselwirkungsprozesse und die



**Abbildung 2.1: Prinzip eines Dichtemeßverfahrens mit Positronen**

anfänglich vorliegende Energieverteilung der Positronen bildet sich eine charakteristische Reichweiteverteilung heraus. Die bei der Vernichtung von Elektron-Positron-Paaren am Ende der Positronenbahnen abgestrahlten  $\gamma$ -Quanten werden durch ein außerhalb des Behälters angebrachtes, bewegliches Detektorpaar in Koinzidenz (zeitgleich) nachgewiesen. Im Falle einer zeitgleichen Erfassung von  $\gamma$ -Quanten in beiden Detektoren wird davon ausgegangen, daß beide Quanten von einundderselben Annihilation ausgehen. Dadurch ist der Ort der Annihilation auf ein von den Detektoren aufgespanntes Meßvolumen eingegrenzt. Durch Verschiebung des Detektorpaares oder die Erfassung mit mehreren Detektorpaaren kann die Ortsabhängigkeit der Annihilationsrate bestimmt werden, die vom Verlauf der Reichweiteverteilung abhängt. Aus der Messung der Ortsabhängigkeit der Annihilationsrate soll auf die Dichte im Meßvolumen geschlossen werden.

Ausgehend von der Aufgabenstellung werden zunächst Randbedingungen eines solchen Meßverfahrens untersucht. Zur Klärung der Fragestellung, ob ein derartiges Verfahren in der Praxis realisierbar ist, wurde ein Simulationsprogramm erstellt. Damit wurden die bei der Messung

ablaufenden Prozesse theoretisch untersucht. Die Aufgabe der Simulation besteht darin, für eine gewünschte Kombination aus Positronenemitter und Meßmedium die räumliche Verteilung der Annihilationsorte zu berechnen. Aus diesen Daten werden die Zählraten einer Detektoranordnung zur Untersuchung der Eigenschaften des Meßsystems abgeleitet.

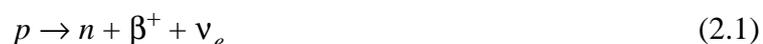
## 2.2 Charakterisierung physikalischer Größen und Prozesse

### 2.2.1 Erzeugung von Positronen

Positronen sind Teilchen der Antimaterie, sie sind die zu den Elektronen korrespondierenden Antiteilchen. Im Vakuum sind Positronen stabil, bei Anwesenheit von Materie kommt es jedoch zur paarweisen Vernichtung von Positronen mit Elektronen, der Annihilation.

Zur Erzeugung von Positronen gibt es zwei grundlegende Möglichkeiten: Positronen können beim Betazerfall von Kernen mit Protonenüberschuß entstehen oder bei Paarbildungsprozessen erzeugt werden. Hierbei werden durch hochenergetische Gammastrahlung im Coulombfeld von Kernen oder Elektronen Paare von Elektronen und Positronen freigesetzt. Anwendungen der letztgenannten Möglichkeit sind hauptsächlich aus dem Gebiet der Materialforschung bekannt. So betreiben beispielsweise das Lawrence Livermore National Laboratory und auch das Stanford Linear Accelerator Center leistungsfähige Positronenquellen nach diesem Prinzip [Www97a]. Die Erzeugung über Paarbildungseffekte erfordert hohe Energien der auslösenden Gammastrahlung und damit eine aufwendige Beschleunigertechnik. Neben dem hohen technischen Aufwand ist dieser Weg für eine kompakte Apparatur auch aus Kostengründen nicht akzeptabel, sie wird deshalb nicht weiter betrachtet. Für die geplante Anwendung ist die Erzeugung beim Zerfall  $\beta$ -instabiler Radionuklide, auch bei der Einschränkung des Energiebereiches der Positronen auf bis zu etwa 5 MeV, technisch am sinnvollsten.

Für die Erzeugung von Positronen bei Kernzerfällen ist potentiell etwa die Hälfte der bekannten instabilen Isotope nutzbar [Seel81]. Dies betrifft Isotope, die einen Protonenüberschuß aufweisen. Durch die spontane Umwandlung eines Protons in ein Neutron können diese Kerne ein stabileres Niveau erreichen. Diese Umwandlung ist ein Prozeß der schwachen Wechselwirkung. Der Zerfall kann in Form des  $\beta^+$ -Zerfalls, unter Emission eines Positrons ablaufen, aber auch in Form des Elektroneneinfanges (EC, electron capture). Bei Emission eines Positrons läuft im Kern die Reaktion



ab. Dabei werden aus dem Atomkern ein Positron und ein elektronisches Neutrino emittiert. Die Ordnungszahl  $Z$  des Kerns wird um Eins vermindert, die Massenzahl  $A$  bleibt erhalten. Bei der zweiten Möglichkeit (Elektroneneinfang) wird die Kernladung durch Absorption eines Hüllenelektrons verkleinert. Dabei wird nur ein Neutrino emittiert. Bei der in Folge der Kernumwandlung stattfindenden Abregung der Atomhülle werden in der Regel charakteristische  $\gamma$ -Quanten emittiert, so daß auch hier ein Nachweis des Zerfalls einfach möglich ist. Die Eignung eines Isotops für eine praktische Anwendung ist daher neben der Wahl einer angepaßten Halbwertszeit dadurch eingeschränkt, daß die Wahrscheinlichkeit einer Positronenemission beim Kernzerfall möglichst hoch sein sollte.

### 2.2.2 Energieverteilung der beim Betazerfall entstehenden Positronen

Im folgenden Text soll nur die Positronenemission betrachtet werden. Aufgrund der Aufteilung der Reaktionsenergie auf drei Teilchen weisen die emittierten Teilchen im Falle der Positronenemission ein kontinuierliches Energiespektrum auf.

Wegen der Erhaltung von Impuls und Energie wird, da die Masse des beim Zerfall entstandenen Tochterkernes wesentlich größer ist als die des Positrons bzw. des Neutrinos, an den Tochterkern nur ein geringer Bruchteil der freiwerdenden Zerfallsenergie  $E_0$  übertragen. Die Zerfallsenergie wird somit im wesentlichen zwischen Positron und Neutrino aufgeteilt. Die Maximalenergie der emittierten Positronen  $E_M$  entspricht der Summe der Energien von Neutrino  $E_\nu$  und Positron  $E_\beta$ . Die wahrscheinlichste Energie der Positronen liegt bei  $E_M/3$ .

Für die Entstehungsrate  $\dot{N}(p)dp$  der Positronen mit einem Impuls im Intervall von  $p$  bis  $p+dp$  wird in der Literatur [Mayer74], [Rohlf94] die Energieabhängigkeit mit

$$\dot{N}(p)dp = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|H|i \rangle|^2 \frac{dn}{dE_\beta} dE_\beta \quad (2.2)$$

angegeben. Diese Gleichung folgt aus der quantenmechanischen Untersuchung des Betazerfalls, sie kann mit den Mitteln der zeitabhängigen Störungsrechnung 1. Ordnung abgeleitet werden („Goldene Regel“, FERMI 1934). Die Impulsverteilung hängt vom Matrixelement des Hamiltonoperators zwischen Anfangs- (i) und Endzustand (f)  $H_{fi} = \langle f|H|i \rangle$  und dem in der Literatur als „statistischer Faktor“ bezeichneten Term  $dn/dE_\beta \cdot dE_\beta$  ab [Mayer74]. Das Matrixelement ist ein Maß für die Übergangswahrscheinlichkeit des Betazerfalls und hauptsächlich von der Halbwertszeit abhängig. Die Form der Energiespektren der Positronen wird daher durch den statistischen Faktor  $dn/dE_\beta \cdot dE_\beta$  bestimmt, der die Zustandsdichte der möglichen Endzustände im Energieintervall von  $E_\beta$  bis  $E_\beta + dE_\beta$  angibt. Die Zahl der möglichen Zustände läßt sich für ein gegebenes Impulsintervall dadurch abschätzen, daß pro Zustand ein Phasenraumvolumen von  $h^3$  erforderlich ist. Für beide Teilchen ergibt sich aus dieser Annahme ein Zusammenhang der Gestalt  $dn \sim p^2 \cdot dp$ . Die Dichte des Endzustandes ergibt sich aus der Multiplikation der Zustandsdichten von Positron und Neutrino. Mit Berücksichtigung der Aufteilung der Zerfallsenergie auf das Neutrino und das Positron wird die zusätzliche Beziehung  $E_\nu = E_M - E_\beta$  einbezogen. Bei Annahme einer verschwindenden Ruhemasse des Neutrinos folgt die Proportionalität des Neutrino-Impulses zur Energie  $E_\nu$  und damit nach einigen Umformungen die Gleichung

$$\frac{dn}{dE_\beta} \cdot dE_\beta = \frac{dn_\beta \cdot dn_\nu}{dE_\beta} \sim p_\beta^2 \cdot (E_M - E_\beta)^2 \cdot dp_\beta \quad (2.3)$$

für den statistischen Faktor – das Energiespektrum der Positronen. Experimente zeigen jedoch, daß Gl. (2.3) noch um einige Korrekturen erweitert werden muß, um die Ergebnisse von Messungen richtig wiederzugeben. Die wichtigste Einflußgröße stellt hierbei das Coulomb-Feld des Atomkerns dar, das durch seine Kraftwirkung bei experimentell bestimmten Energiespek-

tren zu deutlichen Unterschieden zwischen den Spektren von Elektronen und Positronen führt [Dere82]. Für die Korrektur dieses Effektes wird der Faktor  $F(Z, \eta)$  eingeführt. Neben einer Abhängigkeit von der Ordnungszahl  $Z$  des Tochterkerns des Zerfalls ist diese Größe vom reduzierten Impuls  $\eta$  des emittierten Teilchens abhängig. Der reduzierte Impuls  $\eta$  wird in der Literatur oftmals neben der reduzierten Energie  $\varepsilon$  in mathematischen Formulierungen verwendet. Die Größen  $\varepsilon$  und  $\eta$  sind dabei mit

$$\eta = \frac{p}{m_0 c} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon = \frac{E}{m_0 c^2} \quad (2.4)$$

definiert und durch die Beziehung  $\varepsilon^2 = \eta^2 + 1$  verknüpft. Dabei bezeichnet  $c$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $m_0$  die Ruhemasse des Positrons. Die Korrektionsfunktion  $F(Z, \eta)$  wird aus dem Verhältnis der Erwartungswerte der Wellenfunktionen für die Bewegung im Coulomb-Feld des Kernes und ohne Coulomb-Feld berechnet. Sie wird allgemein als *Fermi-Funktion* bezeichnet. Mit Kenntnis der Fermifunktion ergibt sich analog zu Gl.(2.2) für die Impuls- bzw. Energieverteilung der Positronen die Abhängigkeit

$$N_\eta(\eta_\beta) = \frac{dN}{d\eta}(\eta_\beta) = \text{const.} \cdot (\varepsilon_M - \varepsilon_\beta)^2 \cdot \eta_\beta^2 \cdot F(Z, \eta_\beta) \quad \text{bzw.} \quad (2.5)$$

$$N_\varepsilon(\varepsilon_\beta) = \frac{dN}{d\varepsilon}(\varepsilon_\beta) = \text{const.} \cdot (\varepsilon_M - \varepsilon_\beta)^2 \cdot \varepsilon_\beta \cdot \sqrt{\varepsilon_\beta^2 - 1} \cdot \tilde{F}(Z, \varepsilon_\beta). \quad (2.6)$$

Die Konstante dient jeweils der Normierung der Funktion, etwa zur Bildung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Die Zahl der pro Zeiteinheit erzeugten Teilchen läßt sich in der Praxis durch die Aktivität und die Positronenausbeute der Quelle bestimmen. Sofern der Verlauf der Fermifunktion bekannt ist, kann mit Gleichung (2.6) die konkrete Energieverteilung berechnet werden. Darin ist die Größe  $\tilde{F}$  ebenfalls eine Fermifunktion, hier jedoch abhängig von der reduzierten Energie  $\varepsilon$ . Der Verlauf der Fermifunktion wurde bereits zur Analyse von Betaspektren für viele Elemente tabelliert [Fano52], [Behr69]. Für große Ordnungszahlen erweist sich die Korrektur der Wirkung des Coulomb-Feldes des Kernes allerdings als nicht ausreichend. Dann gewinnt der Einfluß der Abschirmung des Kernfeldes durch die Hüllenelektronen an Bedeutung, der in der Literatur als *Screening* bezeichnet wird und zusätzlich berücksichtigt werden muß. Dieser Einfluß ist jedoch im Vergleich zur Korrektur der Fermifunktion gering, er liegt im Bereich einiger Prozent der Fermi-Korrektur [Fano52] und betrifft im wesentlichen Positronen mit Energien unterhalb 100keV.

### 2.2.3 Energieverteilung einer realen Positronenquelle

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Energieverteilung der bei Kernzerfällen emittierten Positronen diskutiert. Dabei wurde außer acht gelassen, daß sich das experimentell beobachtete Energiespektrum von Positronen und Elektronen aus Betazerfällen eines Nuklids  $i$  oftmals in mehrere Anteile  $j$  zerlegen läßt, die eine unterschiedliche Maximalenergie  $E_M(i, j)$  aufweisen [Fano52]. Ursache der Beiträge mit unterschiedlichen Endpunktsenergien sind verschiedene mögliche Endzustände des Zerfalls (angeregte Zustände des Tochterkernes). Darüber hinaus ist

es möglich, daß in einer Positronenquelle mehrere Nuklide  $i$  existieren, die Positronen emittieren. Dies ist beispielsweise beim Generatorsystem  $^{62}\text{Zn}/^{62}\text{Cu}$  der Fall (Siehe auch: Zusammenstellung von Positronenemittern, Tabelle 3.3 auf Seite 59) und prinzipiell immer dann möglich, wenn die Positronenquelle durch Aktivierung eines nicht isotonreinen Ausgangsmaterials in Beschleunigern hergestellt wird.

Das Energiespektrum  $N_E(E, i, j)$  der einzelnen Beiträge kann bei Kenntnis der entsprechenden Fermifunktionen nach Gleichung (2.6) zu

$$N_E(E, i, j) = \text{const.} \cdot (E_M(i, j) - E)^2 \cdot E \cdot \sqrt{E^2 / (m_0 c^2)^2 - 1} \cdot \tilde{F}_i(Z_i, E / m_0 c^2) \quad (2.7)$$

berechnet werden. Dabei ist zu beachten, daß die Fermifunktion des Tochterkerns des Betazerfalls zu wählen ist, von dem das Positron durch Coulombkräfte abgestoßen wird. Der Wert der Konstanten in den Funktionen  $N_E(E, i, j)$  wird durch die Normierung gemäß

$$1 = \int_0^{E_M(i, j)} N_E(E, i, j) dE \quad (2.8)$$

festgelegt. Das Energiespektrum der Positronen eines beliebigen Emitters wird dann aus den Beiträgen der einzelnen Zerfallsprozesse zusammengesetzt. Neben der Häufigkeit  $h_{i,j}$  unterschiedlicher Endpunktsenergien eines Nuklids sind die Positronenausbeute  $\beta_i$  beim Zerfall des Nuklids  $i$  und der relative Anteil  $A_{r,i}$  der Aktivität des Nuklids  $i$  an der Gesamtaktivität ausschlaggebend für das Energiespektrum der Positronen, für das man die Formel

$$N_E(E) = \sum_i A_{r,i} \cdot \beta_i \cdot \sum_j h_{i,j} \cdot N_E(E, i, j) \quad (2.9)$$

erhält. In Gleichung (2.9) summiert der Index  $j$  über die unterschiedlichen Endpunktsenergien der Positronen für ein Nuklid, der Index  $i$  über verschiedene Nuklide. Die Positronenausbeute  $\beta_i$  ist dabei der Anteil der bei Zerfällen des Nuklids  $i$  tatsächlich emittierten Positronen.

#### 2.2.4 Energieverlust der Positronen in Materie

Das Neutrino ist elektrisch neutral und praktisch masselos, es fliegt ungehindert davon. Das Positron hingegen tritt mit der umgebenden Materie aufgrund seiner positiven Ladung in Wechselwirkung. Durch Stoßprozesse mit den umgebenden Hüllenelektronen wird es in einer Zeitspanne von etwa  $10^{-10}$  s abgebremst. Bei diesen Stoßvorgängen wird die Richtung des Teilchens geändert, die Bahn des Positrons ist daher vielfach geknickt. Am Ende dieser Abbremsung besitzt das Positron noch eine Restenergie in der Größenordnung von einigen Elektronenvolt, bei der es dann mit einem Elektron annihilieren kann.

Beim Durchgang durch Materie geben energiereiche Teilchen ihre Energie schrittweise ab, bis sie sich mit der umgebenden Materie (Target) in einem energetischen Gleichgewicht befinden. Dies gilt prinzipiell auch für den hier vorliegenden Fall der Bremsung der beim  $\beta^+$ -Zerfall aus

dem Atomkern emittierten Positronen. Am Energieverlust des Teilchens sind im Falle energiereicher Elektronen oder Positronen mehrere Prozesse beteiligt, die nachfolgend diskutiert werden. Das Positron wird dazu als energiereiches Projektil betrachtet, das in ein beliebiges Medium eintritt.

An den Hüllenelektronen der Atome des betreffenden Mediums finden inelastische Streuprozesse statt. Durch das Massenverhältnis zwischen Projektil und Hüllenelektron wird gewährleistet, daß bei den Kollisionen immer ein gewisser Energiebetrag auf das Elektron übertragen wird. Dieser Energiebetrag führt zur Anregung der Elektronenhülle oder zur Ionisation und wird somit der kinetischen Energie entzogen. Streuprozesse an den Kernen selbst sind auch aufgrund der wesentlich größeren Kernmasse fast immer elastischer Natur, da nur geringe Energiebeträge abgegeben werden. Alle Streuprozesse haben außer der Energieabgabe eine Ablenkung aus der ursprünglichen Bahn zur Folge. Neben den Kollisionen sind Energieverluste durch Emission von Bremsstrahlung möglich. Um wesentlich zum Energieverlust beizutragen, erfordert dieser Mechanismus aber in der Regel deutlich höhere Projektilenergien als diejenigen, die typischerweise bei der Positronenemission in Betazerfällen vorliegen.

Der durch die Kollisionen verursachte Energieverlust kann für schwere geladene Teilchen ( $\alpha$ -Teilchen, Deuteronen) mit klassischen Methoden aus der Kraftwirkung auf ein Hüllenelektron berechnet werden [Leo87]. Diese Rechnung führt auf die bekannte BOHR'sche Formel für den mittleren Energieverlust pro Wegstrecke, der auch als lineares Bremsvermögen bezeichnet wird. Für Elektronen und Positronen müssen die klassischen Annahmen jedoch durch eine relativistisch-quantenmechanische Berechnung ersetzt werden. Diese wurde erstmals von BETHE und BLOCH ausgeführt und führt zu der Energieverlustformel

$$-\overline{\left(\frac{dE}{dx}\right)}_{col} = 2\pi N_A r_e^2 m_0 c^2 \cdot \rho \frac{Z}{A \cdot u} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \left[ \ln \frac{2 m_0 c^2 \beta^2 E_{max}}{I^2 \cdot (1 - \beta^2)} - \beta^2 \right]. \quad (2.10)$$

In Gl.(2.10) ist  $N_A$  die Avogadrokonstante,  $r_e$  der klassische Elektronenradius,  $m_0 c^2$  die Ruheenergie des Elektrons und  $E_{max}$  die bei einer Kollision maximal transferierbare Energie. Als materialabhängige Größen gehen die Ordnungszahl  $Z$ , die Massenzahl  $A$ , die Dichte  $\rho$  und das mittlere Ionisationspotential  $I$  des Targetmaterials ein. Die Energie des Projektils ist im Parameter  $\beta = v/c$  enthalten, dabei bezeichnet  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $v$  die Geschwindigkeit des geladenen Teilchens.  $u$  bezeichnet die atomare Masseneinheit.

Wesentliche Eigenschaft des Energieverlustes durch Kollisionen ist dessen umgekehrte Proportionalität zu  $\beta^2$  für nichtrelativistische Energien. Dadurch ergibt sich in diesem Bereich eine Abnahme des kollisionsbedingten Energieverlustes proportional zum Kehrwert der Teilchenenergie  $E_0$ . Im Bereich relativistischer Energien erfolgt mit zunehmender Energie wieder ein leichter Anstieg des Energieverlustes durch Kollisionen. Die Abhängigkeit des Energieverlustes ist in Abbildung 2.2 auf Seite 14 für die Bremsung von Positronen in Wasser dargestellt.

Die Gleichung (2.10) muß erweitert werden, um weitere Effekte zu berücksichtigen. Dies ist zum einen der sogenannte Dichte-Effekt, der eine Polarisation der Atome beim Durchgang relativistischer geladener Teilchen bewirkt. Die Polarisation schirmt das Feld weiter entfernter

Elektronen ab und vermindert dadurch den möglichen Energietransfer. Weitere Annahmen wie die Berücksichtigung der Vertauschbarkeit von Projektil und Target, die für Elektronen gegeben ist, nicht aber für Positronen, werden im Streuquerschnitt nach MØLLER berücksichtigt. Dieser führt zu den Formeln von ROHRLICH, CARLSON und UEHLING, nach denen im Rechenprogramm EPSTAR von SELTZER [Selt89] die Energieverluste für Elektronen und Positronen in unterschiedlichen Materialien berechnet werden.

Neben dem bisher vorgestellten Verlustmechanismus kann die bereits erwähnte Emission von Bremsstrahlung zur Abbremsung führen. Die Emission von Bremsstrahlung tritt auf, da die Positronen beim Durchgang durch Materie in den Coulomb-Feldern von Atomkernen und Hüllenelektronen eine Ablenkung erfahren und somit beschleunigt werden. Bei diesen Beschleunigungsvorgängen wird Bremsstrahlung emittiert. Nach [Jack75] ist der Wirkungsquerschnitt für diesen Vorgang im wesentlichen proportional zur Energie des Projektils und proportional zum Quadrat der Ordnungszahl der durchflogenen Materie. Der Energieverlust ist weiterhin umgekehrt proportional zum Quadrat der Projektilmasse, deshalb ist dieser Verlustmechanismus insbesondere für Elektronen und Positronen von Bedeutung. Diese Abhängigkeiten lassen sich durch die Gleichung

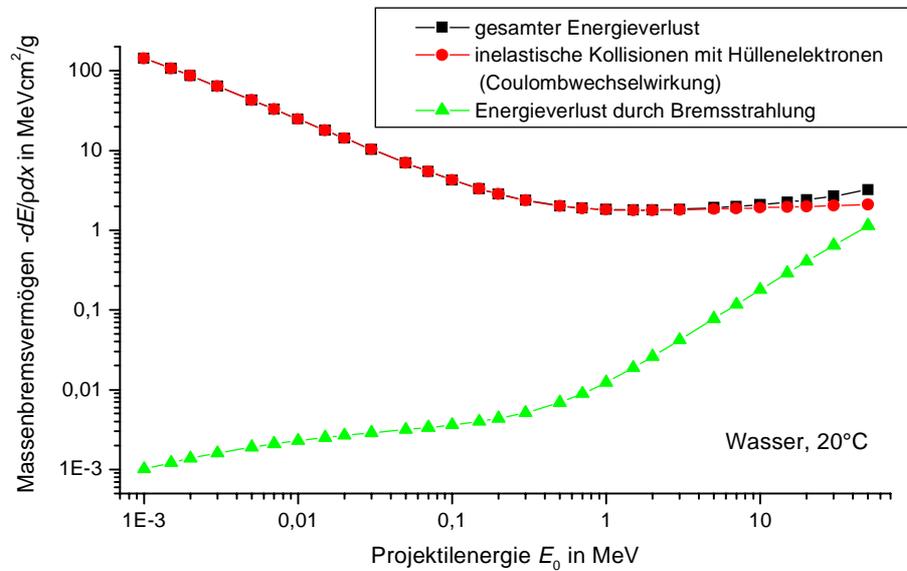
$$-\overline{\left(\frac{dE}{dx}\right)}_{rad} \sim \left(\frac{e^2}{m_0 c^2}\right)^2 \cdot Z^2 \cdot E \quad (2.11)$$

beschreiben. Der Energieverlustmechanismus der Emission von Bremsstrahlung ist daher für sehr große Energien dominierend, bei Elektronen in Wasser etwa bei Energien oberhalb 100MeV. Die Energieabhängigkeit der einzelnen Beiträge zum gesamten Energieverlust ist in Abbildung 2.2 dargestellt. In dieser und allen folgenden Darstellungen werden, sofern nicht anders vermerkt, Meß- oder Tabellenwerte durch Symbole repräsentiert, die zur Übersicht durch Geraden stückweise verbunden werden. Die in der Darstellung verwendeten Zahlenwerte für die Energieverlustbeiträge sind der NIST Electron and Positron Stopping Powers of Materials Database [Selt89] entnommen. Eine detaillierte Zusammenstellung der Formeln und Rechenregeln, auf deren Basis das Programm [Selt89] arbeitet, ist in [ICRU84] angegeben.

Da sich die maximale Energie der Positronen für die meisten Positronenemitter im Bereich weniger MeV bewegt, sind für den konkreten Anwendungsfall die inelastischen Streuprozesse an den Elektronen des durchflogenen Mediums bestimmend, siehe Abbildung 2.2. So erreicht der durch Bremsstrahlung hervorgerufene Energieverlust pro Wegstrecke des Projektils erst bei Energien oberhalb 10MeV die Größenordnung der Bremsung durch inelastische Kollisionen an den Hüllenelektronen.

In der Literatur wird der Energieverlust meist mit dem Formelzeichen  $S$  bezeichnet. Anstelle dieser Größe wird häufig das Massenbremsvermögen angegeben. Hierbei handelt es sich um den Energieverlust, bezogen auf die Dichte des Targetmaterials. Für das totale Bremsvermögen des Materials ergibt sich damit die Beziehung

$$\frac{1}{\rho} S_{tot} = -\frac{1}{\rho} \overline{\left(\frac{dE}{dx}\right)}_{tot} = \frac{1}{\rho} S_{col} + \frac{1}{\rho} S_{rad}. \quad (2.12)$$



**Abbildung 2.2: Energieabhängigkeit der Anteile verschiedener Mechanismen am Massenbremsvermögen eines Positrons, nach [Selt89]**

Bei Kenntnis der Energieabhängigkeit des Energieverlustes bzw. des Massenbremsvermögens kann die Reichweite  $R_{\text{CSDA}}$  des Teilchens allgemein mit der Gleichung

$$R_{\text{CSDA}} = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{[dE/dx]_{\text{tot}}} \quad (2.13)$$

berechnet werden. Diese Berechnungsvorschrift ermittelt die mittlere Reichweite des Teilchens in der Näherung eines kontinuierlichen Energieverlustes (continuous slowing down approximation, CSDA). Bei dieser Näherung wird eine Reichweite aus der Integration der Wegstrecke für einen kontinuierlichen, mittleren Energieverlust berechnet. Der stochastische Charakter der Bremsung mit den starken Fluktuationen im Energieverlust wird dabei vernachlässigt.

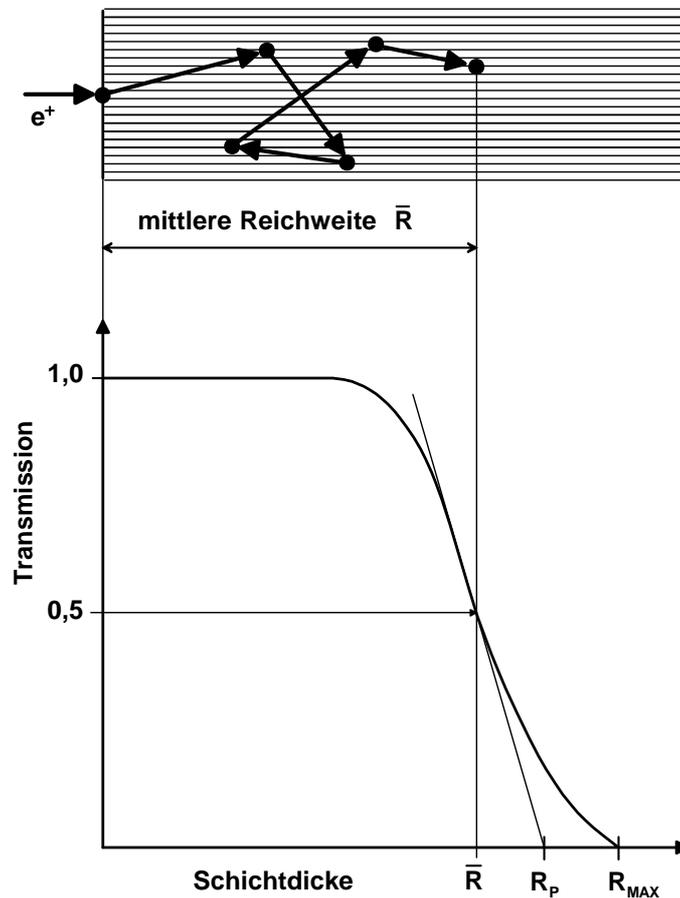
In Anlehnung an die Einführung des Massenbremsvermögens wie in Gl.(2.12) wird häufig eine dichtebezogene Reichweite, die sogenannte Massenreichweite  $r$  angegeben [ICRU84], [Selt89]. Die Berechnung der Massenreichweite eines emittierten Positrons bei Abbremsung von einer Startenergie  $E_0$  bis zu einer Endenergie  $E_f$  erfolgt entsprechend der Beziehung

$$r_{\text{CSDA}}(E_0 \rightarrow E_f) = \int_{E_f}^{E_0} \frac{1}{S_{\text{tot}}(E) \rho} dE. \quad (2.14)$$

Die Reichweite  $R_{\text{CSDA}}$  des Teilchens erhält man aus  $r_{\text{CSDA}}$  durch Division mit der Dichte des bremsenden Mediums. Bei Berechnung im Rahmen der CSDA-Näherung ist zu beachten, daß die nach den bisher genannten Formeln berechneten Energieverluste nur bei Energien oberhalb

des Energiebereiches 1keV bis 10keV gültig sind. Für die Gültigkeit von Gleichung (2.10) muß die Bedingung, daß die Geschwindigkeit der Projektile groß gegenüber der Bahngeschwindigkeit der Hüllenelektronen ist, erfüllt werden. Für die Elektronen der K-Schale gilt somit die Forderung  $Z/(137 \cdot \beta) \ll 1$ . Unterhalb der genannten Energien gelten die grundlegenden Annahmen der Theorien nicht mehr. In [ICRU84] behilft man sich in diesem Energiebereich mit folgender Vorgehensweise: Zunächst wird ein Energiewert  $E_f$  gewählt, für den die Gültigkeit der Modelle für die Energieverlustmechanismen noch gegeben ist. Unterhalb dieses Energiewertes wird der Integrand mit der Annahme, daß  $I/S_{tot}$  für kleine Energien proportional zur Energie gegen Null geht, linear interpoliert. Damit wird die in Gleichung (2.10) gefundene Energieabhängigkeit des Energieverlustes auf kleine Energiewerte extrapoliert. Zudem liegen Ergebnisse experimenteller und detaillierterer theoretischer Untersuchungen im Bereich kleiner Energien für einige Materialien vor, die dieses Vorgehen stützen [ICRU84].

Die durch die Integration des mittleren Energieverlustes berechnete Reichweite  $R_{CSDA}$  entspricht im physikalischen Sinne der mittleren wahren Bahnlänge des Teilchens, da die Integration entlang der gesamten Bahn erfolgt. Bei dieser Integration werden Richtungsänderungen des Teilchens nicht berücksichtigt. Diese Richtungsänderungen, deren Auftreten bei Streuprozessen von Elektronen und Positronen sehr wahrscheinlich ist, führen jedoch zu einer Verkür-



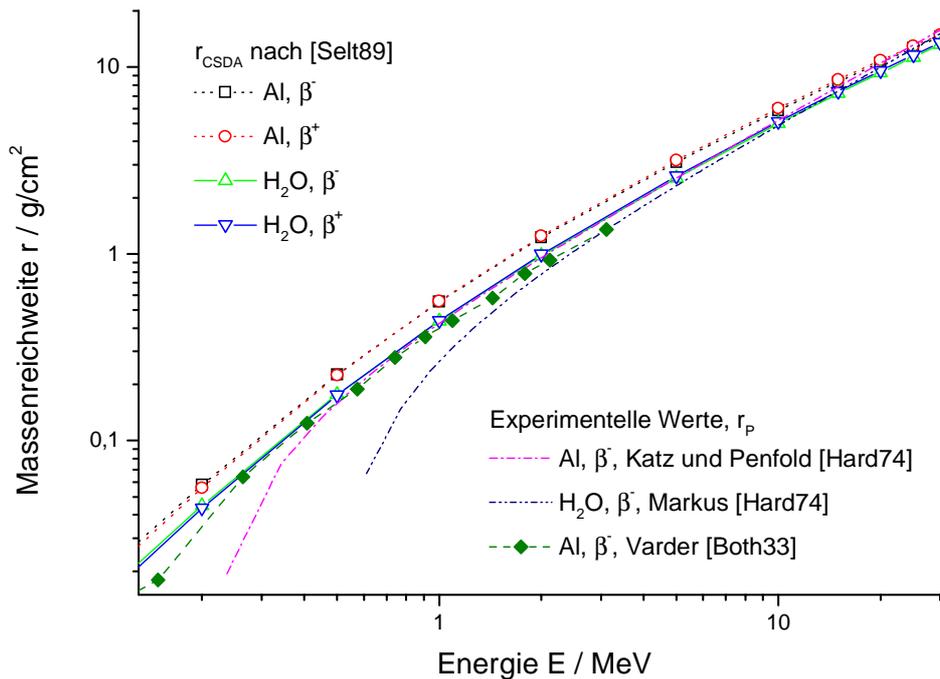
**Abbildung 2.3: Unterschied zwischen Bahnlänge und Reichweite; Definition der mittleren ( $\bar{R}$ ), extrapolierten ( $R_P$ ) und maximalen Reichweite ( $R_{MAX}$ ), lt. [Krie89]**

zung der makroskopisch meßbaren Reichweite, die daher auch als Eindringtiefe bezeichnet wird [Krie89]. Ausgehend von in experimentellen Untersuchungen ermittelten Transmissionskurven werden in der Literatur mehrere Definitionen der Reichweite angegeben, die in Abb. 2.3 illustriert sind. Die Projektionen der Bahnen auf die Achse des einfallenden Teilchenstrahles werden als Reichweiten definiert. Die mittlere Reichweite  $\bar{R}$  ist diejenige Länge, bei der die Transmission 0,5 beträgt. Die extrapolierte oder praktische Reichweite  $R_p$  ist als Schnittpunkt der Wendetangente an die Transmissionskurve mit der Abszisse definiert. Von einigen Autoren wird auch eine maximale Reichweite  $R_{MAX}$  angegeben, bei der die Transmissionskurve die Abszisse erreicht. Da dieser Punkt meßtechnisch schwerer zu bestimmen ist, wird in der Regel die praktische Reichweite  $R_p$  angegeben.

Aufgrund der Richtungsänderungen der Positronen bei der Abbremsung ist die mittlere Reichweite  $\bar{R}$  stets geringer als die mittlere wahre Bahnlänge, die durch  $R_{CSDA}$  angegeben werden kann [ICRU84],[Thüm74]. Das Verhältnis beider Größen wird Umwegfaktor  $X$  genannt und ist allgemein als Verhältnis einer Bahnlänge  $L$  zu einer Reichweite  $R$  mit

$$X = L / R \tag{2.15}$$

definiert. Die Umwegfaktoren hängen von der Energie der Positronen und dem streuenden Material ab. Die Bahnlängen selbst sind experimentell nur schlecht zugänglich, nur für einige wenige Stoffsysteme existieren Daten aus Blasenkammerexperimenten [Hari63]. Für die Bestimmung der Umwegfaktoren werden daher auch Computersimulationen des Strahlungstransportes genutzt [Thüm74]. Werte der CSDA-Massenreichweiten nach [Selt89] und Werte



**Abbildung 2.4: Gegenüberstellung experimentell ermittelter extrapolierte Massenreichweiten mit den im Rahmen der CSDA-Näherung gewonnenen Werten**

für die aus Messungen an Aluminium und Wasser unter Normalbedingungen extrapolierte Massenreichweite werden in Abbildung 2.4 gegenübergestellt.

Die experimentellen Daten wurden in Form empirischer Energie-Reichweite-Beziehungen zusammengestellt und sind aus [Hard74] entnommen. Die empirische Beziehung von

$$\text{KATZ und PENFOLD} \quad \rho R_p = [0,530 \cdot E_0/\text{MeV} - 0,106] \text{ g/cm}^2 \quad (2.16)$$

gilt für Aluminium und monoenergetische Elektronen der Energie  $E_0$  im Bereich 0,5MeV bis 30MeV, die Beziehung nach

$$\text{MARKUS} \quad \rho R_p = [0,512 \cdot E_0/\text{MeV} - 0,246] \text{ g/cm}^2 \quad (2.17)$$

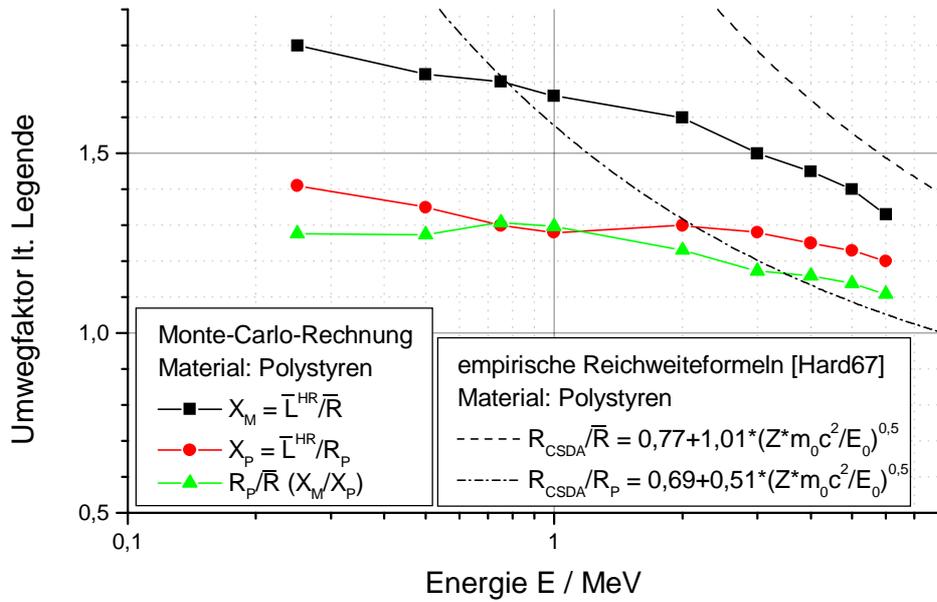
gilt im gleichen Energiebereich für Wasser. Eine weitere Meßreihe an Aluminium für niedrigere Energien von 10keV bis 3MeV wurde [Both33] entnommen. Die praktischen Reichweiten sind um einen nur gering veränderlichen Faktor gegenüber den CSDA-Reichweiten reduziert. Unterschiede der Reichweiten nach [Selt89] zwischen Rechnungen für Elektronen und Positronen sind im betrachteten Energiebereich und für kleinere Ordnungszahlen  $Z$  des streuenden Mediums praktisch vernachlässigbar.

Dieses Ergebnis wird in [Krie89] verallgemeinert: Für kleine Ordnungszahlen  $Z$  des streuenden Materials sind die Umwegfaktoren nur wenig von 1 verschieden, für große Ordnungszahlen werden Werte bis  $X = 4$  erreicht. Das Maximum des Umwegfaktors wird bei Energien im Bereich von 100keV bis 1MeV erreicht, für noch größere Energien strebt der Wert des Umwegfaktors wieder gegen 1.

Von THÜMMEL werden mit einem Monte-Carlo-Programm berechnete Umwegfaktoren für monoenergetische Elektronen in Polystyren und einen Energiebereich von 0,25MeV bis 6MeV angegeben [Thüm74]. Der Verlauf dieser Umwegfaktoren ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Die Umwegfaktoren nach [Thüm74] sind als Verhältnis der mittleren Bahnlänge zur praktischen ( $X_p$ ) bzw. mittleren Reichweite ( $X_M$ ) definiert, wobei die Rechnung für die Ausbreitung in einem unendlich ausgedehnten Halbraum ausgeführt wurde. Neben diesen Umwegfaktoren ist auch das Verhältnis von mittlerer Reichweite  $\bar{R}$  zur extrapolierten Reichweite  $R_p$  angegeben. Zum Vergleich sind zudem die mit den empirischen Formeln nach HARDER für Polystyren berechneten Umwegfaktoren als Kurven dargestellt. Die effektive Ordnungszahl von Polystyren wurde nach [Hard74] anhand der Massenanteile  $a_i$  gemäß

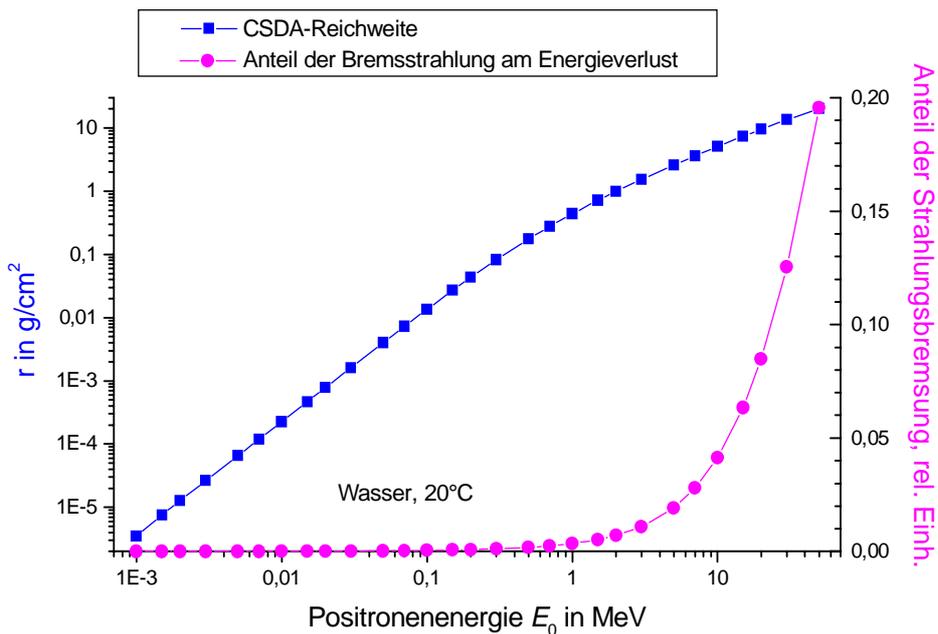
$$Z_{\text{eff}} = \sum a_i Z_i^2 / \sum a_i Z_i \quad (2.18)$$

zu  $Z_{\text{eff}} = 5,93$  berechnet. Diese empirischen Beziehungen wurden aus Transmissionsexperimenten mit Elektronen für C, Al, Cu und Pb im Energiebereich von 5MeV bis 30MeV gewonnen und geben die Meßergebnisse mit einer Genauigkeit von  $\pm 10\%$  wieder [Hard67]. Der Vergleich der Umwegfaktoren aus der Monte-Carlo-Rechnung und der empirischen Gleichung ist daher nur für die höheren Energien durchführbar und zeigt bei Energien oberhalb von etwa 3MeV eine gute Übereinstimmung.



**Abbildung 2.5: Umwegfaktoren nach [Thüm74] und [Hard67]: Verhältnis der mittleren Bahnlänge im unendlich ausgedehnten Halbraum zur mittleren Reichweite bzw. zur extrapolierten Reichweite für Elektronen in Polystyren**

Die Energieabhängigkeit der CSDA-Massenreichweite für Positronen in Wasser und die Energieabhängigkeit des Anteils der Strahlungsbremmung sind in Abb. 2.6 dargestellt, um die zu erwartende Energieabhängigkeit dieser Größen zu illustrieren. Im Energiebereich unter 10MeV, der bei Verwendung von Positronen aus Betazerfällen zu erwarten ist, liegt der Beitrag



**Abbildung 2.6: Energieabhängigkeit der Massenreichweite  $r_{CSDA}$  von Positronen in Wasser bei kontinuierlicher Bremsung, Anteil der Bremsstrahlung**

des Energieverlustes durch Emission von Bremsstrahlung zum gesamten Energieverlust unter 5 Prozent. Bei Energien unter 1 MeV liegt der Anteil deutlich unter einem Prozent, so daß die Strahlungsbremung praktisch nicht zur Abbremsung beiträgt. Dieser Anteil wurde durch Integration des relativen Anteils der Strahlungsbremung für alle Energien berechnet.

Für ein Positron der Energie 1 MeV ergibt sich in Wasser eine CSDA-Reichweite von etwa 4 Millimetern. Für mehrere  $\beta^+$ -instabile Nuklide haben die emittierten Positronen Energien in der Größenordnung eines Megaelektronenvolts. Eine Übersicht über die bei dieser Energie erreichten CSDA-Reichweiten der Positronen in verschiedenen Medien gibt die Tabelle 2.1. So ist in Metallen die Reichweite der Positronen vergleichsweise gering, es kommt bereits nach einer sehr kurzen Wegstrecke zur Annihilation. Für Luft hingegen kann die Reichweite durchaus die Größenordnung von Metern erreichen. In der Tabelle sind daher die Reichweiten in Eisen als typischem Behältermaterial, sowie die Reichweiten in Wasser und Stickstoff unter Normalbedingungen und erhöhtem Druck aufgeführt. Diese Werte sollen illustrieren, welcher Größenordnungsbereich der Reichweite überstrichen wird. Die Angaben für Stickstoff unter dem Druck von 2MPa bzw. 5MPa zeigen, daß in den entsprechenden Dichtebereichen Reichweiten im Größenordnungsbereich von 10cm zu erwarten sind.

**Tabelle 2.1 Reichweite  $R_{\text{CSDA}}$  von Positronen der Energie 1 MeV in Medien unterschiedlicher Dichte (bei 0 °C und 101,3kPa, nach [Selt89])**

Material	$\rho$ in $\text{kg/m}^3$	Reichweite $R_{\text{CSDA}}$ in mm
Wasser	998	4,4
Eisen	7870	0,8
Stickstoff	1,25	3900
Stickstoff 2MPa	24,9	200
Stickstoff 5MPa	63,2	78

### 2.2.5 Annihilation von Positronen

Positronen sind Antimaterieteilchen und damit in der „normalen“ Welt nicht dauerhaft existent. Trifft das selbst stabile Positron auf ein zugehöriges Materieteilchen, ein Elektron, so kann es zur paarweisen Vernichtung beider Teilchen kommen. Dabei wird die Ruheenergie beider Teilchen sowie deren gesamte kinetische Energie in Form von Photonen abgegeben. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Vorgang ist jedoch nur bei geringen Relativgeschwindigkeiten der Teilchen zueinander hoch. Daher erfolgt zunächst eine Abbremsung der Positronen in der umgebenden Materie auf niedrige Energien im Bereich einiger Elektronenvolt, bevor die Annihilation erfolgt.

Experimentelle Belege für dieses Verhalten sind die Messung des Energiespektrums und der Winkelkorrelation der emittierten Photonen. Wäre die Wahrscheinlichkeit für die Annihilation schneller Positronen groß, so gäbe es deutliche Abweichungen von der Kollinearität der Annihilationsquanten. Diese Abweichung wäre auf den Impuls des Systems Positron–Elektron zurückzuführen.

Die Abweichung von der Kollinearität wurde von mehreren Gruppen experimentell untersucht. Die Experimente ergaben eine gaußförmig verteilte Abweichung von exakter Antiparallelität. Die Parameter der Verteilung lassen auf Restenergien von Elektron und Positron in der Größenordnung weniger Elektronenvolt schließen. Die experimentell ermittelten Energiewerte sind materialspezifisch [DeBe50], [Deut53], [Simo58]. Ein Großteil der Positronen ist bei der Annihilation bereits auf thermische Energien unterhalb 0,04eV abgebremst [Colo65]. Vergleicht man diese Energiewerte mit der Energie bei Emission, so kann für die Rechnungen von einer vollständigen Abbremsung ausgegangen werden. Die Winkelabweichungen von der Kollinearität sind in der Regel kleiner als 5 mrad bzw. 0,28° [Colo65].

Besonders in Gasen kommt es zur Bildung eines gebundenen Zustandes aus Elektron und Positron, dem Positronium [Deut53]. In Abhängigkeit von der Spin-Orientierung beider Teilchen sind zwei Zustände möglich: Para- und Orthopositronium. Parapositronium entsteht, wenn die Spins von Elektron und Positron entgegengesetzt ausgerichtet waren, dieser Zustand wird mit einer  $2\gamma$ -Emission vernichtet. Der Zustand paralleler Spins, Orthopositronium, kann aus Gründen der Impulserhaltung nur in Form eines  $3\gamma$ -Zerfalls annihilieren. Die Vernichtungsrate solcher Zustände liegt allerdings bei  $1/372$  der Vernichtungsrate des Parapositroniums, so daß der Anteil der 3-Quanten-Emissionen vernachlässigt werden kann. In Flüssigkeiten und Festkörpern geschieht die Vernichtung hauptsächlich durch freie Stöße, ohne Bildung von Positronium. Falls Positronium gebildet wird, kommt es zu einer schnellen Ortho-Para-Umwandlung, so daß der Dreiquantenvernichtungsvorgang äußerst selten wird [Simo58].

### 2.2.6 Nachweis der Annihilationsstrahlung

Die  $2\gamma$ -Annihilation eines Positron-Elektron-Paares bietet eine elegante Möglichkeit, neben der Information über die Paarvernichtung auch Aussagen über den Ort des Ereignisses treffen zu können. Die nur geringe Abweichung von einer exakten Antiparallelität der Annihilationsquanten ermöglicht zusammen mit der geringen Halbwertsbreite der Energieverteilung der Annihilationsquanten die Realisierung elektronischer Methoden der Kollimation, die beim Verfahren PET genutzt werden. Die elektronische Kollimation basiert auf der Annahme, daß bei zeitgleichem Nachweis zweier Annihilationsquanten in einem Paar von Detektoren beide Annihilationsquanten vom selben Annihilationsereignis stammen und damit das Annihilationsereignis entlang der Verbindungslinie zwischen den betreffenden Detektoren stattfand. Diese Annahme ist richtig, wenn sich Elektron und Positron im Moment der Annihilation in Ruhe befanden und keines der Quanten einer Streuung unterworfen wurde.

Bei der Detektion des koinzidenten Auftretens von Annihilationsereignissen in zwei Detektoren wird die Annihilation zunächst einem (abstrakten) Koinzidenzkanal zugeordnet, der durch die beiden nachweisenden Detektoren definiert ist. Die Annihilationen eines Koinzidenzkanals werden der Verbindungslinie beider Detektoren zugeordnet (Ereignislinie oder Line of Response, LOR) bzw. demjenigen Raumgebiet, das durch die beiden Detektoren aufgespannt wird. Allerdings sind bei diesem Koinzidenzverfahren auch Fehlauflösungen möglich, indem eines der Photonen durch einen Streuprozess aus seiner ursprünglichen Bahn abgelenkt wurde oder etwa zwei Quanten von unterschiedlichen Annihilationsprozessen zufällig im Koinzidenzzeitfenster registriert werden. Entsprechend werden diese Ereignisse als Streukoinzidenzen bzw. zufällige Koinzidenzen bezeichnet. Die Zahl der möglichen Fehlauflösungen wächst

mit der Zahl der wahren Koinzidenzen. Da die Koinzidenzbewertung anhand eines Zeitfensters erfolgt, in dem beide Ereignisse registriert werden müssen, sollte durch eine möglichst enge Wahl des Koinzidenzzeitfensters der zufälligen Erfüllung der Koinzidenzbedingung entgegen gewirkt werden. Der Einfluß von Streukoinzidenzen läßt sich durch eine zusätzliche Energiediskriminierung der Einzelereignisse vermindern, da jede Streuung der  $\gamma$ -Quanten mit einem Energieverlust verbunden ist. Auch die Abweichungen von der Kollinearität der Gammaquanten können dadurch, daß speziell bei hochauflösenden Detektorarrays statt des richtigen Kristalls ein benachbarter Kristall getroffen wird, prinzipiell zu Fehlauflösungen führen. Diese Ereignisse werden formal den Streukoinzidenzen zugeordnet.

Zum Nachweis der  $\gamma$ -Quanten wird ebenfalls deren Wechselwirkung, jetzt mit dem Material des verwendeten Detektors, ausgenutzt. Mögliche Wechselwirkungsprozesse der Photonen aus der Annihilation von Positronen sind die Comptonstreuung an Elektronen des Detektormaterials und der photoelektrische Effekt [Dörs92]. Infolge der Photonenenergie von 511 keV, oder im Falle bereits abgelaufener Streuprozesse noch geringerer Energiewerte treten Paarbildungseffekte und die Emission von Cherenkov-Strahlung nicht auf. Rayleighstreuung hingegen ist nur für Photonen sehr geringer Energie ( $E_\gamma \ll m_0c^2$ ) von Bedeutung. Bei diesem Prozeß findet eine Wechselwirkung mit dem gesamten Atom bzw. Molekül statt, bei dem keine Energie an das Medium übertragen wird [Leo87], durch die Richtungsänderung des Photons wird Impuls an das Atom übertragen (kohärente Streuung).

Aufgrund der Koinzidenzbedingung geht die Effizienz des Nachweises für ein einzelnes  $\gamma$ -Quant in die totale Nachweiseffektivität quadratisch ein. Daher ist es erforderlich, in jedem der Detektoren eine möglichst hohe Nachweiseffektivität für die Annihilationsstrahlung zu erreichen. In der Praxis haben sich deshalb für solche Messungen Szintillationsdetektoren durchgesetzt. In diesen Detektorsystemen wird die Energie der Gammaquanten zunächst im Szintillatorkristall in einen Lichtblitz konvertiert. Dieser Lichtblitz wird dann mit Sekundärelektronenvervielfachern oder Halbleiterdetektoren in einen elektrischen Impuls umgesetzt. Der Grund für die Funktionsteilung liegt darin, daß die Wirkungsquerschnitte der genannten Wechselwirkungsmechanismen von  $\gamma$ -Quanten mit zunehmender Ordnungszahl ansteigen. Hohe Nachweiseffektivitäten lassen sich daher nur mit Anordnungen aus Detektormaterialien mit möglichst hoher Ordnungszahl und Dichte erreichen. Bei Gasionisations- oder Halbleiterdetektoren (direkte Erzeugung von Ladungsträgerpaaren im Halbleitermaterial durch die  $\gamma$ -Strahlung) ist das Ziel einer hohen Nachweiseffektivität durch geringe Dichten und niedrige Ordnungszahlen der Detektormaterialien kaum zu erreichen, mit anorganischen Szintillatormaterialien dagegen ist diese Forderung gut umsetzbar. Durch die guten Lichtleiteigenschaften bedingt werden kristalline Materialien, hauptsächlich Einkristalle eingesetzt. Angekoppelte Photoelektronenvervielfacher bieten ausreichend Verstärkung für die Umwandlung der Lichtblitze in elektrische Impulse, die von üblicher Elektronik weiter ausgewertet werden können.

Die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Ereignis im Innern des von den Detektoren aufgespannten Empfindlichkeitskanals wird neben der Abhängigkeit von der Nachweiseffektivität der Detektoren selbst auch vom Raumwinkel beeinflusst, unter dem die emittierten Photonen beide Detektoren erreichen können. Der Raumwinkel ist bei gleichen Detektoren am größten, wenn das Annihilationsereignis mittig zwischen den Detektoren auftritt. Die Nachweiswah-

scheinlichkeit sinkt daher, je weiter die Annihilation vom Zentrum des Empfindlichkeitskanals entfernt ist (siehe auch Abschnitt 2.3.5 auf Seite 30).

### 2.2.7 *Schlußfolgerungen*

Positronen entstehen beim Zerfall von  $\beta^+$ -instabilen Nukliden. Die emittierten Positronen weisen eine kontinuierliche Energieverteilung auf. Deshalb entstehen bei der Abbremsung Reichweiteverteilungen. Der Energiebereich der Positronen aus  $\beta^+$ -instabilen Nukliden führt in den eingangs vorgestellten Medien geringer Dichte zu Reichweiten im Bereich von einem bis zehn Zentimetern. Die räumliche Verteilung der Annihilationsorte kann mit kommerziell verfügbaren PET-Detektoranordnungen, die über eine im Bereich weniger Millimeter liegende, hohe Auflösung verfügen, wiedergegeben werden [Wien89].

Eine numerische Simulation des Dichtemeßverfahrens muß eine Reihe von Effekten berücksichtigen: Die Emission des Positrons wird durch die Ermittlung statistisch verteilter Startbedingungen, der Positronenenergie, dem Emissionsort und der Emissionsrichtung nachgebildet. Nach Emission eines Positrons muß zunächst dessen Energieverlust im Inneren der Positronenquelle selbst berechnet werden. Aus diesem Energieverlust resultiert eine Verschiebung des Energiespektrums der Positronen, die in das zu untersuchende Medium emittiert werden. Diese Verschiebung zu kleineren Energiewerten hin wirkt sich auf die Annihilationsortverteilung aus, da die Reichweite abnimmt. Zu einer solchen Verschiebung des Energiespektrums kann es aber auch kommen, wenn die Quelle mit einer schützenden Abdeckung versehen werden muß (etwa zum Schutz vor aggressiven Medien), oder wenn es zu einer Filmbildung auf der Oberfläche der Positronenquelle kommt (durch Verschmutzungen oder infolge von Strömungsprozessen). Aus der Energie beim Eintritt in das zu untersuchende Medium wird dann der Annihilationsort berechnet.

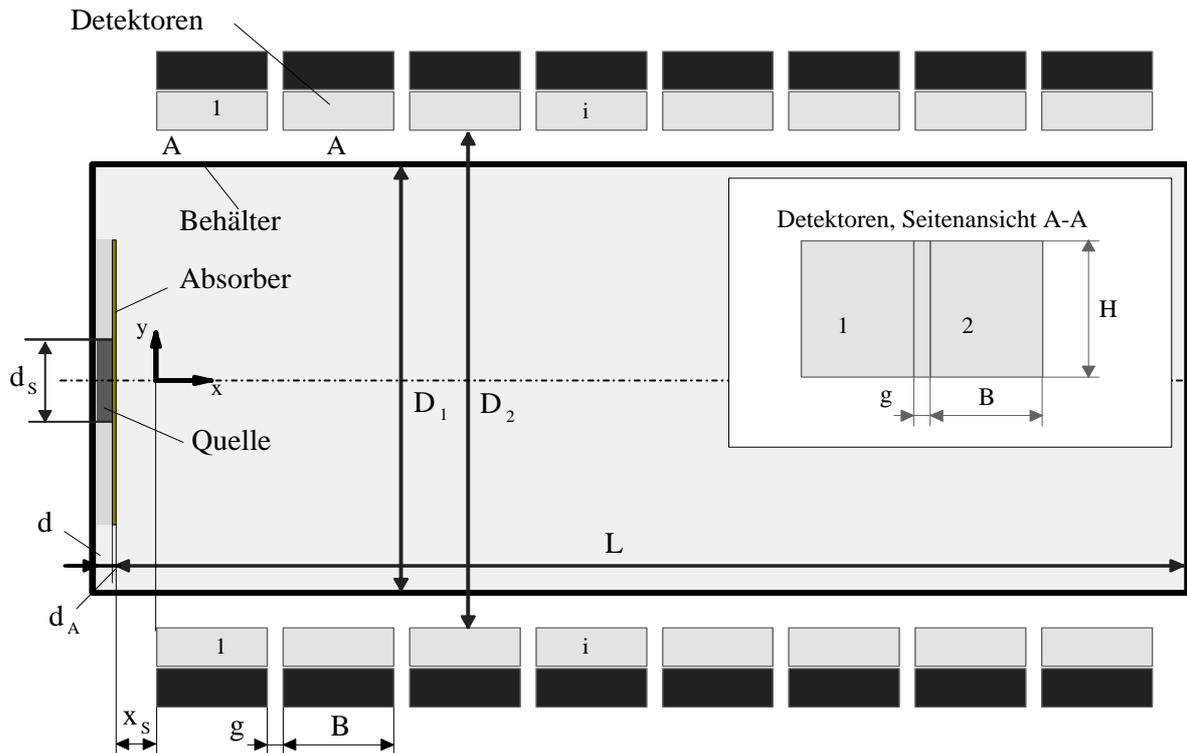
## 2.3 Numerische Simulation mit einem Monte-Carlo-Code

### 2.3.1 *Grundsätzlicher Aufbau des Simulationsprogramms*

Ausgangspunkt der Simulation ist der in Abbildung 2.7 skizzierte experimentelle Aufbau. Diese Anordnung soll die bereits in der Einleitung umrissene Messung im Inneren eines Druckbehälters oder einer Rohrleitung wiedergeben: Die von einer Positronenquelle emittierten Positronen werden im zu untersuchenden Medium abgebremst und annihilieren darin. Die Annihilationsstrahlung wird von Detektoren außerhalb des Behälters registriert.

Die Positronenquelle befindet sich im Innern des Behälters, sie ist in direktem Kontakt zum zu untersuchenden Medium montiert. Die Quelle liegt auf der Symmetrieachse der Detektoranordnung, hier in Nähe einer Wand des Behälters (Abb. 2.7). Parameter des Positronenemitters sind daher die Dicke der Quelle  $d$ , der Durchmesser des aktivierten Gebietes  $d_S$  sowie die Materialdaten von Positronenemitter (instabiles Nuklid) und Substratmaterial. Die Aktivität der Positronenquelle ist im gesamten aktivierten Gebiet homogen verteilt. Das Simulationsprogramm muß daher die Erzeugung der Positronen im gesamten aktivierten Volumen mit gleicher Wahrscheinlichkeit modellieren. Die Richtungsverteilung der emittierten Positronen ist isotrop. Im Ergebnis des ersten Schrittes der Simulation sind die Energie bei Emission  $E_0$ , der

Emissionsort und die Richtung des erzeugten Positrons bestimmt. Die Ermittlung der Größen erfolgt mit Monte-Carlo-Verfahren anhand der jeweils gültigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.



**Abbildung 2.7: Schematischer Aufbau für die Simulation der Dichtemessung, Draufsicht**

Die emittierten Positronen treten nach ihrer Emission mit der umgebenden Materie in Wechselwirkung. Die Wechselwirkungsprozesse werden in idealisierter Form behandelt, indem von einer mittleren kontinuierlichen Abbremsung des Positrons ausgegangen wird (Gleichung (2.10) und folgende). Dieses Vorgehen erlaubt einen vergleichsweise unkomplizierten Zugang zur Untersuchung des Dichtemeßverfahrens. Zur Berechnung der Bremsung der Positronen werden makroskopische Parameter, nämlich der Energieverlust  $S$  (Gleichung (2.12)) und die CSDA-Reichweite  $R_{\text{CSDA}}$  (Gleichung (2.13)) der Teilchen verwendet. Bezugsrichtung für die Bestimmung der Reichweite ist die anfangs ermittelte Ausbreitungsrichtung des Positrons. Die genannten makroskopischen Parameter werden in mehreren Veröffentlichungen angegeben [ICRU84], [Selt89], [Thüm74]. Die Bestimmung dieser Parameter erfolgt beispielsweise durch Transmissionsmessungen mit einem Teilchenstrahl an dünnen Materialproben. Somit stellen diese Größen Parameter dar, die bereits über eine große Zahl von Wechselwirkungen gemittelt wurden. Die detaillierte Bahnkurve des einzelnen Teilchens ist unbekannt. Sie ist auch für die Untersuchung des Meßverfahrens nicht von Interesse, da die Annihilationen der Positronen überwiegend am Ende der Bahn stattfinden. Aus diesem Grunde erfolgt die Modellierung unter Verwendung von Reichweiten durch eine geradlinige Ausbreitung zum Endpunkt der Bahn, bei der die anfängliche Ausbreitungsrichtung beibehalten wird. Die isotrope Ausbreitung wird durch entsprechende Erzeugung der Raumrichtungen mit Zufallsgeneratoren gewährleistet.

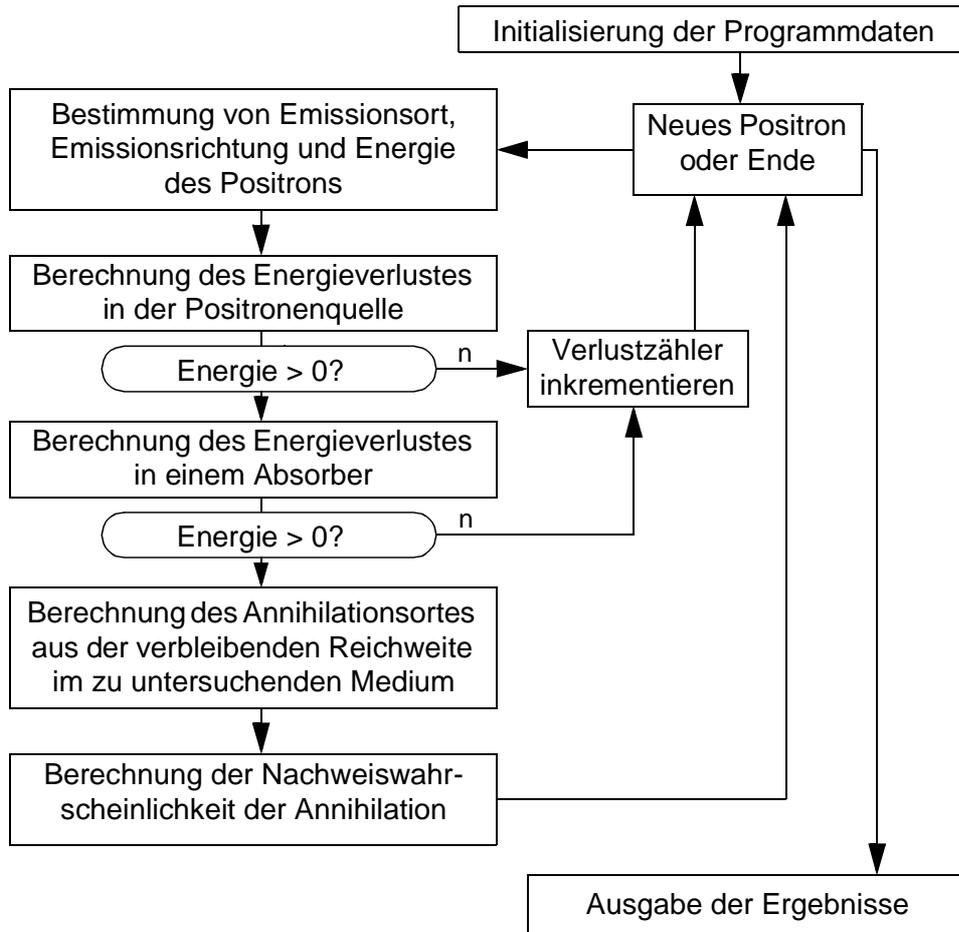
Zur Berechnung des Annihilationsortes wird angenommen, daß die Annihilation erst stattfinden kann, nachdem die Positronen ihre kinetischen Energie vollständig abgegeben haben. Dies ist dann erreicht, wenn das Teilchen die der Reichweite  $R_{MC}$  entsprechende Wegstrecke entlang der Startrichtung zurückgelegt hat. Die Reichweite  $R_{MC}$  nimmt dabei Werte an, die gaußverteilt in der Umgebung der mittleren Reichweite  $\bar{R}$  liegen, um den statistischen Charakter der Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Die mittlere Reichweite  $\bar{R}$  wird anhand des Umwegfaktors  $X_M$  aus  $R_{CSDA}$  ermittelt. Die Breite der Gaußverteilung wird durch den Wert der extrapolierten Reichweite  $R_P$  (Umwegfaktor  $X_P$ ) bestimmt. Das Berechnungsverfahren für die Reichweite  $R_{MC}$  wird im Detail in Abschnitt 2.3.4 vorgestellt.

Für die Berechnung der Reichweite  $R_{MC}$  muß zunächst der Energieverlust des Positrons im Volumen der Positronenquelle und des Absorbers ermittelt werden, da beim Austritt in das zu untersuchende Medium nicht mehr die gesamte Energie, die das Positron bei der Emission erhalten hat, zur Verfügung steht. Dieses Vorgehen entspricht der Auflösung der Gleichung (2.14) zur Berechnung der Energie  $E_Q$  nach Zurücklegen einer Wegstrecke  $A_Q$  im Quellenmaterial. In Gleichung (2.14) entspräche dann  $E_0$  der Energie des Positrons bei Emission und  $r_{CSDA}$  dem Produkt aus  $A_Q$  und der Dichte des Quellenmaterials. Gesucht ist  $E_f$  bzw. die Energie beim Austritt aus der Quelle  $E_Q$ . Dabei sind nur die Positronen zugelassen, die sich mit positiver  $x$ -Richtungskomponente (siehe Abb. 2.7) bewegen. Positronen, die sich nicht in Richtung des Meßvolumens (also in negativer  $x$ -Richtung) bewegen, werden verworfen. Zwischen Positronenquelle und zu untersuchendem Medium kann sich ein Absorber der Dicke  $d_A$  befinden. Für diesen Absorber, dessen Modellierung durch eine mögliche Herausbildung eines Flüssigkeitsfilmes auf der Quelle bei Untersuchung zweiphasiger Strömungen motiviert ist, wird auf analoge Weise der Energieverlust des Positrons berechnet. Konnten die Positronen die Quelle und den Absorber verlassen, so wird aus der nun bekannten Energie  $E_A$  bei Eintritt in das zu untersuchende Medium die Reichweite  $R_{MC}(E_A)$  in diesem Medium bestimmt. Die zur Berechnung notwendigen Daten zum mittleren Energieverlust und zur CSDA-Reichweite wurden der Datenbank [Selt89] entnommen.

Die Ausbreitung der Positronen wird durch die Behälterwände begrenzt. Die Wände werden dahingehend idealisiert, daß beim Erreichen der Wand sofort die Annihilation des Positrons stattfindet und keine weitere Reichweitenberechnung erforderlich ist. Diese Annahme ist durch den wesentlich größeren Energieverlust in Medien sehr hoher Dichte wie einer Stahlwand oder dem Detektormaterial motiviert. Da die Reichweite eines Positrons in der Wand aufgrund des bisher erlittenen Energieverlustes im zu untersuchenden Medium nur noch Bruchteile eines Millimeters beträgt, wird der Auftreffpunkt auf einer Wand als Endpunkt der Positronenbahn betrachtet. Der Abstand der Wände ist durch den Parameter  $D_1$  gegeben.

An der Außenwand des Behälters, im Abstand  $D_2$  voneinander, befinden sich die Detektoren zum Nachweis der Annihilationsstrahlung. Die Detektoren sind beiderseits des Experimentierbehälters in einer Reihe angeordnet. Direkt gegenüberliegende Detektoren werden paarweise in Koinzidenz betrieben. Sie können daher nur diejenigen Annihilationsereignisse nachweisen, die aus dem Nachweisvolumen stammen, das von den Stirnflächen der Detektoren beiderseits

des Mediums aufgespannt wird. Findet eine Annihilation im Nachweisvolumen des Detektorpaares  $i$  statt, so wird die geometrische Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektorpaares für das Ereignis am jeweiligen Annihilationsort berechnet und der Zähler für das Detektorpaar  $i$  um diesen Wert inkrementiert (siehe Abb. 2.12). Parameter der Detektoranordnung sind die Entfernung des ersten Detektorpaares von der Positronenquelle  $x_S$ , die Breite  $B$  und die Höhe  $H$  der aktiven Fläche der Einzeldetektoren sowie ein möglicher Abstand  $g$  der Detektoren untereinander. Der prinzipielle Programmablauf des Simulationsprogramms wird in Abbildung 2.8 zusammenfassend dargestellt.



**Abbildung 2.8:** Schematisierter Programmablauf des Simulationsprogrammes

Nach Laden der Parameterdatei sowie aller anderen Steuerinformationen tritt das Programm in die Hauptschleife ein. Im ersten Funktionsblock (Emission) wird der Anfangszustand des Positrons bestimmt. Bewegt sich das Positron nicht in Richtung der Detektoren, so wird es verworfen. Der zweite Funktionsblock berechnet den Energieverlust in der Quelle. Kann das Positron die Quelle nicht verlassen, so wird es ebenfalls verworfen, da die Detektoren in  $x$ -Richtung erst hinter dem Absorber, mit dem Bereich des zu untersuchenden Mediums beginnen. Ist ein Absorber vorhanden, so wird der Energieverlust im Absorber im dritten Funktionsblock analog zum Energieverlust in der Quelle berechnet. Kann das Positron den Absorber nicht verlassen, so muß es ebenfalls verworfen werden. Aus der verbleibenden Energie des Positrons wird die Reichweite  $R_{MC}$  berechnet. Mit dieser Reichweite ist im Rahmen des Modells einer geradlini-

gen Ausbreitung der Endpunkt der Positronenbahn bekannt. Für die Annihilation an diesem Ort wird getestet, ob eines der Detektorpaare die Photonen koinzident registrieren kann und die Wahrscheinlichkeit dieses Nachweises errechnet und aufsummiert. Diese Funktionalität erfüllen die letzten beiden Blöcke der Hauptschleife des Programmes. Die Hauptschleife wird bis zum Erreichen der gewünschten Positronenzahl wiederholt durchlaufen, danach werden die Ergebnisse in Form verschiedener Histogramme (Zählerstände der Detektoren, Energie- und Reichweiteverteilungen) in Dateien abgelegt.

Derzeit werden vom Simulationsprogramm folgende Informationen ausgegeben, deren örtliche Auflösung im Eingabedatensatz gesteuert werden kann:

- Energiespektrum der Positronen bei Emission und beim Eintritt in das zu untersuchende Medium
- Verteilung der CSDA-Reichweiten der Positronen
- Verteilung der aufsummierten Nachweiswahrscheinlichkeiten
- zweidimensionale Verteilung der Annihilationsorte zwischen den Detektoren

Die folgenden Abschnitte beschreiben das Simulationsprogramm im Detail.

### *2.3.2 Erzeugung zufällig verteilter Größen für den Anfangszustand der Simulation*

Monte-Carlo-Simulationen werden zur Lösung von mathematischen Problemen verwendet, wenn deterministische Lösungen nicht oder nur sehr schwer zu erhalten sind. Dies trifft unter anderem auch für Anwendungsfälle zu, wo funktionale Zusammenhänge nicht integrierbar sind. Beim hier vorliegenden Fall betrifft dies hauptsächlich die Energiespektrum der Positronen (Fermifunktion), deren Entstehungsort und Ausbreitungsrichtung, aber auch die Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren in Abhängigkeit vom Annihilationsort. In solchen Fällen behilft man sich mit den stochastischen Simulationen, bei denen für eine hinreichend große Anzahl von Versuchen das Ergebnis für eine zufällige Ausgangskonfiguration nach deterministischen Regeln bestimmt wird. Die zu erzeugenden Zufallsgrößen müssen dabei zumeist speziellen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen genügen. Das integrale Ergebnis dieser Einzelberechnungen ist eine statistische Schätzung, die für sehr große Versuchszahlen mit dem deterministischen Ergebnis übereinstimmt.

Im konkreten Fall werden mehrere gleichförmig verteilte Zufallsgrößen benötigt. Bei gleichverteilten Zufallsgrößen treten alle Realisierungsmöglichkeiten der Größe mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf. Beispiele für solche Größen im hier diskutierten Simulationsprogramm sind die Position und die Raumrichtung der Positronenemission. Die Energie der Positronen hingegen ist nicht gleichförmig verteilt, sie muß einer Verteilung folgen, die in Gleichung (2.6) im Abschnitt 2.2.2 vorgestellt wurde. Eine speziell verteilte Zufallsgröße kann bei Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion immer mit Hilfe des Rejektionsverfahrens aus einer gleichförmig verteilten Zufallsgröße gewonnen werden. Dazu sind mindestens zwei Realisierungen der gleichförmig verteilten Zufallsgröße erforderlich. Auf die genaue Arbeitsweise dieses Verfahrens wird nachfolgend noch eingegangen. Aus Gründen des Rechenaufwandes werden zur Bestimmung der Emissionsrichtung ebenfalls 3 Koordinaten ermittelt, um die Berechnung von Winkelfunktionen zu vermeiden. Somit sind für eine Anfangsbedingung für Ort und Richtung jeweils 3, für die Energie 2 und für die Berechnung der Reichweite  $R_{MC}$

eine weitere Realisierung der gleichverteilten Zufallsgröße erforderlich. Für die Rechnung für ein Positron sind daher 9 Realisierungen der gleichförmig verteilten Zufallsgröße zu ermitteln.

Dies bedeutet, daß die gleichförmig verteilte Zufallsgröße in einem 9-dimensionalen Raum gleichverteilt sein und in diesem Raum eine möglichst große Periode haben muß. In [L'Ecu88] wird ein portabler Pseudozufallszahlengenerator vorgestellt, der sich speziell für höherdimensionale Ereignisräume eignet. Diese Eignung wird in [L'Ecu88] anhand spezieller Tests bewiesen. Der Zufallszahlengenerator besteht aus zwei kombinierten Generatoren, die nach dem Verfahren der multiplikativen linearen Kongruenz arbeiten. Dieser Generator liefert Zufallszahlen im Intervall  $[0,1]$ , die Periode wird mit etwa  $2,3 \cdot 10^{18}$  Ereignissen angegeben. Hauptvorteil des Generators ist dessen Portabilität durch Verwendung maschinenunabhängiger Berechnungsvorschriften. Dadurch können längere Rechnungen ohne komplizierte Programmänderungen auf leistungsfähigeren Computern durchgeführt werden.

Das Rejektionsverfahren, mit dem die Realisierungen der Energie der Positronen ermittelt werden, benötigt als Eingabeparameter eine Funktion oder Wertetabelle, der die Energieverteilung  $N_E(E)$  der Positronen entnommen werden kann. Für die Ermittlung eines Energiewertes  $E_0$  werden zwei Realisierungen  $a$  und  $b$  der Zufallsgröße ermittelt, deren Wertebereich im Intervall  $[0,1]$  liegt (siehe Abb. 2.9). Die Realisierung  $b$  wird in den erlaubten Energiebereich des Positrons, der durch 0 und die Maximalenergie  $E_M$  gegeben ist, abgebildet und liefert einen Energiewert  $E_0$ . Die Realisierung  $a$  wird mit der Funktion  $f$  in den Wertebereich des Energiespektrums  $N_E(E)$  abgebildet. Liegt der Wert  $f(a)$  unterhalb  $N_E(E_0)$ , so ist  $E_0$  eine gültige Realisierung. Ist  $f(a)$  dagegen größer als  $N_E(E_0)$ , so werden  $a$  und  $b$  verworfen und neue Realisierungen bestimmt. Durch Anwendung dieses Verfahrens wird die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Energie  $E_0$  auf den Wert  $N_E(E_0)$  reduziert, die gültigen Realisierungen von  $E_0$  gehorchen der durch  $N_E(E)$  vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Abbildung 2.9 zeigt dies für den Fall  $f(a)=a$ . Die diskreten Stützwerte des Energiespektrums werden darin nicht gesondert als Meßpunkt hervorgehoben (dies gilt auch für alle folgenden Darstellungen mit vielen Meßpunkten, z.B. Spektren). Durch das Rejektionsverfahren werden alle oberhalb

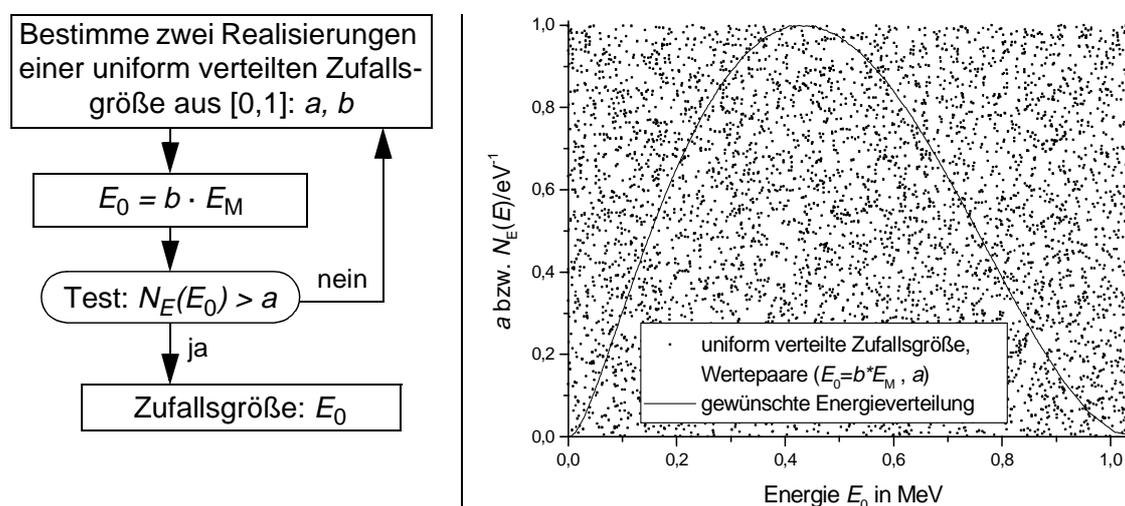


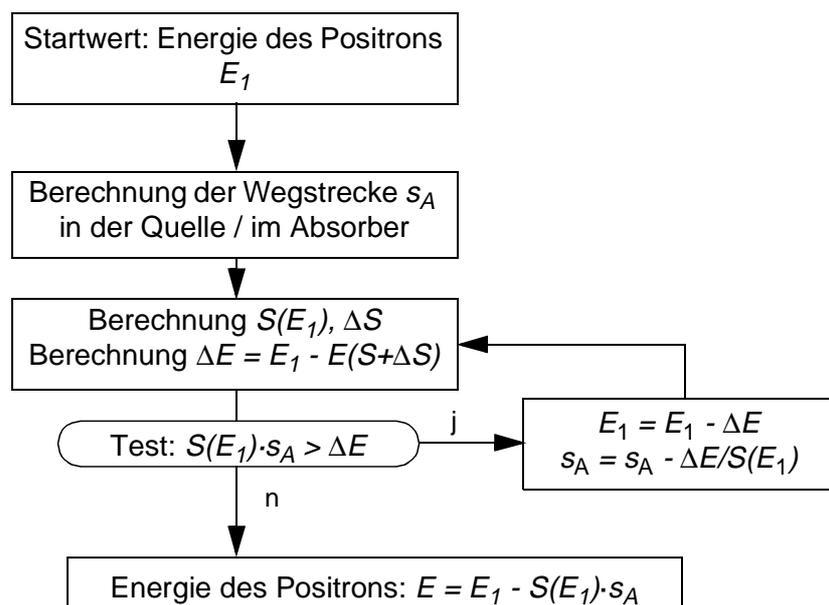
Abbildung 2.9: Arbeitsweise des Rejektionsverfahrens

der durchgezogenen Funktion  $N_E(E)$  liegenden Realisierungen verworfen, dadurch wird für sehr viele Realisierungen die gewünschte Energieverteilung erreicht.

Die Realisierungen des Emissionsortes und der Emissionsrichtung werden auf direktem Wege aus den Stichproben der gleichverteilten Zufallsgröße gewonnen. Zur Bestimmung des Emissionsortes werden drei Realisierungen der Zufallsgröße in einen Ort innerhalb der Positronenquelle umgerechnet. Zur Bestimmung der Emissionsrichtung werden ebenfalls 3 Realisierungen der Zufallsgröße benutzt, aus denen ein normierter Richtungsvektor berechnet wird. Die Benutzung von drei Stichproben, die den Raumrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$  zugeordnet werden, ist von Vorteil, da in diesem Fall gleichverteilte Zufallsgrößen angewandt werden können und keine Berechnungen trigonometrischer Funktionen erforderlich sind. Somit kann Rechenzeit eingespart werden.

### 2.3.3 Berechnung des Energieverlustes in Quelle und Absorber

Nach seiner Emission verliert das Positron auf seiner Bahn in der umgebenden Materie durch Wechselwirkungsprozesse Energie, bis es sich mit den Elektronen dieser Materie im thermischen Gleichgewicht befindet. Der Energieverlust tritt sowohl im Quellenmaterial, im Material eines zwischen Quelle und Medium befindlichen Absorbers als auch im zu untersuchenden Medium auf. Im folgenden wird auf die Berechnung des Energieverlusts in den Materialien eingegangen, dabei seien  $E_Q$  die Energie des Positrons beim Übergang von der Quelle in den Absorber,  $E_A$  die Positronenenergie beim Übergang vom Absorber in das zu untersuchende Medium. Da der mittlere Energieverlust des Teilchens wiederum von der momentanen Energie des Positrons abhängt, wird zur Bestimmung des Energieverlusts in Positronenquelle und eventuell vorhandenem Absorbermaterial eine Unterteilung in kleine Energieverlustschritte vorgenommen. Dabei wird das im folgenden beschriebene Verfahren benutzt:



**Abbildung 2.10: Bestimmung des Energieverlustes im Material von Quelle und Absorber**

Ausgehend von einer Startenergie, die für den ersten Iterationsschritt gleich der Energie bei Emission des Positrons ( $E_0$ ) ist, wird ein Startwert für den mittleren Energieverlust  $S(E_0)$  bestimmt. Aufgrund der Abhängigkeit des Energieverlustes  $S(E)$  von der Energie des Teilchens muß der mittlere Energieverlust nach einer gewissen Energieabgabe erneut bestimmt werden. Dazu wird ermittelt, bei welcher Energie  $E_G$  sich der Energieverlust im Material um einen festgelegten Prozentsatz  $\Delta S/S$ , der dem Programm als Parameter übergeben wird, erhöht hat. Die Wegstrecke  $s_A$ , die bis zum Verlassen des betreffenden Materials insgesamt zurückzulegen ist, kann aus den geometrischen Verhältnissen berechnet werden. Der Energieverlust beim Zurücklegen dieser Strecke beträgt im einfachsten Fall, wenn  $S$  nicht erneut ermittelt werden muß,  $S(E) \cdot s_A$ . Falls jedoch beim Zurücklegen von  $s_A$  die zuvor ermittelte Energie  $E_G$  unterschritten wird, muß die zurückzulegende Strecke in Teilstücke aufgespalten werden. Damit wird sichergestellt, daß die Bremsung der Teilchen im Rahmen des Modells korrekt behandelt wird. Der Algorithmus ist in Abb. 2.10 schematisch dargestellt. Die Neuberechnung von  $E_G$  bzw. weiterer Teilstücke wird abgebrochen, falls die Energie des Teilchens einen Wert von 1 keV unterschreitet. Da das Positron nahezu alle kinetische Energie abgegeben hat, wird von diesem Punkt aus linear approximiert, wie in den Erläuterungen zu Gl. (2.14) angegeben.

### 2.3.4 Berechnung der Reichweite $R_{MC}$ (Endpunkt der Bahn)

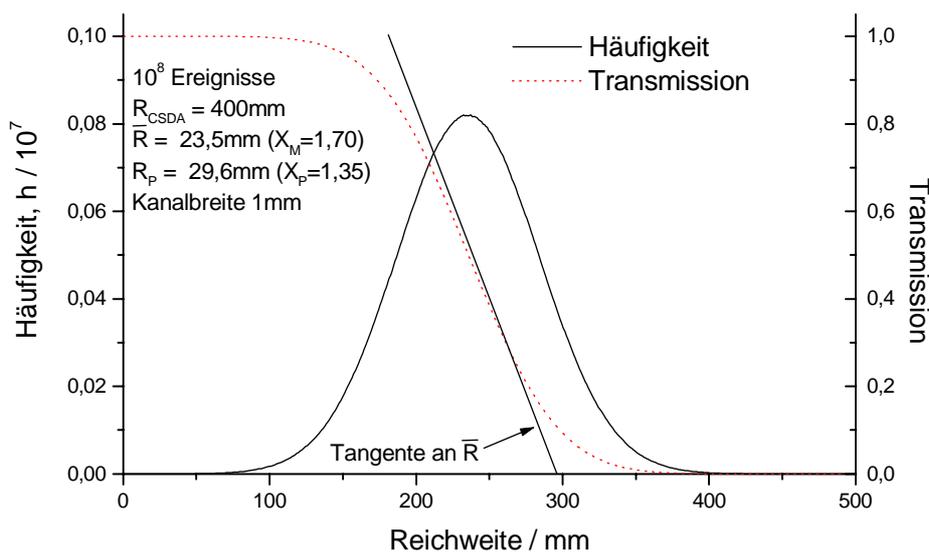
Aus der nach Verlassen von Quelle und Absorber verbleibenden Energie des Positrons wird basierend auf den CSDA-Reichweiten nach [Selt89] der Endpunkt der Bahn berechnet. Durch den statistischen Charakter der Bremsung der Positronen sind die Reichweiten der Teilchen eines monoenergetischen Strahles um einen Mittelwert verteilt. Diese Verteilung bewirkt die von einem Kastenprofil abweichende Form der Transmissionskurve (Abb. 2.3), die für eine gleiche Anfangsenergie aller Teilchen resultieren würde. Die entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Reichweite  $R_{MC}$  ergibt sich aus der Differentiation der Transmissionskurve  $T(x)$ , genauer aus der Differentiation von  $1-T(x)$ . Sie weist große Ähnlichkeit zu einer Gaußverteilung auf und wird deshalb mit deren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$P(R_{MC}) = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \frac{(R_{MC} - \bar{R})^2}{2\sigma_S^2} \quad (2.19)$$

modelliert. Mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion nach Gl. (2.19) ist die Verteilung der einzelnen Reichweiten  $R_{MC}$  um die mittlere Reichweite  $\bar{R}$  symmetrisch, die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Wertes geht mit größerer Abweichung vom Mittelwert  $\bar{R}$  asymptotisch gegen Null. Die Breite  $\sigma_S$  der Verteilung wird entsprechend der Definition der extrapolierten Reichweite aus dem Anstieg der Geraden ermittelt, die von der Transmission 0,5 an der Stelle  $\bar{R}$  zur Abszisse ( $R_P$ ) führt. Dieser Anstieg bestimmt den Maximalwert der Funktion in Gl. (2.19). Da der Exponentialterm bei  $\bar{R}$  den Wert 1 annimmt, wird nach Einsetzen der Definitionsgleichungen der Umwegfaktoren für die Breite  $\sigma_S$  der Verteilung der Wert

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left( \frac{1}{X_P} - \frac{1}{X_M} \right) \cdot R_{MC} \quad (2.20)$$

erhalten. Für die Berechnung der mittleren und der extrapolierten Reichweite aus der CSDA-Reichweite ist die Kenntnis der Umwegfaktoren  $X_P$  und  $X_M$  von großer Bedeutung. Für die Berechnungen mit dem Simulationsprogramm wurde dazu auf die von Thümmel angegebenen Umwegfaktoren für Polystyren zurückgegriffen (Abbildung 2.5 auf Seite 18, [Thüm74]). Die geringe Energieabhängigkeit der Umwegfaktoren wurde nicht berücksichtigt. Stattdessen wird bei den im folgenden Text vorgestellten Rechnungen für Polystyrenschaum im gesamten Energiebereich mit  $X_P = 1,35$  und  $X_M = 1,70$  gerechnet, da Energien unter 1 MeV dominieren.



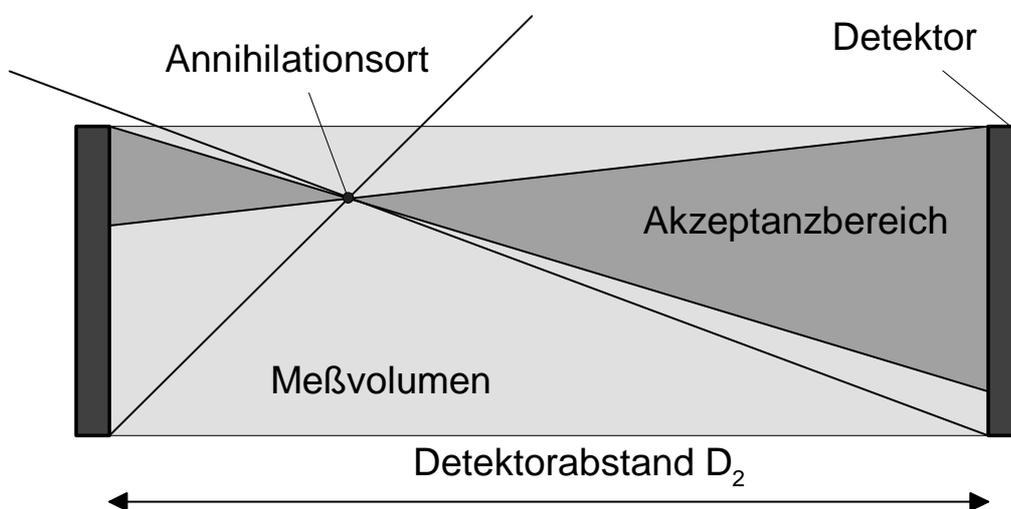
**Abbildung 2.11: Simulation der Reichweiteverteilung monoenergetischer Elektronen. Verteilung der Reichweite und resultierende Transmissionskurve**

Zur Berechnung der gaußverteilten Zufallsgröße im Simulationsprogramm wird die in [Pres92] beschriebene Methode auf Basis der BOX-MULLER-Transformation verwendet. Eine mit dieser Methode für monoenergetische Elektronen berechnete Reichweiteverteilung ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Negative Reichweiten kommen als Folge der Symmetrie der Verteilung mit einer nur sehr geringen Wahrscheinlichkeit vor, diese Werte werden verworfen.

### 2.3.5 Ortsabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit der Annihilationsquanten

Das Simulationsprogramm geht von stark idealisierten Detektoren aus: Die Effektivität des Detektors beträgt 1. Dann werden alle Photonen, die durch die aktive Fläche eines Detektors treten, von diesem Detektor registriert. Jedoch hängt die Wahrscheinlichkeit, daß eine Annihilation im Nachweisvolumen zweier Detektoren tatsächlich registriert wird, vom genauen Ort der Annihilation ab. Für einen Nachweis müssen beide emittierten Photonen auf je einen der beiden Detektoren treffen. Die Lage des Annihilationsortes bestimmt daher den Raumwinkelbereich, in den die Photonen emittiert werden müssen, um diese Bedingung zu erfüllen. Dieser Raumwinkelbereich gibt, bezogen auf den insgesamt möglichen Raumwinkel, die geometrische Effizienz (Akzeptanz) des Detektorsystems an.

Ausgehend von den Koordinaten des Annihilationsortes und denen der Ecken der Detektorflächen wird zunächst der Akzeptanzbereich ermittelt. Das ist derjenige Raumwinkelbereich, in dem eine durch den Annihilationsort gehende Gerade die Flächen beider Detektoren schneidet, siehe Abbildung 2.12. Dazu wird in Abb. 2.12 die durch den Annihilationsort verlaufende Projektion der Fläche des linken Detektors auf den rechten Detektor ermittelt. Die zum Nachweis nutzbare Fläche des rechten Detektors entspricht der Schnittfläche des rechten Detektors mit der Projektionsfläche des linken Detektors (in der Ebene des rechten Detektors, bei Projektion durch den Annihilationsort). Im Simulationsprogramm erfolgt diese Auswertung auch in der dritten Raumrichtung. Für die bei der Bildung der Schnittfläche entstehende Akzeptanzpyramide, die durch den Annihilationsort und die Schnittfläche aufgespannt wird, wird der entsprechende Raumwinkelbereich nach Projektion der Schnittfläche auf die Einheitskugel anhand der dort geltenden Winkelbeziehungen ermittelt [Bron89]. Das Verhältnis dieses Raumwinkelbereiches zum Raumwinkel einer Halbkugel ( $2\pi$ ) ergibt die geometrische Effizienz des Nachweises der Annihilation durch das betrachtete Detektorpaar.



**Abbildung 2.12: Geometrische Bestimmung des Akzeptanzbereiches eines Detektorpaares: Der Annihilationsort liegt innerhalb des durch zwei gegenüberliegende Detektoroberflächen aufgespannten Akzeptanzquaders. Der für den Nachweis nutzbare Akzeptanzbereich ergibt sich als Schnittmenge der von beiden Detektoren überdeckten Raumwinkelbereiche. (Seitenansicht, Blick von der Positronenquelle in positiver  $x$ -Richtung, siehe Abb. 2.7)**

Die auf diese Weise für die Annihilationen ermittelten Nachweiswahrscheinlichkeiten werden für jede Annihilation im registrierenden Detektionskanal aufsummiert. Durch die Summation der Nachweiswahrscheinlichkeit der einzelnen Annihilationen anstelle einer Inkrementierung eines Zählers werden die Beiträge der Annihilationsereignisse in Abhängigkeit vom Abstand von der Symmetrieachse der Anordnung gewichtet, der Erwartungswert der Zahl registrierter Ereignisse wird gebildet. Dadurch wird eine realistische Vorhersage der Abnahme der Zählraten der Annihilationen mit zunehmendem Abstand der Detektoren von der Positronenquelle ermöglicht.

## 2.4 Ergebnisse der Simulation für verschiedene Konfigurationen

### 2.4.1 Energieverteilungen verschiedener Positronenemitter

Zu Beginn der theoretischen und experimentellen Untersuchungen wurde recherchiert, welche Positronenemitter für die Realisierung der Dichtemessung mit Positronenstrahlung nutzbar sind. Dabei wurden praktische Überlegungen zum Einsatz der Positronenemitter bereits einbezogen. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abschnitt 3.1.3, „Auswahl und Herstellung des Positronenemitters,“ auf Seite 58 dargestellt. An dieser Stelle macht sich ein Vorgriff auf das genannte Kapitel erforderlich, da das Energiespektrum entscheidenden Einfluß auf die Reichweite der Positronen und somit auch das Ergebnis der Rechnung hat. Dabei ist die  $\beta$ -Maximalenergie  $E_M$  ein Parameter, der die Energieverteilung der Positronen gut charakterisiert. Für den Fall einer Kombination verschiedener Maximalenergien ist es jedoch erforderlich, das resultierende Energiespektrum zu berechnen. Diese Berechnung erfolgt nach der in Gl.(2.9) angegebenen Beziehung. Im folgenden Text wird exemplarisch auf die Energieverteilung von 3 Positronenquellen eingegangen, die durch

1. Aktivierung einer Scandiumfolie mit Protonen
2. Aktivierung von Zink mit Protonen (Zink in natürlicher Zusammensetzung oder als  $^{68}\text{Zn}$ )
3. Aktivierung einer Kupferfolie mit Alphateilchen

hergestellt werden können.

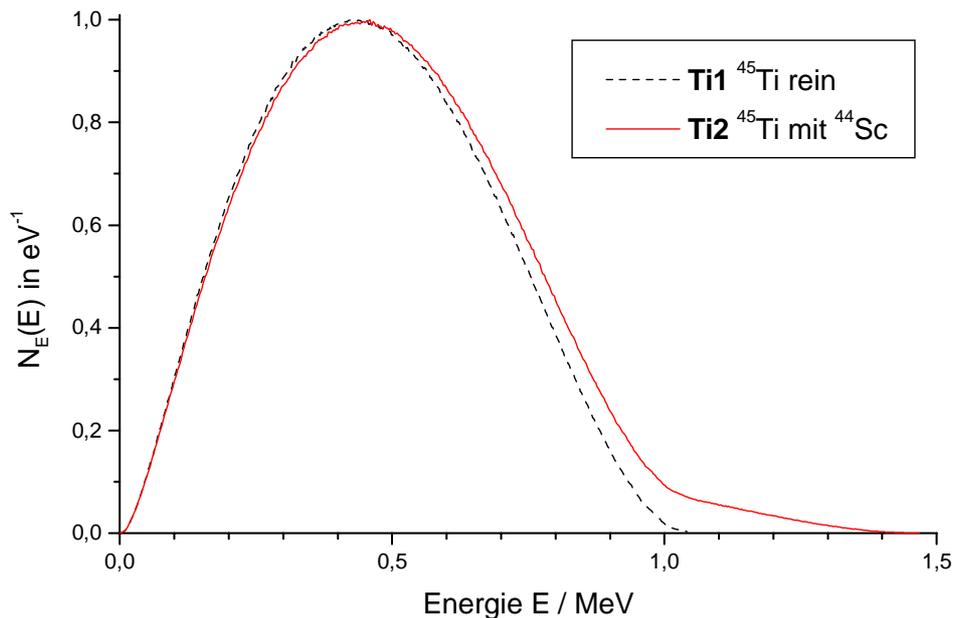
Die Aktivierung der Scandiumfolie zielt auf die Herstellung des Nuklids  $^{45}\text{Ti}$ , die anderen Verfahren auf die Herstellung von  $^{68}\text{Ga}$ . Beide Nuklide zerfallen mit einer sehr hohen Positronenausbeute, die Maximalenergie der Positronen liegt oberhalb 1 MeV.

Scandium ist ein kommerziell erhältliches Seltenerdmetall, das in der Natur nur in Form des Isotops  $^{45}\text{Sc}$  vorkommt. Bei der Aktivierung einer sehr reinen Scandiumfolie kann deshalb aus energetischen Gründen neben der beabsichtigten Reaktion  $^{45}\text{Sc}(p,n)^{45}\text{Ti}$  nur noch die Reaktion  $^{45}\text{Sc}(p,pn)^{44}\text{Sc}$  ablaufen.  $^{44}\text{Sc}$  ist ebenfalls ein Positronenemitter. Für die Berechnung des Energiespektrums der aus einem derartigen Nuklidgemisch emittierten Positronen ergeben sich die Parameter nach Tabelle 2.2, die für einen Zeitpunkt von  $t_{\text{Ar}} = 2$  Stunden nach Ende der Aktivierung berechnet wurden.

**Tabelle 2.2 Anteile der Nuklide am Energiespektrum (nach Gl.(2.9)) für eine mit Protonen der Energie  $E_p = 13\text{MeV}$  aktivierte Scandiumfolie (Ti2),  $t_{\text{Ar}} = 2\text{h}$**   
 $A_{r,i}$  - relative Aktivität des Nuklids,  $\beta_i$  - Positronenausbeute pro Zerfall,  $h_{i,j}$  - Anteil der Maximalenergie  $E_{M,i,j}$  am Spektrum des Nuklids  $i$ ,  $T_{1/2}$  - Halbwertszeit

i	Nuklid	$A_{r,i} / \%$	$\beta_i$	$h_{i,j}$	$E_{M,i,j} / \text{MeV}$	$T_{1/2,i} / \text{s}$
1	$^{45}\text{Ti}$	86	0,86	1	1,044	11088
2	$^{44}\text{Sc}$	14	0,96	1	1,471	14137

Durch unterschiedliche Halbwertszeiten der Nuklide sind die relativen Aktivitäten  $A_{r,i}$  jedoch zeitlich nicht konstant. Zur Berechnung der Aktivitäten wird auf Anhang E verwiesen, die Herstellungsmöglichkeiten von Positronenquellen werden in Abschnitt 3.1.3 ab Seite 58 diskutiert. Durch die Absenkung der Energie der Protonen unter die Schwellenenergie der (p,pn)-Reaktion kann die Erzeugung von  $^{44}\text{Sc}$  unterbunden werden. Die Energiespektren für beide Positronenemitter sind in Abb. 2.13 dargestellt. Der nur  $^{45}\text{Ti}$  enthaltende Positronenemitter wird im folgenden Text mit **Ti1** bezeichnet, die Mischung aus  $^{45}\text{Ti}$  und  $^{44}\text{Sc}$  mit **Ti2**.



**Abbildung 2.13: Berechnetes Energiespektrum der  $^{45}\text{Ti}$ -Positronenquelle, für Protonenenergien  $E_p = 13\text{MeV}$  und  $E_p = 11,5\text{MeV}$  ( $^{45}\text{Ti}$  rein)**

Die zu Beginn des Abschnittes genannten Aktivierungsmöglichkeiten 2) und 3) dienen der Herstellung von Positronenemittern mit dem Nuklid  $^{68}\text{Ga}$ . Bei Aktivierung einer Metallfolie aus isotopenreinem  $^{68}\text{Zn}$  (**Ga1**) wird nur die Reaktion  $^{68}\text{Zn}(p,n)^{68}\text{Ga}$  genutzt, weitere Reaktionen sind nicht möglich. Jedoch ist die Beschaffung des isotopenreinen Ausgangsmaterials mit erheblichen Kosten verbunden. Eine kostengünstigere Alternative stellen daher die folgenden Aktivierungsvarianten dar: Durch Aktivierung natürlich vorkommenden Zinks mit Protonen entsteht aus den verschiedenen Zn-Isotopen eine größere Anzahl  $\beta$ -instabiler Nuklide verschiedener Halbwertszeiten (**Ga2**). Davon zerfallen einige ohne Emission von Positronen, jedoch unter Emission von  $\gamma$ -Strahlung. Große Bedeutung für das Energiespektrum erlangen nur die Produkte der Kernumwandlungen  $^{64}\text{Zn}(p,n)^{64}\text{Ga}$ ,  $^{64}\text{Zn}(p,\alpha)^{61}\text{Cu}$  und  $^{66}\text{Zn}(p,n)^{66}\text{Ga}$ . Das Nuklid  $^{64}\text{Ga}$  kann aufgrund seiner kurzen Halbwertszeit von 159s durch Abwarten einer Abklingzeit aus dem Positronenemitter eliminiert werden. Für die Berechnung des Energiespektrums ergeben sich die Parameter nach Tabelle 2.3, wiederum für einen Zeitpunkt  $t_{Ar} = 2$  Stunden nach Ende der Aktivierung berechnet. Die Protonenenergie beträgt auch hier  $E_p = 13\text{MeV}$ .

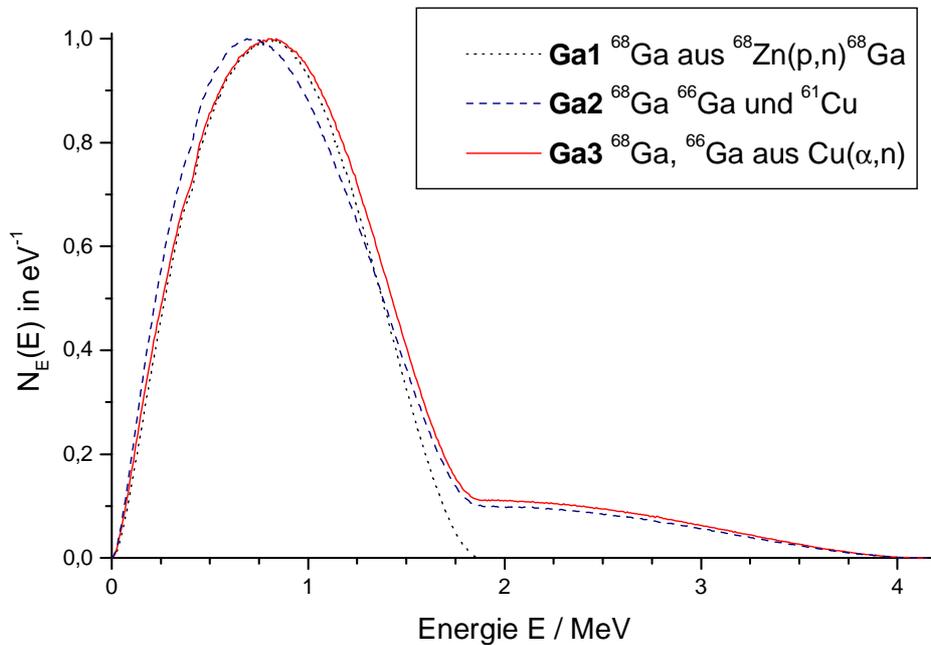
Eine dritte Möglichkeit zu Erzeugung des Emitters  $^{68}\text{Ga}$  ist die Aktivierung eines Kupfertargets mit Alpha-Teilchen (**Ga3**). Natürlich vorkommendes Kupfer besteht nur aus 2 Isotopen. Bei  $\alpha$ -Beschuss mit Alphateilchen moderater Energien (10-15 MeV) überwiegen ( $\alpha, n$ )-Reaktionen, die zur Erzeugung der angegebenen Ga-Nuklide führen. Die Berechnung der Aktivität der beiden Galliumisotope wurde für eine Energie des Alphateilchens  $E_\alpha = 15\text{MeV}$  vorgenommen, auch hier schließt sich eine Abklingzeit von  $t_{Ar} = 2$  Stunden nach der Aktivierung an.

**Tabelle 2.3 Beiträge zum Spektrum Ga-basierender Positronenemitter, für die 3 Herstellungsverfahren  $^{68}\text{Zn}+p$  (Ga1),  $\text{Zn}+p$  (Ga2) und  $\text{Cu}+\alpha$  (Ga3),  $t_{Ar} = 2\text{h}$**   
 $A_{r,i}$  - relative Aktivität des Nuklids,  $\beta_i$  - Positronenausbeute pro Zerfall,  $h_{i,j}$  - Anteil der Maximalenergie  $E_{M,i,j}$  am Spektrum des Nuklids  $i$ ,  $T_{1/2}$  - Halbwertszeit

Kürzel	Nuklid	$A_{r,i} / \%$	$T_{1/2,i} / \text{s}$	$\beta_i$	$h_{i,j}$	$E_{M,i,j} / \text{MeV}$
<b>Ga1</b>	$^{68}\text{Ga}$	100	4098	0,90	0,98	1,88
					0,02	0,77
<b>Ga2</b>	$^{66}\text{Ga}$	28	34020	0,56	0,90	4,15
					0,01	1,84
					0,05	0,93
					0,02	0,74
					0,02	0,36
	$^{68}\text{Ga}$	61,5	4098	0,90	0,98	1,88
					0,02	0,77
	$^{61}\text{Cu}$	10,5	12268	0,61	0,84	1,22
					0,03	1,15
					0,08	0,94
0,05					0,56	
<b>Ga3</b>	$^{66}\text{Ga}$	38,5	34020	0,56	0,90	4,15
					0,01	1,84
					0,05	0,93
					0,02	0,74
					0,02	0,36
	$^{68}\text{Ga}$	61,5	4098	0,90	0,98	1,88
					0,02	0,77

Die Abbildung 2.14 zeigt eine Übersicht der Energieverteilungen für die drei soeben diskutierten Herstellungsverfahren für Positronenemitter mit dem Nuklid  $^{68}\text{Ga}$ . Auffällig ist hier vor allem die bei hohen Energien nur langsam auslaufende Verteilung für die Emitter **Ga2** und **Ga3**, die durch den geringen Beitrag des Isotops  $^{66}\text{Ga}$  zur Emission hervorgerufen wird. Durch die niedrigere Maximalenergie der Positronen aus dem Zerfall von  $^{61}\text{Cu}$  ist das Maximum der Verteilung **Ga2** etwas zu niedrigeren Energien hin verschoben. Sofern Bedarf nach einem Positronenemitter mit einer besonders hohen Maximalenergie besteht, könnte dieser auf dem

für die Aktivierung von **Ga3** skizzierten Wege hergestellt werden, indem das Abklingen der  $^{68}\text{Ga}$ -Aktivität abgewartet wird.



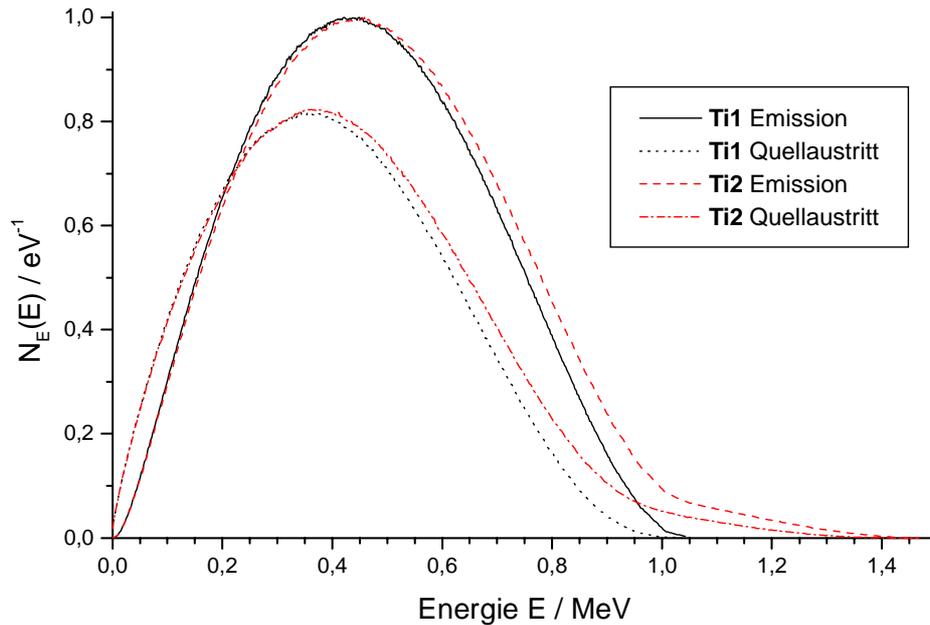
**Abbildung 2.14: Berechnetes Energiespektrum verschiedener Positronenemitter mit  $^{68}\text{Ga}$  als hauptsächlich beitragendem Nuklid**

#### 2.4.2 Energieverlust in der Positronenquelle

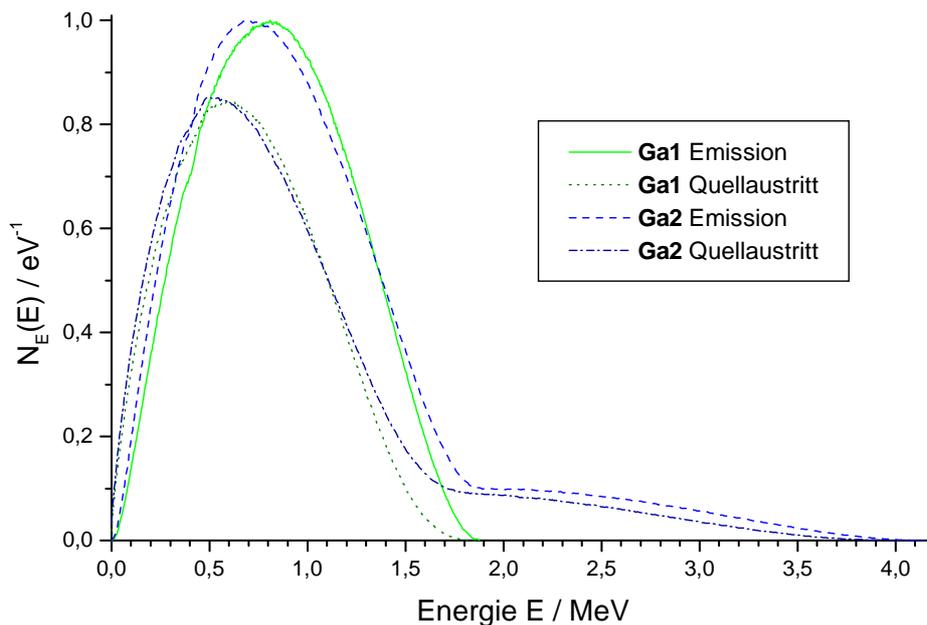
Der Energieverlust der Positronen in der Positronenquelle ist abhängig von der Energie des Positrons. Im Modell einer geradlinigen Ausbreitung, das im beschriebenen Simulationsprogramm angewandt wird (siehe Abschnitt 2.3), wird dieser Energieverlust durch die Integration des Massenbremsvermögens entlang der im Material zurückzulegenden Strecke bestimmt. Durch den Einsatz metallischer Materialien als Substrat, in dem sich die Positronenemitter durch Aktivierung befinden, ist der Energieverlust pro Wegstrecke wesentlich höher als im eigentlich zu untersuchenden Medium. Somit muß durch eine entsprechend dünne Auslegung des Quellenmaterials für einen möglichst geringen Energieverlust gesorgt werden. Da die Emission im gesamten Quellenvolumen homogen verteilt erfolgt, wirkt sich dieser Energieverlust auf die einzelnen Positronen unterschiedlich stark aus. Dadurch ergibt sich die Konsequenz, daß die Form des Spektrums verändert wird: Die Lage des Häufigkeitsmaximums wird zu niedrigeren Energien verschoben. Die damit einhergehende Verbreiterung der Häufigkeitsverteilung ist zum einen auf die unterschiedlichen Emissionstiefen bzw. Wegstrecken der Positronen zurückzuführen, zum anderen aber auch auf die Zunahme des Energieverlustes mit abnehmender Energie. Dabei bleibt jedoch annähernd die gesamte Breite der Energieverteilung der Positronen erhalten, da einige der Positronen in Nähe der Quellenoberfläche emittiert werden.

Die Veränderungen im Energiespektrum der Positronen sind für die im vorhergehenden Abschnitt diskutierten Positronenemitter in Abbildung 2.15 (Titan) und Abbildung 2.16 (Galium) dargestellt, jeweils bei gleicher Dicke der Quelle von 0,25 mm. Die Kombination **Ga3**

wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit dargestellt, sie entspricht für Energien bis 0,75 MeV der Kurve **Ga1**, bei höheren Energien der Kurve **Ga2**. Das Energiespektrum der austretenden Positronen wird vom Simulationsprogramm nur für diejenigen Positronen erstellt,



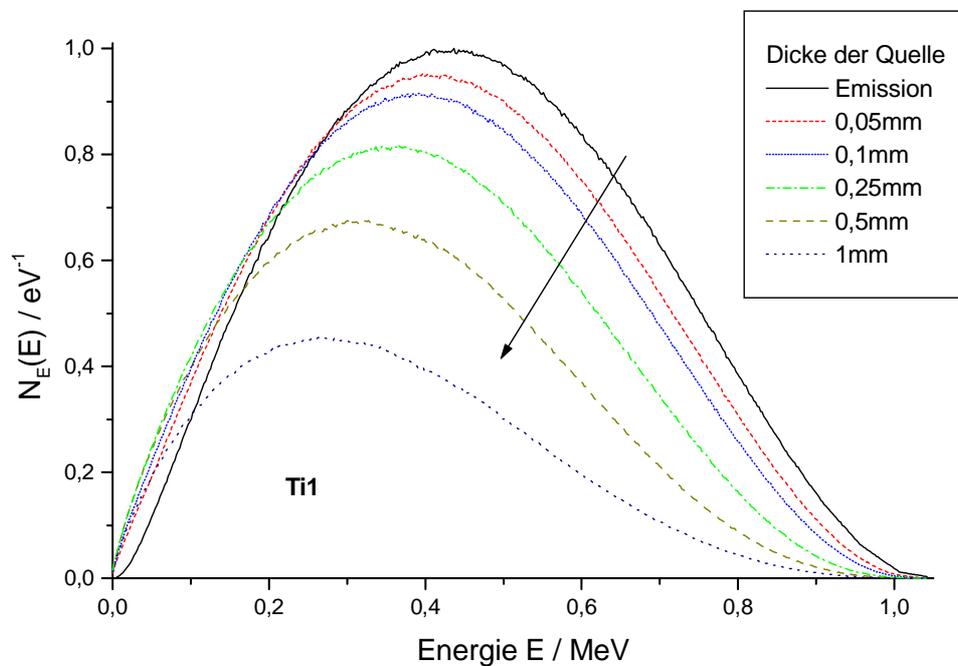
**Abbildung 2.15: Energieverteilung der Positronen bei Emission und nach Verlassen des Quellenmaterials für Titan-Positronenemitter, Dicke des Materials 0,25mm**



**Abbildung 2.16: Energieverteilung der Positronen bei Emission und nach Verlassen des Quellenmaterials für Gallium-Positronenemitter, Dicke des Materials 0,25mm**

die aus dem Quellenmaterial in Richtung der Detektoren austreten können. Die Normierung der Energieverteilungen erfolgte so, daß das Maximum der Emissionsverteilungen den Wert 1 annimmt. Die dabei gewonnene Normierungskonstante wird für die Darstellung der Austrittsverteilung beibehalten. Daher wird für die Verteilungen beim Austritt aus dem Quellenmaterial der Maximalwert 1 nicht mehr erreicht: Verschiedene Emissionstiefen der Positronen verschmieren die Verteilung, im Quellenmaterial gestoppte Teilchen führen zu einer Reduzierung der Positronenzahl.

Die zunehmende Wirkung der beschriebenen Effekte mit wachsender Dicke des Quellenmaterials wird in der Abbildung 2.17 dargestellt. Die Rechnung wurde hier für die Quelle **Ti1** durchgeführt, der in der Grafik eingezeichnete Pfeil weist in Richtung zunehmender Dicke der Positronenquelle.



**Abbildung 2.17: Veränderungen des Energiespektrums der aus der Quelle austretenden Positronen in Abhängigkeit von der Dicke der Quelle, Ti1**

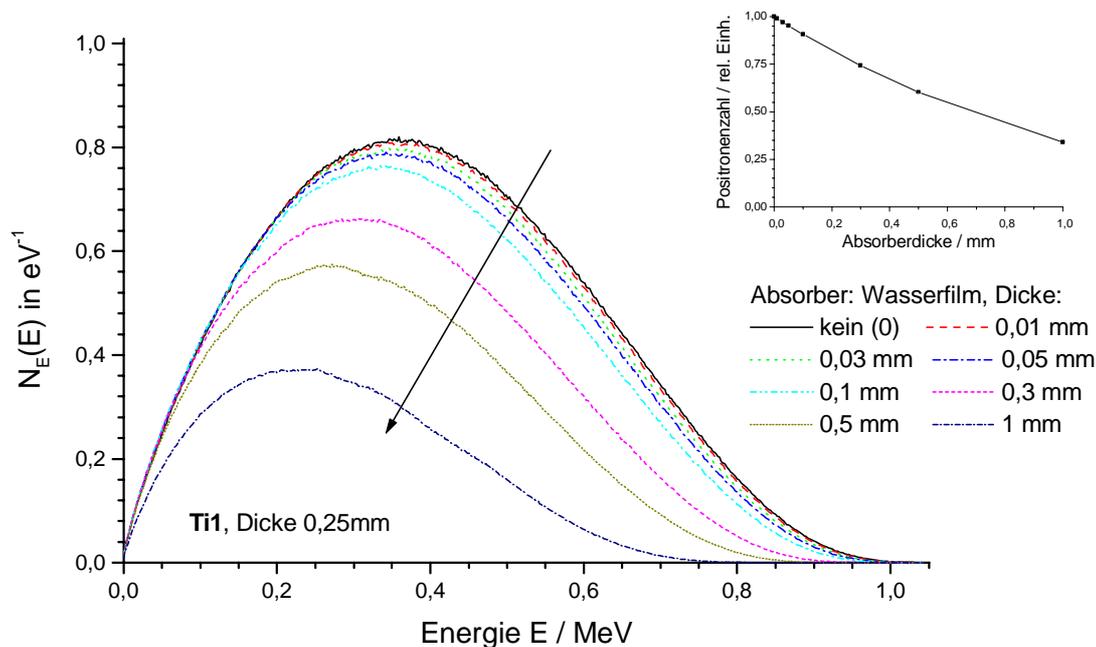
Der Energieverlust in den einzelnen Medien (Positronenquelle, Absorber und zu untersuchendes Medium) hängt nach Abschnitt 2.2.4 vom Verhältnis  $Z/A$ , der Dichte  $\rho$  und dem mittleren Ionisationspotential  $I$  des Materials ab. Diese Größen sind für ausgewählte Materialien in Tabelle 2.4 zusammengestellt.

**Tabelle 2.4 Übersicht über wesentliche Kenngrößen ausgewählter Materialien, die zur Berechnung von Energieverlust und CSDA-Reichweite mit [Selt89] benutzt wurden**

Material	Z/A	$\rho / \text{g/cm}^3$	I / eV
Stickstoff, 20°C, Normaldruck	0,499	$1,25 \cdot 10^{-3}$	82,0
Methan, 20°C, 2MPa	0,623	$14,8 \cdot 10^{-3}$	41,7
Polystyrenschaum, 20kg/m <sup>3</sup>	0,623	$20 \cdot 10^{-3}$	68,7
Wasser, 20°C, Normaldruck	0,555	0,997	75,3
Scandium	0,467	2,99	216,0
Zink	0,459	7,13	330
Kupfer	0,456	8,92	322

### 2.4.3 Energieverlust in zusätzlichen Absorbern zwischen Positronenquelle und Meßmedium

Werden zwischen Positronenquelle und zu untersuchendem Medium zusätzliche Absorber eingefügt, so führen diese zu analogen Effekten wie der Energieverlust in der Positronenquelle: Es kommt zu einer weiteren Verschiebung des Positronenspektrums in Richtung kleinerer Ener-



**Abbildung 2.18: Veränderung des Energiespektrums bei Anwesenheit einer Wasserschicht (20°C, Normaldruck) als Absorber auf der Positronenquelle (Ti1) und deren Auswirkung auf die Zahl der in das zu untersuchende Medium emittierten Positronen. Die Dicke der Schicht nimmt in Pfeilrichtung zu.**

giewerte; die absolute Zahl der zur Verfügung stehenden Positronen sinkt. Der Energieverlust im Absorbermaterial wird analog zum Energieverlust in der Positronenquelle berechnet. Im

Gegensatz zum Energieverlust in der Quelle sind hier alle Positronen gleichermaßen betroffen, da alle Teilchen die gesamte Dicke des Absorbers passieren müssen.

Dadurch tritt neben der Verschiebung des Energiespektrums zu niedrigen Energien hin auch eine Abnahme der maximal möglichen Energie der Positronen nach dem Absorber auf. Das Verhalten der Energieverteilung der Positronen nach Passage eines Wasserfilmes variabler Dicke ist in Abbildung 2.18 dargestellt. Die Rechnung erfolgte für Wasser bei 20°C und Normaldruck. Ausgangspunkt ist die Energieverteilung von Positronen aus einer 0,25mm dicken **Ti1**-Quelle (siehe Abb. 2.17). Die in Abbildung 2.17 vorgenommene Normierung des Maximums der Emissionsverteilung auf 1 wird auch für Abb. 2.18 beibehalten. Die abnehmende Zahl der in das zu untersuchende Medium emittierten Positronen, relativ zur Zahl der Positronen ohne Absorberschicht, wird in einer weiteren Darstellung in Abbildung 2.18 gezeigt. Bei einer Filmdicke von 1 mm nimmt der Anteil der Positronen, die den Absorber überwinden können, auf 34% ab. Trotz der Verschiebung der Energieverteilung zu niedrigeren Energiewerten hin bleibt durch die Zunahme des Energieverlustes mit abnehmender Positronenenergie die Glockenform der Energieverteilung auch für größere Absorberdicken erhalten.

Die Abbildung 2.18 zeigt, daß bis hin zu einer Dicke des Wasserfilmes von etwa 0,05 mm keine wesentliche Veränderung der Energieverteilung erfolgt. Wird eine Dicke des Wasserfilmes von 0,1 mm überschritten, so bewirkt der Energieverlust allerdings eine deutliche Veränderung des Energiespektrums.

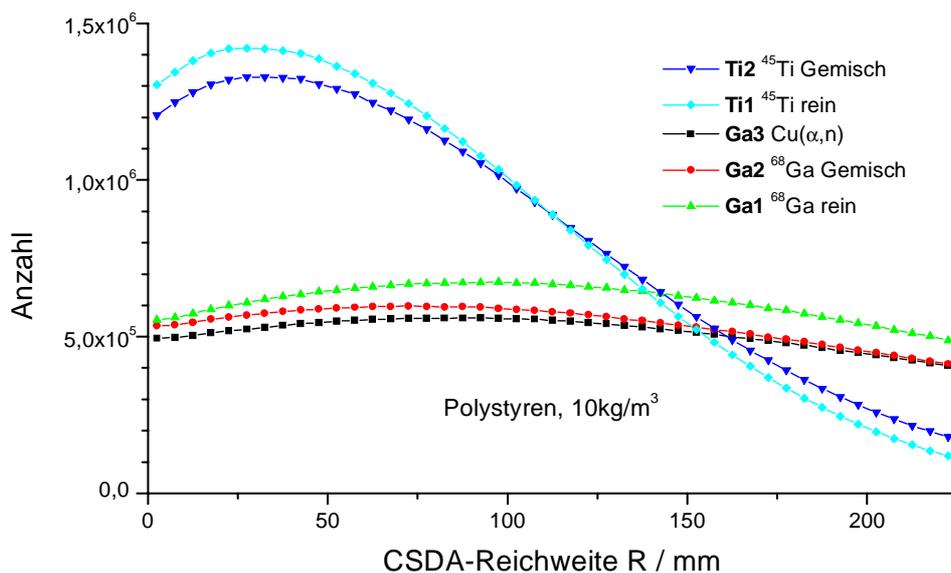
#### 2.4.4 Verteilung der CSDA-Reichweiten

Die verbleibende Energie des Positrons nach der Passage durch Quellenmaterial und Absorber wird in dem im Simulationsprogramm verwendeten Modell direkt in die CSDA-Reichweite des Teilchens umgerechnet. Die Bestimmung der Reichweite erfolgt anhand eines für das Modellmedium mit [Selt89] erstellten Datensatzes, der die CSDA-Reichweite für unterschiedliche Energiewerte enthält. Für jede Dekade der Energie sind jeweils 6 Stützstellen im Datensatz enthalten. Zwischenwerte werden vom Simulationsprogramm logarithmisch interpoliert. Die Verteilungen der CSDA-Reichweite sind in Abbildung 2.19 und Abbildung 2.20 dargestellt. Dazu wurden die Reichweiten von jeweils  $10^8$  Positronen ermittelt, die aus einer 0,25 mm dicken Positronenquelle emittiert werden. Die Rechnung wurde für die bisher diskutierten Positronenemitter durchgeführt. Der Durchmesser  $d_S$  des aktivierten Gebietes der Quelle beträgt 12 mm, es ist kein zusätzlicher Absorber vorhanden. Das zu untersuchende Medium, in das die Positronen emittiert werden, besteht aus Polystyrenschaum der Dichten  $10\text{kg/m}^3$  bzw.  $40\text{kg/m}^3$ .

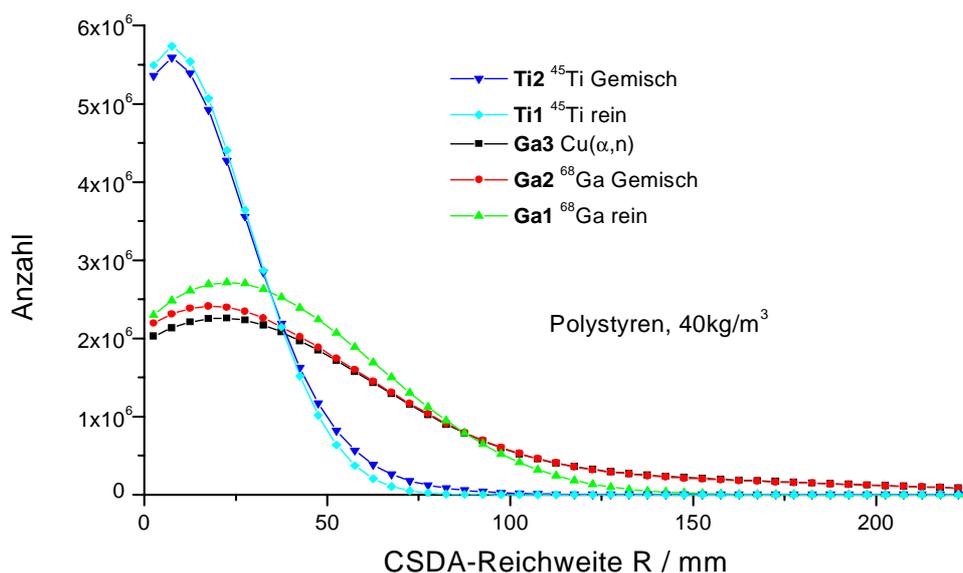
Durch die größere Maximalenergie der Positronen aus dem Zerfall der Gallium-Nuklide können die aus diesen Quellen emittierten Positronen größere Wege bis zur Annihilation zurücklegen. Die relativ hohe Zahl der Positronen mit nur sehr geringen CSDA-Reichweiten resultiert aus der Emission über die gesamte Dicke der Quelle, die zu der bereits diskutierten Verschiebung des Energiespektrums der austretenden Positronen führt.

Wie erwartet werden kann, ist bei denjenigen Positronenemittern, die durch eine höhere Maximalenergie  $E_M$  Positronen in einem ausgedehnteren Energiebereich emittieren, auch eine grö-

ßere Breite der CSDA-Reichweiteverteilung zu beobachten. Dies wird besonders am Beispiel der beiden möglichen Realisierungen einer  $^{45}\text{Ti}$ -Quelle deutlich. Die zusätzliche Anwesenheit der vom  $^{44}\text{Sc}$  herrührenden Positronen in der Quelle **Ti2** führt zu einer deutlich sichtbaren Verbreiterung der Reichweiteverteilung, die bei gleicher Positronenzahl auch ein niedrigeres Maximum der Verteilung nach sich zieht.



**Abbildung 2.19:** Häufigkeitsverteilung der CSDA-Reichweite für verschiedene Positronenemitter in Polystyrenschaum ( $10\text{kg/m}^3$ ), für  $10^8$  Positronen und eine Dicke der Quelle von  $0,25\text{mm}$ , Breite des Reichweiteintervalls  $5\text{mm}$



**Abbildung 2.20:** Häufigkeitsverteilung der CSDA-Reichweite für verschiedene Positronenemitter in Polystyrenschaum ( $40\text{kg/m}^3$ ), für  $10^8$  Positronen und eine Dicke der Quelle von  $0,25\text{mm}$ , Breite des Reichweiteintervalls  $5\text{mm}$

Ein analoges Verhalten ist auch bei den Realisierungen der Positronenquellen mit  $^{68}\text{Ga}$  zu beobachten: Von den Gallium-Quellen wird die geringste Breite der Verteilung im Falle des reinen  $^{68}\text{Ga}$  (**Ga1**) und für **Ga3** die maximale Breite erreicht. Die Kurve für **Ga2** ist gegenüber **Ga1** ebenfalls verbreitert, wegen des Beitrages der Positronen aus dem Zerfall von  $^{61}\text{Cu}$  ist das Maximum dieser Kurve darüber hinaus geringfügig nach links verschoben.

Bedingt durch die Asymmetrie der Energieverteilung der Positronen ist die CSDA-Reichweiteverteilung ebenfalls unsymmetrisch. Diese Asymmetrie wird durch die Zunahme des Energieverlustes pro Wegstrecke mit Abnahme der Positronenenergien noch verstärkt. Die Verteilung weist daher ein Maximum relativ nahe der Positronenquelle und eine relativ langsam zu größeren Reichweiten hin auslaufende Verteilung auf. Wie die Abbildungen 2.19 und 2.20 zeigen, hängt die Form der Reichweitenverteilung stark von der Dichte des untersuchten Mediums ab. Mit zunehmender Dichte des Mediums wird die Lage des Maximums der Reichweiteverteilung ebenso wie die maximale Reichweite zu kleineren Entfernungen von der Quelle hin verschoben. So befinden sich die Maxima der Verteilungen der Gallium-Quellen für eine Dichte des Polymerschaumes von  $10\text{kg/m}^3$  am rechten Rand von Abbildung 2.19 (etwa bei 20cm), für eine Dichte von  $40\text{kg/m}^3$  sind die Maxima nur noch etwa 5cm von der Quelle entfernt (Abb. 2.20). Die Bestimmung der Dichte des untersuchten Mediums aus der Reichweiteverteilung der Positronen erscheint dadurch durchaus realisierbar. In einem nächsten Schritt muß nun betrachtet werden, welche Ereigniszahlen von einem im Koinzidenzmodus betriebenen Detektorsystem zu erwarten sind.

#### 2.4.5 Berechnung zu erwartender Ereigniszahlen der Detektoren

Im Abschnitt 2.3.5 wurde dargestellt, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit zweier in Koinzidenz betriebener Detektoren vom genauen Ort der Annihilation abhängt. Es wurde skizziert, wie die Wahrscheinlichkeit des Nachweises berechnet werden kann. Wird diese Wahrscheinlichkeit für viele Ereignisse aufsummiert, so erhält man einen Anhaltspunkt für die experimentell mit diesen Detektoren bestimmbare Ereigniszahl, wenn eine vorgegebene Zahl von Positronen emittiert wird. Der Abstand der Detektoren und die zur Verfügung stehende empfindliche Fläche der Detektoren sind Haupteinflußgrößen der Nachweiswahrscheinlichkeit.

Die erwartete Ereigniszahl der Detektoren wurde mit diesem Verfahren für zwei Geometrievarianten des Detektorsystems ermittelt. Deren Parameter werden in Tabelle 2.5 genannt. Der Positronenemitter besteht in allen Rechnungen aus einer Metallfolie der bisher diskutierten aktivierten Materialien. Für die folgenden Betrachtungen beträgt die Foliendicke  $d = 0,25\text{mm}$ .

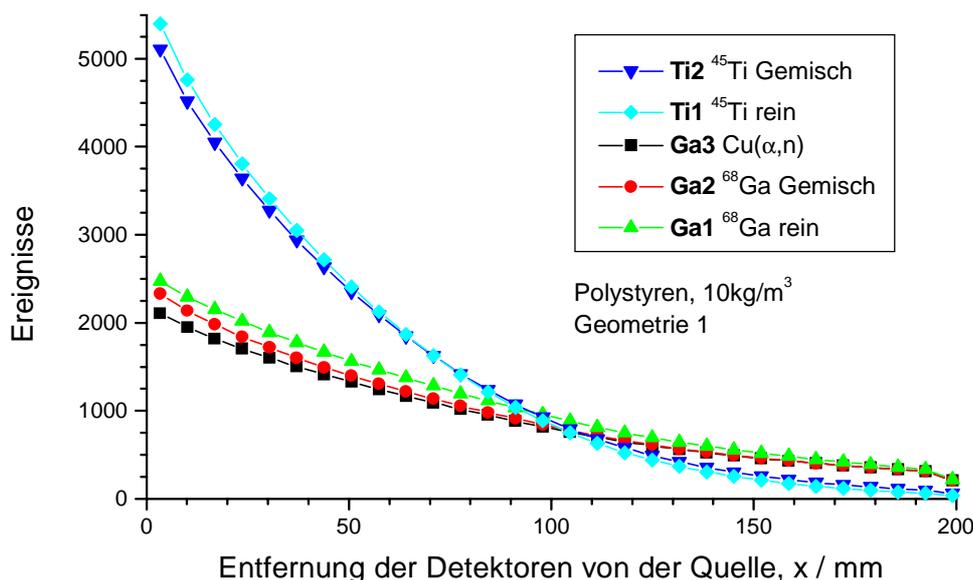
**Tabelle 2.5 Parameter der Detektorgeometrien zur Berechnung von Ereigniszahlen**

Parameter	Geometrie 1	Geometrie 2
Detektorhöhe D	216mm	25mm
Detektorbreite B	6,75mm	7,5mm
Detektorabstand D2	600mm	160mm
Wandabstand D1	250mm	150mm
maximal erfaßte Reichweite	200mm	225mm

Der Durchmesser des aktivierten Gebietes beträgt  $d_S = 12$  mm. Quelle und erster Detektor folgen direkt aufeinander, es gibt keine Lücke ( $x_S = 0$  mm, siehe Abb. 2.7). Ebenso gibt es keinen Abstand zwischen zwei benachbarten Detektoren ( $g = 0$  mm). Ein zusätzlicher Absorber zwischen Quelle und zu untersuchendem Medium ist in diesen Rechnungen nicht vorhanden. Die Umwegfaktoren betragen für die nachfolgend beschriebenen Rechnungen für Polystyrenschaum im gesamten Energiebereich  $X_P = 1,35$  und  $X_M = 1,70$  (siehe Abschnitt 2.3.4).

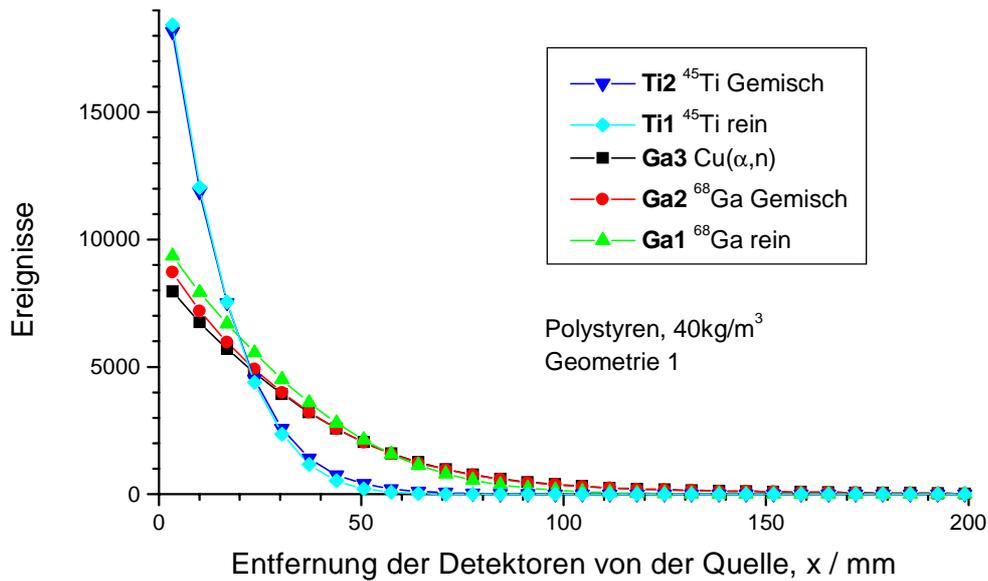
Die in Tabelle 2.5 genannte Geometrie 1 ist angelehnt an die experimentellen Gegebenheiten bei Messungen an einem PET-Scanner (siehe Kapitel 3). Detektorhöhe und Detektorabstand entsprechen dabei den Daten der Köpfe des Scanners, die Detektorbreite entspricht der Breite eines Einzelkristalles der verwendeten Blockdetektoren. Die Größe des vom Detektorsystem erfaßten Volumens ermöglicht den Nachweis fast aller von der Quelle in die zu untersuchenden Medien (siehe Abb. 2.21 und 2.22) emittierten Positronen. Geometrie 2 hingegen soll typische experimentelle Gegebenheiten beim Einsatz von Einzeldetektoren, wie der optimierten Detektoranordnung nach Kapitel 4 bzw. 5 nachbilden.

Die Abhängigkeit der erwarteten Ereigniszahlen gegenüberliegender Detektoren vom Abstand der Detektorpaare von der Positronenquelle wird in den Abbildungen 2.21 und 2.22 für je eine Dichte des zu untersuchenden Mediums bei unterschiedlichen Positronenquellen dargestellt. Die Darstellungen basieren auf Rechnungen mit  $10^8$  Positronen, als zu untersuchendes Medium diente wiederum Polystyrenschaum. Der Verlauf der Kurven unterscheidet sich innerhalb der Varianten der Positronenemitter **Ti** bzw. **Ga** nur geringfügig. Zwischen den Positronenemittern **Ti** und **Ga** gibt es jedoch größere Unterschiede in der Steilheit der Abnahme der registrierten Zählraten mit zunehmender Entfernung der Detektoren von der Positronenquelle, die auf die unterschiedlichen Energiespektren der Positronen und damit deren Reichweite



**Abbildung 2.21: Ereigniszahl gegenüberliegender Detektorpaare bei Aufsummierung der Nachweiswahrscheinlichkeiten. Polystyrenschaum  $10\text{ kg/m}^3$ , Geometrie 1, verschiedene Positronenemitter,  $10^8$  Positronen**

zurückzuführen sind. Dabei sind auch in den erwarteten Ereigniszahlen die in Abschnitt 2.4.4 besprochenen Abhängigkeiten der CSDA-Reichweiten wiederzufinden: Der zusätzliche Anteil höherenergetischer Positronen bei den gemischten Positronenquellen führt zu einer Verbreiterung der Reichweite-Verteilung, die sich natürlich in gleicher Weise auch auf die Zahl der ermittelten Ereignisse auswirkt.

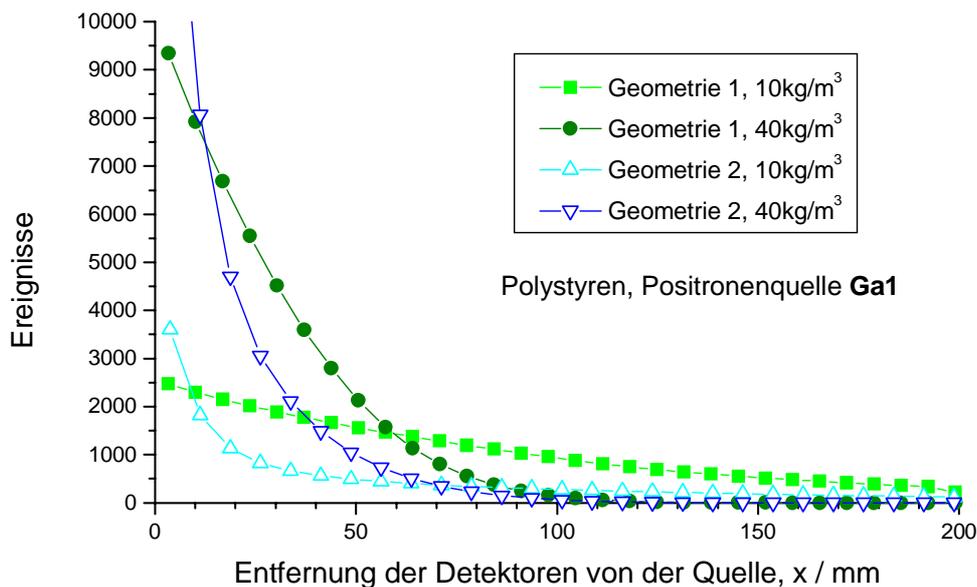


**Abbildung 2.22: Ereigniszahl gegenüberliegender Detektorpaare bei Aufsummierung der Nachweiswahrscheinlichkeiten. Polystyrenschaum  $40\text{ kg/m}^3$ , Geometrie 1, verschiedene Positronenemitter,  $10^8$  Positronen**

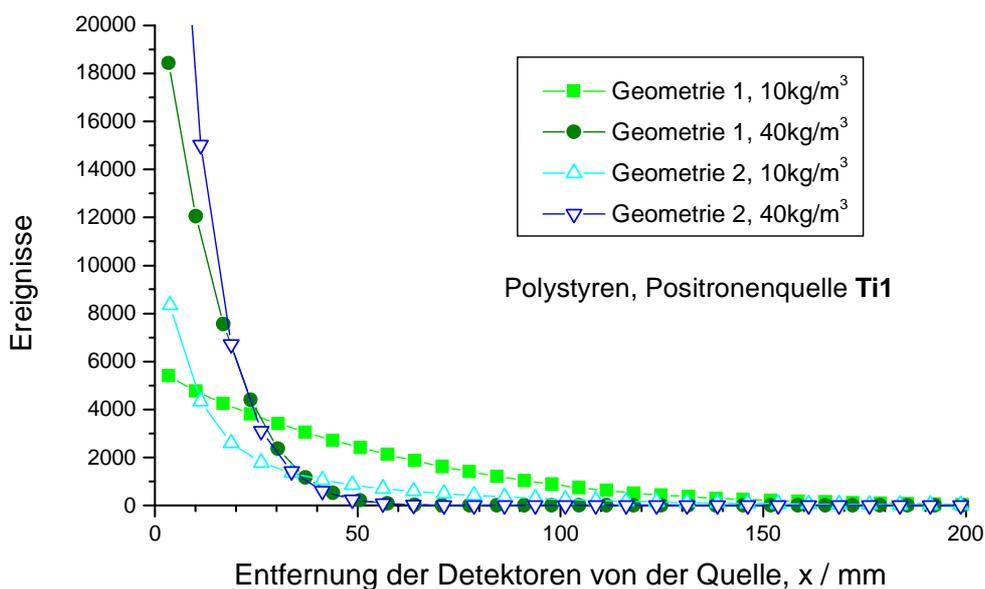
Die von einem Detektorpaar registrierten Ereigniszahlen resultieren aus der Überlagerung der Reichweiteverteilung der Positronen, der mit dem Quadrat der Entfernung von der Quelle abnehmenden Intensität der Strahlung und der vom Annihilationsort abhängenden geometrischen Nachweiseffektivität des Detektorpaares. Positronen, die außerhalb des Detektorbereiches vernichtet werden, können in diesem Modell nicht beitragen – sie sind von der Summierung ausgeschlossen. Für die bisher betrachtete Detektorgeometrie 1 hat dieser Effekt keine starken Auswirkungen. Die Abmessungen des Detektors führen dazu, daß nahezu alle Annihilationen im Nachweisbereich der Detektoren stattfinden. Positronen, deren Ausbreitungsrichtung stärker von der positiven  $x$ -Richtung abweicht, tragen auch hier zur Ereignisrate bei. Jedoch erfolgt die Registrierung der Annihilationen mit einer verringerten Wahrscheinlichkeit und an einer gegenüber der Reichweite  $R_{MC}$  verkürzten Entfernung von der Positronenquelle, da nur die  $x$ -Komponente der Entfernung von der Positronenquelle erfaßt wird.

Bei Verwendung der Detektorgeometrie 2 hingegen wird durch die geringe Detektorhöhe von nur 25 mm der Nachweis der Annihilationen auf einen wesentlich geringeren Höhenbereich ( $z$ ) um die Symmetrieachse eingeschränkt. Durch die gleichzeitige Verkürzung des Detektorabstandes ( $y$ -Richtung, Richtungsdefinitionen siehe Abbildung 2.7 auf Seite 23) wird die Reduktion des Raumwinkelbereiches, in dem ein Nachweis der Annihilationsquanten möglich ist, teilweise kompensiert. Die Begrenzung des Akzeptanzbereiches in  $z$ -Richtung führt nun dazu, daß mit zunehmender Reichweite der Positronen der Anteil der innerhalb des Akzeptanzberei-

ches des Detektorsystems stattfindenden Annihilationen abnimmt – der Anteil von Positronen, die bedingt durch eine von der  $x$ -Richtung abweichende Ausbreitungsrichtung außerhalb des Akzeptanzbereiches annihilieren, nimmt mit zunehmender Reichweite zu. Die Folge dieses Effektes ist eine drastische Abnahme der erwarteten Ereigniszahlen bei steigender Entfernung des betrachteten Detektorpaares von der Positronenquelle, die in Abbildung 2.23 für die Positronenquelle **Ga1** und in Abbildung 2.24 für die Positronenquelle **Ti1** dargestellt ist.



**Abbildung 2.23: Vergleich der Ereigniszahlen für unterschiedliche Geometrie der Detektoranordnung. Summierung der Nachweiswahrscheinlichkeit für  $10^8$  emittierte Positronen, Positronenemitter Ga1, Polystyren**



**Abbildung 2.24: Vergleich der Ereigniszahlen für unterschiedliche Geometrie der Detektoranordnung. Summierung der Nachweiswahrscheinlichkeit für  $10^8$  emittierte Positronen, Positronenemitter Ti1, Polystyren**

In diesen Abbildungen ist die Wirkung der Veränderung der Detektorgeometrie am Beispiel je einer Positronenquelle abgebildet. Die Positronenquelle höherer Maximalenergie  $E_M$  liefert auch erhöhte Ereigniszahlen in von der Quelle weiter entfernten Detektoren. So klingen die Kurven in Abbildung 2.23 mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle wesentlich langsamer ab als in Abbildung 2.24. Die Erhöhung der Ereigniszahlen für die Detektoren in unmittelbarer Nähe der Positronenquelle, die insbesondere für den Positronenemitter **Ti1** (Abbildung 2.24) beim Übergang zur Geometrie 2 zu verzeichnen ist, ist Folge des geänderten Raumwinkelbereichs, in dem Ereignisse aus dem Akzeptanzgebiet nachgewiesen werden.

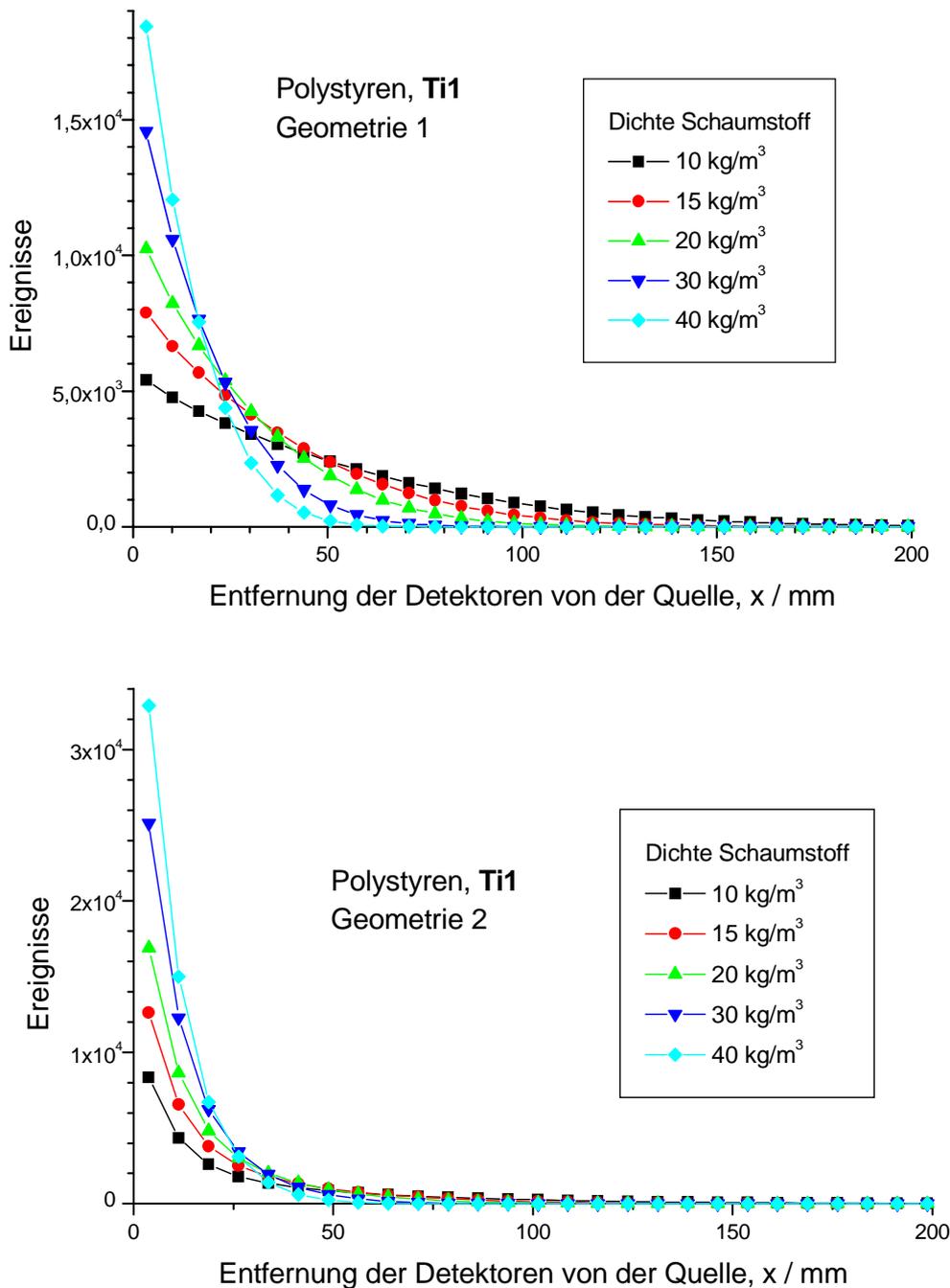
Eine einfache Abschätzung dessen und damit der maximal erreichbaren Nachweiswahrscheinlichkeit kann vorgenommen werden, indem die Detektorfläche ins Verhältnis zum Quadrat des Abstandes der Detektoren von der Symmetrieachse des Aufbaus gesetzt wird und der dadurch bestimmte Wert auf  $2\pi$  bezogen wird<sup>1</sup>. Dieses Verhältnis steigt beim Übergang von Geometrie 1 zu Geometrie 2 durch die Verringerung des Abstandes der Detektoren von der Symmetrieachse um etwa 60% an. Zumindest für das direkt an die Positronenquelle angrenzende Detektorpaar ist das genannte Verhältnis eine gute Näherung der Nachweiswahrscheinlichkeit, da die Beiträge zu der dort registrierten Ereigniszahl hauptsächlich von den kurzreichweitigen Positronen stammen, die vorzugsweise in der Nähe der Symmetrieachse vernichtet werden. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für Annihilationen in großem Abstand von der Symmetrieachse ist zudem wesentlich geringer als in unmittelbarer Umgebung der Symmetrieachse. Deshalb kann die Änderung der Nachweiswahrscheinlichkeit mit der obigen Methode abgeschätzt werden. Die geänderte Nachweiswahrscheinlichkeit verursacht den Anstieg der Ereigniszahl im an die Quelle angrenzenden Detektorpaar. Die im Vergleich zur **Ga1**-Quelle für die **Ti1**-Quelle höheren Ereigniszahlen in diesem Detektorpaar müssen den geringeren Energien der Positronen aus der **Ti1**-Quelle zugeschrieben werden, wodurch die Reichweiteverteilung zu geringeren Reichweiten hin verschoben wird (vergleiche Abbildungen 2.19 und 2.20).

Die Abbildung 2.25 gibt eine Übersicht über die Abhängigkeit der zu erwartenden Ereigniszahlen von der Entfernung des Detektorpaares von der Positronenquelle bei Variation der Dichte des untersuchten Mediums für den Einsatz des Positronenemitters **Ti1** und beide Geometrievarianten. In Abbildung 2.26 ist diese Abhängigkeit halblogarithmisch dargestellt, um den Verlauf in größerer Entfernung zur Quelle besser aufzuzeigen. Der Verlauf der hier für  $10^8$  Positronen berechneten Ereigniskurven folgt recht empfindlich der Dichte des Meßmediums: Mit zunehmender Mediendichte wird der Anstieg der Kurven größer.

Die Darstellungen der Ergebnisse des Simulationsprogramms in den Abbildungen 2.25 und 2.26 zeigen, daß die Abhängigkeit der Zählrate von der Entfernung der Detektoren von der Positronenquelle im wesentlichen mit einem exponentiellen Abfallen modelliert werden muß. Diese exponentielle Abnahme wird auch in der Literatur beschrieben. Nach [Dörs92] nimmt die Zahl der pro Zeiteinheit nachgewiesenen  $\beta$ -Teilchen nach Durchgang durch eine absorbierende Schicht mit wachsender Schichtdicke annähernd exponentiell ab. Dieses Verhalten wird

1. Diese Abschätzung gilt streng genommen natürlich nur dann, wenn alle Positronen auf der Symmetrieachse annihilieren und die Detektoren hinreichend weit von dieser Achse entfernt sind, so daß das Segment der den Raumwinkel bestimmenden Kugeloberfläche durch eine ebene Fläche angenähert werden kann.

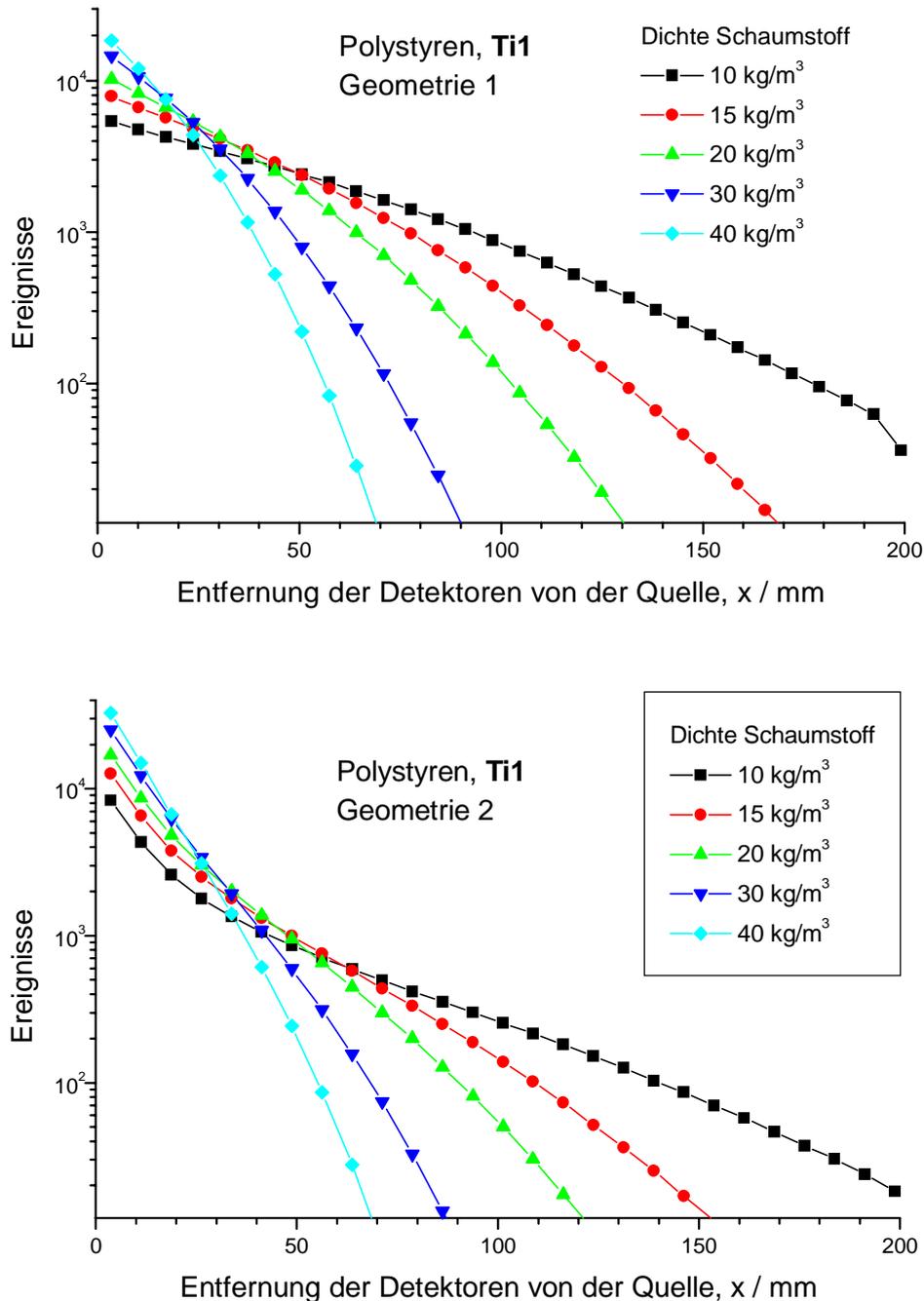
in [Dere79] ebenfalls erwähnt: Dort zeigt sich bei der Messung der Punktverbreitungsfunktion<sup>1</sup> eines PET-Systems, daß die Verteilung der Reichweite der von verschiedenen Nukliden



**Abbildung 2.25: Zahl in gegenüberliegenden Detektoren registrierter Ereignisse in Abhängigkeit von der Dichte des Mediums, für beide Detektorgeometrien. Positronenemitter: Ti1, Medium: Polystyren, 10<sup>8</sup> Positronen**

1. Die Punktverbreitungsfunktion charakterisiert die Abbildungseigenschaften eines bildgebenden Systems. Sie sagt aus, wie eine punktförmige Quellverteilung in den Bildraum abgebildet wird.

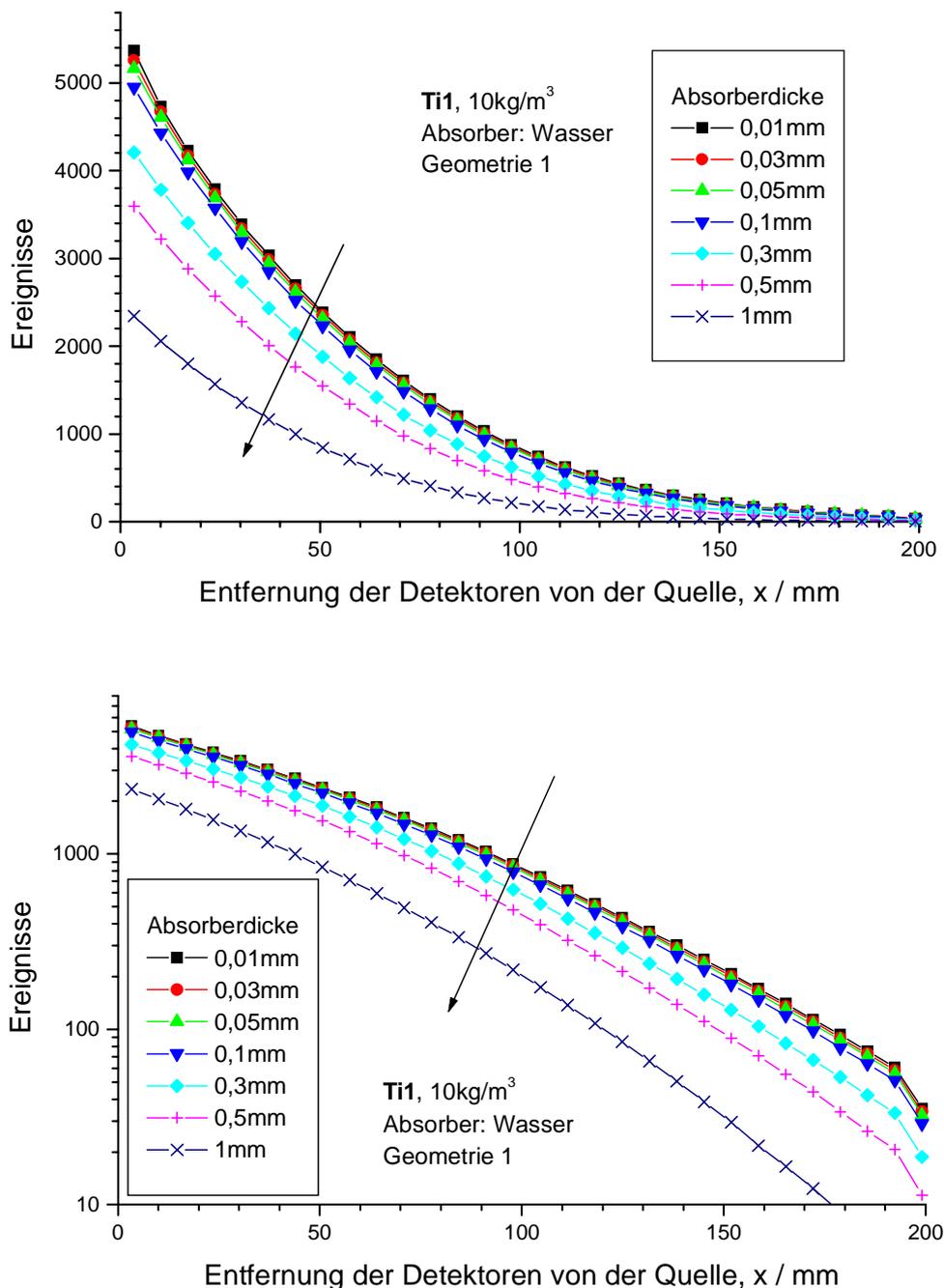
emittierten Positronen am besten durch eine exponentielle Abnahme (hier durch eine Kombination zweier exponentiell abfallender Funktionen) beschrieben werden kann.



**Abbildung 2.26: Halblogarithmische Darstellung der Zahl in gegenüberliegenden Detektoren registrierter Ereignisse in Abhängigkeit von der Dichte des Mediums, für beide Detektorgeometrien. Medium: Polystyren,  $10^8$  Positronen (Ti1)**

2.4.6 Einfluß zusätzlicher Absorber auf die Reichweite der Positronen

Die Ortsabhängigkeit der Ereigniszahlen bei Variation der Dicke eines Wasserfilmes auf der Oberfläche der Positronenquelle und eine konstant gehaltene Dichte des Mediums ist in Abbildung 2.27 dargestellt. Die Ereigniszahlen werden sowohl linear als auch halblogarithmisch wiedergegeben. Die Pfeile geben die Richtung zunehmender Absorberdicke an. Die mit zuneh-



**Abbildung 2.27: Einfluß der Dicke eines Absorberfilmes (Wasser) auf die Zahl registrierter Ereignisse in Abhängigkeit von der Entfernung der Detektorpaare von der Positronenquelle. Emittter Ti1, Polystyren, Geometrie 1**

mender Absorberdicke verringerte Zahl der in das zu untersuchende Medium eintretenden Positronen und die Verschiebung des Energiespektrums der Positronen zu niedrigeren Energien hin bewirken hauptsächlich eine Reduzierung der Zahl registrierter Ereignisse. Insbesondere bei geringer Dicke des Absorberfilmes bleibt der Exponent, der die Abnahme der Ereigniszahl mit zunehmender Entfernung der Detektoren von der Positronenquelle beschreibt, annähernd konstant. Dies gilt für Filmdicken kleiner als 0,1 mm und äußert sich in einer nur geringen Verschiebung der zugehörigen Kurven in der halblogarithmischen Darstellung entlang der Ordinate. Nimmt die Dicke der Filmschicht weiter zu, so wird durch die Deformation der Energieverteilung auch der Anstieg der Kurven in der halblogarithmischen Darstellung in Abbildung 2.27 verändert.

## 2.5 Zusammenfassung

Mit dem entwickelten Simulationsprogramm ist die Realisierbarkeit eines Verfahrens zur Dichtemessung mit Positronenstrahlung untersucht worden. Die Ergebnisse der Rechnungen liefern Aussagen zur Reichweiteverteilung der Positronen und zu den erwarteten Ereigniszahlen in realen Detektorsystemen. Ausgehend von den in Abschnitt 2.4 dargestellten Ergebnissen erscheint ein Dichtemeßverfahren, das auf der Dichteabhängigkeit der Reichweite von Positronen beruht, technisch realisierbar. Zur Bestimmung der Dichte kann die exponentielle Abnahme der von gegenüberliegenden Detektoren registrierten Zahl von Annihilationsereignissen mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle genutzt werden. Diese Abnahme kann in Form eines Exponenten quantifiziert werden, dessen Dichteabhängigkeit zur Bestimmung der Dichte benutzt wird.

Problematisch für die praktische Anwendung ist die Bildung von unerwünschten Absorberschichten wechselnder Dicke auf der Oberfläche der Positronenquelle, die in zweiphasigen Strömungen beispielsweise durch Kondensationseffekte erfolgen kann. Diese Schichtbildung muß verhindert oder so eingedämmt werden, daß die Energieverteilung der Positronen nur unwesentlich verändert wird. Ausgehend von den Ergebnissen des Simulationsprogrammes ist diese Bedingung im Falle eines Wasserfilmes auf der Oberfläche des Positronenemitters erfüllt, sofern die Schichtdicke den Wert 0,1 mm nicht übersteigt.

Die in den vorangegangenen Abschnitten diskutierten Modellannahmen liefern für beide Geometrievarianten der Detektoranordnung Ereignisverteilungen, die sich über einen meßtechnisch gut erfaßbaren Längenbereich von etwa 10 cm erstrecken. Dies wurde für das Modellmedium Polystyrenschaumstoff in einem Dichtebereich von  $10 \text{ kg/m}^3$  bis  $40 \text{ kg/m}^3$  gezeigt. Der Meßbereich eines solchen Verfahrens kann durch die Wahl des Positronenemitters und der Detektoranordnung variiert werden. Da die Massenreichweite  $r_{\text{CSDA}}$  annähernd proportional der Energie der Positronen folgt, ist es durch Wahl eines Positronenemitters mit höherer Maximalenergie möglich, die räumliche Ausdehnung der Annihilationsortverteilung bei einer festen Mediendichte zu vergrößern. Dadurch kann die Ausdehnung der Annihilationsortverteilung durch die Wahl des Positronenemitters innerhalb gewisser Grenzen für ein zur Verfügung stehendes Detektorsystem optimiert werden. Ein Positronenemitter mit einer deutlich vergrößerten Maximalenergie wäre beispielsweise Rubidium  $^{82}\text{Rb}$ . Bei Beibehaltung des

genannten, gut erfaßbaren Längenbereiches läßt sich die Obergrenze des Dichtebereiches bei Verwendung von  $^{82}\text{Rb}$  mit einer Maximalenergie, die etwa das Dreifache der Maximalenergie des bisher diskutierten Emitters **Ti1** beträgt, zu  $120\text{kg/m}^3$  abschätzen. Der in der Einleitung genannte technisch interessante Anwendungsbereich einer Dichtemessung in leichten Medien mit einem Dichtebereich von etwa  $10\text{kg/m}^3$  bis  $100\text{kg/m}^3$  kann mit dem bisher beschriebenen Verfahren abgedeckt werden.

### 3 Dichtemessung mit Positronen in Modellmedien

#### 3.1 Experimentelle Voraussetzungen

##### 3.1.1 Detektoranordnung mit hoher Ortsauflösung

Das Ergebnis der Grundlagenuntersuchungen zur Dichtemessung motivierte die Durchführung von Experimenten, um die gewonnenen Aussagen zu prüfen. Diese Experimente und die dabei benutzten Apparaturen werden in diesem Kapitel beschrieben.

Im Rahmen eines Forschungsvorhabens zur Tumorthherapie mit leichten Ionen wurde von Mitarbeitern des Institutes für Kern- und Hadronenphysik des Forschungszentrums Rossendorf ein PET-Scanner aufgebaut – mit dem Ziel, bei dieser Therapie eine Online-Dosiskontrolle zur Verifikation des Bestrahlungsplanes zu erreichen. Bei der Bestrahlung von Materie mit Ionen kommt es bei der Bremsung der Ionen zur Fragmentation der verwendeten Projektile und des Targetmaterials (Gewebe). Dabei entstehen auch  $\beta^+$ -aktive Fragmente mit sehr kurzen Halbwertszeiten. Diese Fragmente entstehen bevorzugt am Ende der Teilchenbahn der Projektile, wo auch der Großteil der Energie der Projektile deponiert wird und damit eine selektive Schädigung des kranken Gewebes stattfindet. Die Verteilung der entstehenden Positronenemitter ist zur Online-Kontrolle der Strahlentherapie nutzbar [Pawe95], [Hasch96]. Zur Nutzung dieses Konzeptes wurde die genannte PET-Kamera aufgebaut [Pawe96]. Infolge der konstruktiven Gegebenheiten des Bestrahlungsplatzes weist der Scanner ein eingeschränktes Gesichtsfeld auf, die Strahlungsdetektoren sind in zwei Detektorköpfen enthalten. Die methodischen Untersuchungen, die zur konkret gewählten Realisierung führten, sind in [Pawe95] beschrieben. Während der Erprobungsphase dieses Systems im Institut für Kern- und Hadronenphysik des FZR stand der Scanner als hochauflösender Detektor für die im folgenden Text beschriebenen Experimente zur Verfügung.



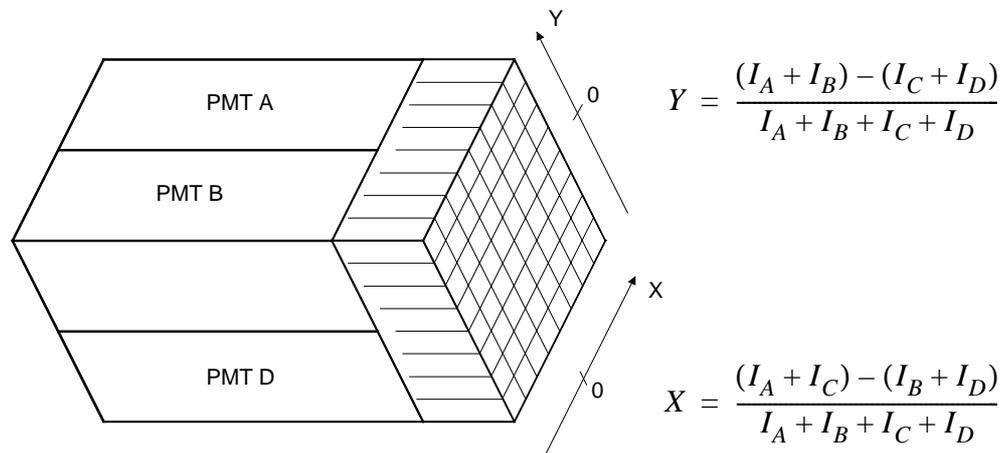
**Abbildung 3.1: Ansicht des Aufbaus des PET-Scanners im Detektorlabor, rechts im Bild die beiden Detektorköpfe und der Koinzidenzprozessor**

Der Aufbau des Kamerasystems im Detektorlabor ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Er besteht aus zwei Detektorköpfen, die im Foto auf einem Labortisch gegenüberliegend angeordnet sind. Im Hintergrund zwischen den Detektorköpfen befindet sich die Platine des Koinzidenzprozessors. Diese Einheit analysiert die Signale der Einzelköpfe hinsichtlich der Erfüllung der Koinzidenzbedingung. Dazu ist es im konkreten Fall erforderlich, daß zwei Ereignisse unterschiedlicher Köpfe in einem Zeitfenster von 12ns Länge liegen. Ist diese Bedingung erfüllt, so generiert der Koinzidenzprozessor ein Ereigniswort, das an den Realtime-Sorter weitergeleitet wird. Der Realtime-Sorter ist die zentrale Baugruppe einer VME-basierten Datenerfassungseinheit. Sie ist in der Abbildung 3.1 in der linken Bildhälfte, unter dem Tisch andeutungsweise zu sehen. Die Steuerung dieser Einheit übernimmt ein CPU-Modul der Firma SUN. Dadurch stehen die Entwicklungswerkzeuge der Workstation-Produktlinie dieses Herstellers auch für die Programmierung der Datenerfassung und -Auswertung zur Verfügung. Die Steuerung der Messung und die Auswertung von Meßdaten geschieht jedoch vornehmlich auf einer weiteren, grafikfähigen Workstation, die ebenfalls links im Bild (auf dem Tisch) zu sehen ist.

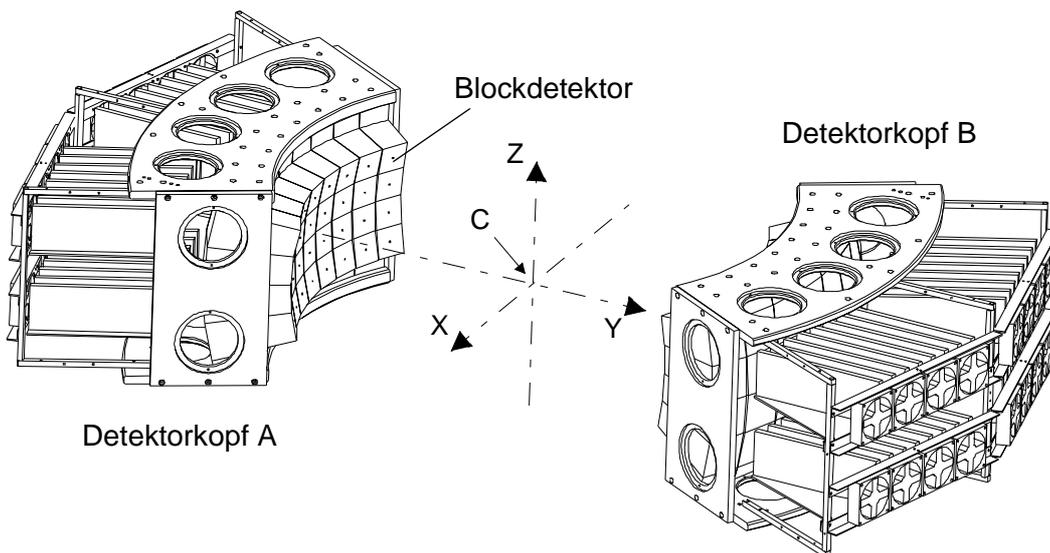
Die Ereigniswörter enthalten als Information über den Koinzidenzkanal die Indizes der beteiligten Detektorkristalle. Der Realtime-Sorter erfaßt nur koinzidente Ereignisse. Dabei sind zwei Modi möglich: Zum einen der Histogramm-Modus, bei dem die Ereignisdaten anhand der Information über die beteiligten Kristalle einem Ereigniskanal zugeordnet und über eine bestimmbare Zeit kanalweise aufsummiert werden. Das Ereignishistogramm wird danach in der Ergebnisdatei abgelegt. Der zweite Modus der Ereigniserfassung ist der List-Modus des Kamerasystems. In diesem Modus werden die einzelnen Annihilationsereignisse ohne weitere Verarbeitung in der Ergebnisdatei abgelegt. Zusätzlich zu den Ereignisdaten werden im Abstand von 10ms Pseudoereignisse generiert, die über die bisher abgelaufene Meßzeit Aufschluß geben. Der Sorter schreibt die anfallenden koinzidenten und Pseudoereignisse dazu in zwei Ringpuffer, die alternierend in die Ergebnisdatei gesichert werden. Durch diesen Modus sind auch zeitaufgelöste Experimente (dynamische PET-Studien) möglich.

Zum Nachweis der Annihilationsstrahlung kommen Szintillationsdetektoren zur Anwendung. Dabei handelt es sich um kommerziell verfügbare BGO-Blockdetektoren. Die Detektormodule und die dazugehörigen Elektronikbaugruppen zur analogen und digitalen Signalaufbereitung kommen im PET-Scanner ECAT EXACT der Firma SIEMENS zum Einsatz. Bei den Blockdetektoren wird nicht jeder Detektorkristall mit einem eigenen Photomultiplier versehen. Bei den heute angestrebten Größen der Einzelkristalle von wenigen Millimetern Kantenlänge wäre ein solches Verfahren auch praktisch nicht realisierbar. Beim Blockdetektor wird ein relativ großer Einkristall des Szintillatormaterials genutzt. Mit Schnitten durch das Kristallmaterial wird das sensitive Volumen nach einem vorgegebenen Raster unterteilt (Abbildung 3.2). Diese Schnitte verlaufen auf der den Photomultipliern zugewandten Seite nicht ganz bis zur Stirnfläche des Kristalls. Die beim Schneiden erzeugten Spalten werden mit einem lichtdichten, gut reflektierenden Material verfüllt. Der Szintillatorblock erfüllt dadurch zwei Funktionen: Er bildet in Form der entstandenen separierten Volumina das empfindliche Volumen des Detektors und dient gleichzeitig als Lichtleiter, der das entstehende Szintillationslicht auf die nachfolgende Matrix aus hier 2×2 Photomultipliern leitet. Die auf diese Weise separierten Volumina werden häufig als Kristalle des Detektors bezeichnet. Je nach Position des Kristalls, dessen Szintillati-

onslicht registriert wird, erreicht ein unterschiedlicher Anteil des Lichtes die vier Photomultiplier. Aus dem Verhältnis der Signalintensitäten an den Ausgängen der Photomultiplier läßt sich der Ursprung des Szintillationslichtes und damit der angesprochene Kristall ermitteln (Abb. 3.2). Dieses Prinzip wurde 1958 von Anger erstmals für eine Gammakamera beschrieben [Ang58]. Das in den Blockdetektoren der hier benutzten Kamera verwendete Szintillatormaterial ist BGO (Wismutgermanat,  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ ). Diese Wahl ist aufgrund der guten Handhabbarkeit dieses Materials und dessen sehr guten Absorptionseigenschaften für  $\gamma$ -Quanten motiviert [Pawe95]. Durch den Schnitt entsteht eine Matrix von  $8 \times 8$  Kristallen des Querschnitts  $6,25 \times 6,25 \text{ mm}^2$ . Die Tiefe des BGO-Blocks beträgt 30mm, die Kantenlänge der quadratischen Stirnfläche beträgt 54mm. Dieser Detektortyp wurde erstmals in [Roge92] beschrieben.



**Abbildung 3.2: Prinzipieller Aufbau und Funktionsweise eines Blockdetektors. Der angeregte Kristall wird aus dem Verhältnis der in den Photomultipliern registrierten Lichtmengen ( $\propto$  Ladungsmenge bzw. Strom  $I$ ) errechnet.**



**Abbildung 3.3: Konstruktionsskizze der in den Experimenten verwendeten Detektoranordnung mit Definition des Koordinatensystems**

Von diesen BGO-Blockdetektoren sind jeweils 4×8 Stück in einem Detektorkopf montiert. Die Montage erfolgte derart, daß die Blockdetektoren mit dem Zentrum ihrer Oberfläche tangential auf einer Kugeloberfläche mit dem Radius 412mm aufliegen. Der Mittelpunkt dieser Kugel ist der Mittelpunkt der Detektoranordnung C. Bei Durchführung der Experimente waren die Detektorköpfe wie in Abb. 3.1 dargestellt angeordnet. Die Stirnflächen des von dieser Detektoranordnung erfaßten Volumens (Gesichtsfeld) haben dadurch Abmessungen von 43,2cm in horizontaler und 21,6cm in vertikaler Richtung. Der Aufbau ist in Abbildung 3.3 als Konstruktionsskizze dargestellt. Zur Unterscheidung der beiden Detektorköpfe werden diese mit Buchstaben **A** und **B** bezeichnet. Der Detektorkopf **A** ist in Abbildung 3.3 links im Bild, in der Fotografie in Abbildung 3.1 ist dieser Detektorkopf mit einem Aufkleber „1“ gekennzeichnet.

Der Doppelkopf-Scanner kann pro Blockdetektor eine Rate der Einzelereignisse (Single) von etwa 1MHz verarbeiten. Diese Grenze ist durch die Arbeitsweise der Blockdetektoren gegeben: Die Abklingzeitkonstante des Szintillationslichtes der BGO-Kristalle beträgt etwa 300ns [Cher94], zur Positions- und Energiebestimmung ist eine Integration der Ausgangsimpulse der Photomultiplier erforderlich. Die Integrations- und Auswertephase benötigt dann etwa 1µs. Sofern auf die Korrektur der Totzeiten der Detektoren verzichtet werden soll, muß die Rate der Einzelereignisse entsprechend geringer ausfallen. Der Koinzidenzprozessor erlaubt eine simultane Verarbeitung der Signale mehrerer Blockdetektoren, dadurch wird eine Koinzidenzrate, die über der Single-Rate der Blockdetektoren liegt, ermöglicht. Nach Angaben der Herstellerfirma CTI erlauben Koinzidenzprozessor und nachgeschaltete Einheiten die Aufzeichnung der Koinzidenzen bei Koinzidenzraten bis zu 500kHz.

### *3.1.2 Wahl der zu untersuchenden Medien*

Ausgehend vom angestrebten Einsatzbereich des Dichtemeßverfahrens für leichte Medien mit Dichten im Bereich von  $10\text{kg/m}^3$  bis  $100\text{kg/m}^3$  wurde zunächst nach Modellmedien gesucht, mit denen mit nur geringem Aufwand Experimente im Labor durchführbar sind. Nach Gleichung (2.10) geht in den durch Kollisionen verursachten Energieverlust des Teilchens im wesentlichen die Dichte des Mediums ein. Änderungen der Elementzusammensetzung des Materials haben nur vergleichsweise geringen Einfluß, da das mittlere Ionisationspotential nur logarithmisch eingeht und das Verhältnis  $Z/A$  für alle stabilen Nuklide in der Nähe von 0,5 liegt. Als Modellmedien wurden zunächst komprimierte Gase in Betracht gezogen. Diese Lösung setzt jedoch die Anfertigung eines speziellen Druckbehälters voraus, der ein einfaches Einbringen des Positronenemitters gestattet. Darüber hinaus sind Drücke im MPa-Bereich erforderlich, um die gewünschten Dichten zu erzeugen. Aufgrund der zu erwartenden Kosten für eine Spezialanfertigung des Behälters wurde dieser Versuchsaufbau verworfen.

Wesentlich praktikablere Modellmedien sind feste Polymerschäume. Diese Schaumstoffe sind kommerziell verfügbar, sie werden in einem relativ breiten Dichtebereich angeboten. Für die Experimente wurden Polystyrenschäume der Firma SCB Schümgel-Chemie (Burkhardtsdorf) und Polyurethanschäume der Firma Metzler Schaum (Memmingen) eingesetzt. Die Schaumstoffblöcke besitzen die Abmessungen  $25\text{cm}\times 25\text{cm}\times 40\text{cm}$ . Die mit diesen Schaumstoffen möglichen Realisierungen der Dichte sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt.

**Tabelle 3.1 Übersicht über verfügbare Dichtewerte der Schaumstoffblöcke**

Material	Dichten der Proben in kg/m <sup>3</sup>
Polystyren	18, 23, 31
Polyurethan	20, 25, 26, 28, 34, 40

Im Gegensatz zu den komprimierten Gasen haben diese Schäume in der Regel jedoch keine homogene Dichteverteilung, sie sind strukturiert. Bei den Polystyrenschäumen sind die Schaumstoffblöcke aus kleinen kugelhähnlichen Granulatstücken zusammengesetzt. Diese Granulatstücke bestehen aus Polystyrenschäum, zwischen den Granulatstücken befinden sich sehr dünne Luftspalten. Die Dichteverteilung innerhalb der Granulatstückchen kann mit guter Näherung als homogen angesehen werden. Eine Strukturierung war mittels Mikroskop nicht erkennbar. Der Polystyrenschäum besitzt zwar eine inhomogene Dichteverteilung, jedoch liegt die charakteristische Dimension der Strukturen im Mikrometerbereich. Beim Polyurethanschäum hingegen wird bei der Herstellung des Polyurethans durch gezielte Wasserzugabe die Bildung von CO<sub>2</sub> bewirkt, das während der Polymerisation für ein Aufschäumen des entstehenden Polymerisats sorgt. Der in den Schaumstoffblöcken vorliegende Schäum ist ähnlich aufgebaut wie Polyederschäum. Schäume mit einem Volumenanteil der gasförmigen Phase größer 74% werden als Polyederschäum klassifiziert. Die flüssige Phase ist hier so weit ausgedünnt, daß sich aus den Schaumblasen bereits Polyeder gebildet haben, die durch dünne Lamellen begrenzt werden. Jeweils drei Lamellen schneiden sich in einem Plateaukanal, in denen die Flüssigkeit durch die Schwerkraft getrieben abfließen kann. Eine detailliertere Darstellung dieser Phänomene erfolgt in Anhang B. Die Klassifizierung der Schaumtypen sowie weitergehende Erläuterungen der in schäumenden flüssigen Substanzen ablaufenden Prozesse werden in [Pahl95] dargestellt.

Nach Angaben des Herstellers handelt es sich bei den Polyurethanschäumen um offenzellige Schäume, bei denen ein Teil der Lamellen fehlt. Dadurch ist ein Gasaustausch möglich, der Schaumstoff wird leichter komprimierbar. Bei genauerer Untersuchung mit einem Meßmikroskop konnten in den Polyurethanschäumen überhaupt keine Lamellen festgestellt werden. Das Polymer scheint vollständig in den Plateaukanälchen enthalten zu sein. Die regelmäßige fünfeckige Grundstruktur der Dodekaeder bleibt bei den untersuchten Polyurethanschäumen erhalten. Die Dicke dieser aus den Plateaukanälchen hervorgegangenen Stege wurde zu  $(0,045 \pm 0,010)$  mm bestimmt. Mit der Variation der Dichte der Schäume wird die Länge der Stege und damit deren Anzahl pro Volumenelement variiert. Als charakteristische Größe wurde hier die Länge der Diagonale der sichtbaren Fünfecke bestimmt. Mit einem modifizierten Polyederschäummodell, das in Anhang B beschrieben wird, kann hieraus die resultierende mittlere Dichte des Schaumes abgeschätzt werden.

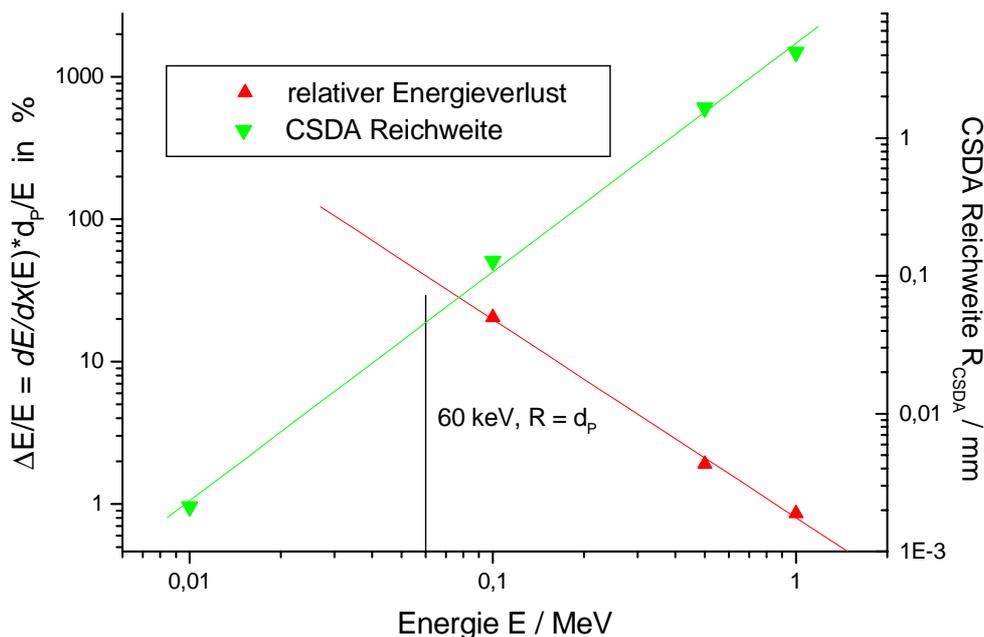
Die Annahmen zur Struktur des Schaumes können mit dem Modell geprüft werden, dabei wurde eine gute Übereinstimmung erzielt. Das Modell kann jedoch die an Kreuzungspunkten mehrerer Stege entstehenden Verdickungen durch Menisken nicht berücksichtigen. Da bei einer Verkleinerung der Polyeder mit zunehmender Dichte die Anzahl dieser Verdickungen pro Volumenelement ebenfalls zunimmt, wird die zu erwartende Dichteerhöhung von dem Modell zu niedrig berechnet. Dieser Effekt kann aber auch einer zunehmenden Abweichung vom

**Tabelle 3.2 Abschätzung der Schaumdichte für einen Polyederschaum ohne Schaumlamellen, Modell nach Anhang B, Dichte des festen Polymers: 1050kg/m<sup>3</sup>.**

Schaumtyp	Dichte (Wägung)	Diagonalenlänge	Volumengasanteil $\phi$	mittlere Dichte laut Modell
MA1920	19,6kg/m <sup>3</sup>	0,55mm	0,982	20,0kg/m <sup>3</sup>
MA4060	40,0kg/m <sup>3</sup>	0,40mm	0,967	36,7kg/m <sup>3</sup>

Polyederschaumcharakter in Richtung kugeligen Schaumes zuzuschreiben sein. Die exakten Daten der Ausgangsstoffe wurden durch den Hersteller nicht bereitgestellt. Die Dichte des Polymers wurde daher ausgehend von der Dichte nicht aufgeschäumten Polystyrens und der Dichte typischer Ausgangsmaterialien der Polykondensationsreaktion [Merk96] abgeschätzt, siehe Tabelle 3.2. Eine Prüfung der vom Hersteller angegebenen Dichtewerte des Schaumstoffes erfolgte durch Wägung.

Durch den strukturierten Aufbau der Schaumstoffblöcke wird die Bremsung der Positronen beeinflusst. In den Polymerstegen ist der Energieverlust wesentlich höher als im umgebenden gasförmigen Medium. Daher ist zu erwarten, daß ein Teil der Positronen bei der Passage durch das Polymer stärker abgebremst wird. Dies betrifft insbesondere die Positronen, die eine geringere Energie aufweisen, da der Energieverlust mit abnehmender Energie der Teilchen zunimmt. Die Energie, bei der die CSDA-Reichweite des Positrons den Lamellendurchmesser erreicht, beträgt 60keV (Abb. 3.4). Die Abbildung 3.4 zeigt zudem ausgewählte Werte des relativen Energieverlustes der Positronen beim Durchgang durch eine Polystyrenfolie der



**Abbildung 3.4: Berechneter relativer Energieverlust  $dE/dx/E \cdot d_p$  und CSDA-Reichweite  $R_{CSDA}$  von Positronen im Grundmaterial Polystyren, Dicke  $d_p = 0,045$ mm, als Funktion der Energie  $E$ .**

Dicke  $d_p = 0,045$  mm. Für diese Darstellung wurde der Energieverlust durch die Multiplikation des mittleren Energieverlustes am Eintritt in die Folie mit der Foliendicke abgeschätzt. Eine Integration wurde nicht vorgenommen. Insofern gilt diese Abschätzung nur für den Fall, daß der berechnete Energieverlust klein gegen die Energie des Positrons ist. Die in Abbildung 3.4 dargestellte Interpolationsgerade bricht deshalb bei 25 keV ab.

Da aufgrund der Polyederstruktur immer große Lücken zwischen relativ kleinen Volumenbereichen aus Polymer bestehen, ist jedoch immer nur ein Teil der Positronen von dieser starken Bremsung betroffen. Der in Kapitel 2 beschriebene Simulationscode ist nicht in der Lage, die Ausbreitung in einem solchen inhomogenen Medium exakt zu beschreiben. Zu diesem Zweck sind Transportcodes erforderlich, mit denen die auftretenden Medienübergänge korrekt behandelt werden können [Dunn96]. Da die Reichweiten der Positronen in den untersuchten Medien aber sehr groß gegen die charakteristische Ausdehnung der Strukturen, die Breite der Polymerstege im Schaum sind, kann auch der Polyurethanschaum als ein Medium mit homogener Dichteverteilung angesehen werden. Die bei den Streuprozessen auftretenden Richtungswechsel könnten ebenfalls dazu beitragen, daß der Energieverlust in den Stegen nicht zu einer dramatischen Verkürzung der Reichweite führt. Insgesamt wird für eine große Zahl von Positronen erwartet, daß sich die Positronenreichweiten im Polyurethanschaum so verhalten wie in einem Medium mit homogener Dichteverteilung. Diese Erwartung ist dadurch begründet, daß die berechneten Reichweiten in den leichten Medien (homogener Dichte) ein Vielfaches des Stegdurchmessers erreichen und die Gebiete des dichten Materials nur einen sehr geringen Raumanteil einnehmen (siehe Tabelle 3.2). Die Wahrscheinlichkeit, in einem Steg einen starken Energieverlust zu erleiden, ist daher gering und durch den Volumenanteil dieser Phase gegeben. Für sehr viele Positronen muß das resultierende Bremsvermögen daher gemäß

$$S = \left[ \frac{S}{\rho} \right]_G \cdot \rho_G \cdot \varphi + \left[ \frac{S}{\rho} \right]_P \cdot \rho_P \cdot (1 - \varphi) \quad (3.1)$$

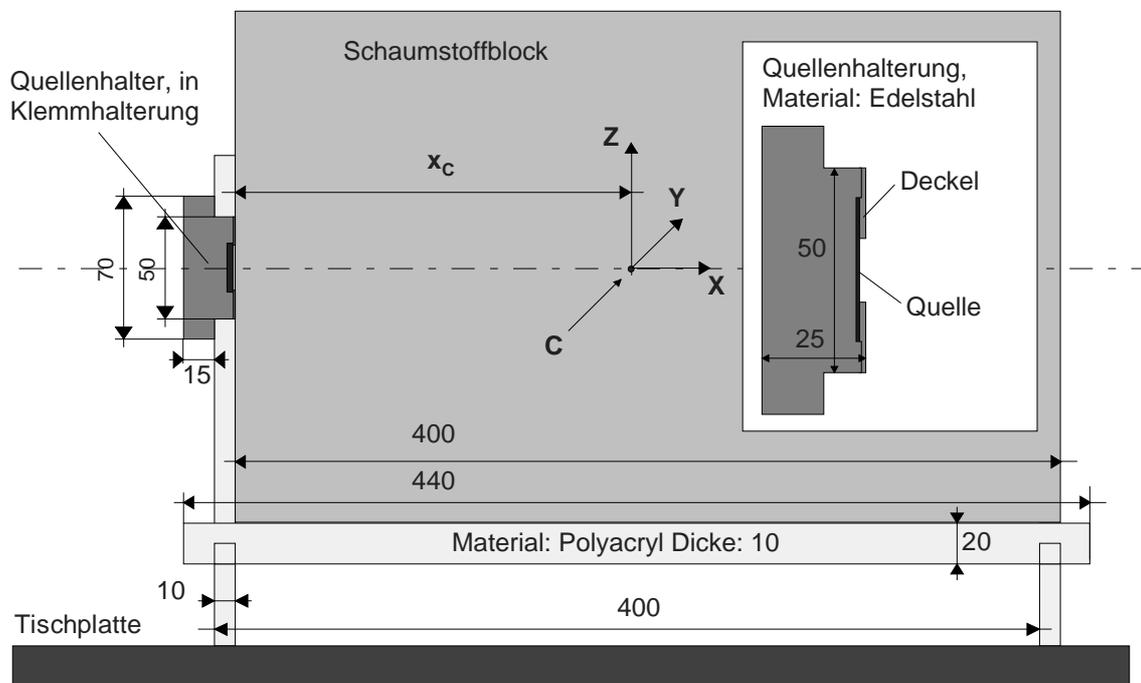
durch die entsprechend der Volumenanteile der Phasen gemittelte Bremsung in der gasförmigen (G) und festen Phase (P) als Funktion des volumetrischen Gasgehaltes  $\varphi$  beschrieben werden. Da sich die Massenbremsvermögen beider Phasen, wie am Anfang dieses Abschnittes erläutert, nur wenig unterscheiden, ist eine näherungsweise Berechnung mit der Gleichung

$$S \approx [\rho_G \cdot \varphi + \rho_P \cdot (1 - \varphi)] \cdot \left[ \frac{S}{\rho} \right]_P = \bar{\rho} \cdot \left[ \frac{S}{\rho} \right]_P \quad (3.2)$$

möglich. Das Massenbremsvermögen des Polymers wurde gewählt, da nach [Selt89] für das Polymer durch ein größeres Z/A-Verhältnis ein größerer Zahlenwert erreicht wird, der zudem gut mit Zahlenwerten für die in den Schaumstoffen vorliegenden Polystyren-Luft-Gemische übereinstimmt. Mit Gleichung (3.2) ergibt sich für die Bestimmung einer Reichweite nach Gleichung (2.13) eine überwiegende Abhängigkeit der Reichweite von den entsprechend der Volumenanteile gemittelten Dichten der Phasen – der mittleren Dichte  $\bar{\rho}$  des Mediums.

Durch die Verwendung fester Schaumstoffblöcke wurde der in Abbildung 3.5 skizzierte Versuchsaufbau möglich: Eine im Gesichtsfeld des Scanners fixierte Halterung aus Polyacryl nimmt das zu untersuchende Medium und die Positronenquelle auf. Die Halterung erlaubt den

leichten Wechsel der Schaumstoffblöcke, die nur zentriert aufgelegt werden müssen. Diese Halterung wird zwischen den Detektorköpfen befestigt (Abbildung 3.1). Im Vordergrund der Abbildung sind die Einzelteile des Quellenhalters zu sehen. Der Quellenhalter wird in der Polyacrylhalterung montiert. Er ist aus Edelstahl gefertigt und ermöglicht die Aufnahme einer bestrahlten Metallfolie (Positronenemitter) sowie weiterer Metallfolien zur Untersuchung der Wirkung zusätzlicher Absorber. Der vormontierte Quellenhalter wird durch eine Schraubklemme in der Polyacrylhalterung befestigt. Dabei wird durch Anwendung einer Lehre gesichert, daß die Front des Quellenhalters bündig mit der dem Schaumstoff zugewandten Plexiglasoberfläche abschließt. Durch die gewählte Konstruktion befindet sich die Positronenquelle im Zentrum der  $y$ - $z$ -Ebene des Akzeptanzbereiches, an der Position  $x = -x_C$ . Der Abstand  $x_C$  der Positronenquelle vom Zentrum  $C$  der Detektoranordnung (vergleiche Abb. 3.3) betrug in allen Experimenten einheitlich 21 cm, die Quelle befand sich damit im Gesichtsfeld des PET-Scanners.



**Abbildung 3.5: Konstruktionsskizze der Halterung für Schaumstoffblock und Positronenquelle, Material: Polyacryl. Detailskizze: Quellenhalter (Edelstahl)**

### 3.1.3 Auswahl und Herstellung des Positronenemitters

Zur Auswahl eines geeigneten Positronenemitters sind mehrere Kriterien heranzuziehen: Die Maximalenergie der Positronen hat neben der Mediendichte entscheidenden Einfluß auf die resultierende Reichweite im zu untersuchenden Medium. Mit der Wahl der Positronenquelle läßt sich bei Verfügbarkeit geeigneter Nuklide eine Anpassung in Abhängigkeit von der zu erwartenden Dichte des Meßmediums erreichen. Zunächst wird daher eine Ausdehnung der Reichweiteverteilung in der Größenordnung 10cm als erstrebenswert angenommen. Diese übersteigt deutlich die Größe der Einzelkristalle des PET-Scanners, die wiederum dessen Ortsauflösung bestimmt. Folglich kann die Ortsabhängigkeit der Annihilationsrate mit guter Auflö-

sung untersucht werden. Andererseits stellt diese Größenordnung auch eine geeignete Ausgangsbasis für den Aufbau eines optimierten, kompakten Detektorsystems aus Einzeldetektoren dar.

Eine Übersicht über aus der Literatur bekannte Positronenemitter, die für verschiedene Zwecke praktischen Einsatz fanden, wird in Tabelle 3.3 gegeben. Deren wichtigste Parameter sind die Halbwertszeit  $T_{1/2}$ , der Anteil emittierter Positronen pro Zerfall (Positronenausbeute  $\beta_i$ ), die Maximalenergie  $E_M$  der Positronen, die Anzahl und Energie begleitend emittierter Gammaquanten sowie mögliche Wege zur Produktion der Nuklide mittels Kernreaktionen.

**Tabelle 3.3 Übersicht über Positronenemitter und deren Parameter: Halbwertszeit, Positronenausbeute, Maximalenergie, Zahl und Energie begleitender  $\gamma$ -Emissionen, Produktionsmöglichkeit durch Kernreaktionen; nach [Hawk96] und [Lede78]**

Nuklid	$T_{1/2}$	Anteil $\beta^+$	$E_M / \text{MeV}$ (Häufigkeit (%))	Verhältnis $\gamma/\beta^+$ (Energie in MeV)	Produktion
$^{13}\text{N}$	10min	1	1,2	-	$^{12}\text{C}(\text{d},\text{n})^{13}\text{N}$
$^{11}\text{C}$	20,3min	1	0,96	-	$^{14}\text{N}(\text{p},\alpha)^{11}\text{C}$
$^{68}\text{Ga}$	68min	0,89	1,89 (98) 0.8 (2)	0,03 (1,077)	$^{68}\text{Zn}(\text{p},\text{n})^{68}\text{Ga}$
$^{18}\text{F}$	1,83h	0,97	0,63	-	$^{18}\text{O}(\text{p},\text{n})^{18}\text{F}$ u.a.
$^{45}\text{Ti}$	3,08h	0.86	1,044	0,0015 (0,72)	$^{45}\text{Sc}(\text{p},\text{n})^{45}\text{Ti}$
$^{62}\text{Zn}/^{62}\text{Cu}$	9,13h	0,99	2,93 / 0,66	0,86 (0,597+) <sup>i</sup>	$^{63}\text{Cu}(\text{p},2\text{n})^{62}\text{Zn}$
$^{64}\text{Cu}$	12,7h	0,19	0.66	0,006 (1,346)	$^{63}\text{Cu}(\text{n},\gamma)^{64}\text{Cu}$
$^{140}\text{Nd}/$ $^{140}\text{Pr}$	3,4d	0,49	2,36	0,0047 (1,596)	$^{141}\text{Pr}(\text{p},2\text{n})^{140}\text{Nd}$
$^{82}\text{Sr}/^{82}\text{Rb}$	25 d	0,96	3,35 (86) 2,57 (13)	0,13 (0,776)	$^{85}\text{Rb}(\text{p},4\text{n})^{82}\text{Sr}$
$^{56}\text{Co}$	78,7 d	0,21	1,45 (90) 0,44(10)	0,99 (0,847) <sup>ii</sup>	$^{56}\text{Fe}(\text{p},\text{n})^{56}\text{Co}$
$^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$	271 d	0,89	1,89 (98) 0.8 (2)	0,03 (1,077)	$^{66}\text{Zn}(\alpha,2\text{n})^{68}\text{Ge}$
$^{22}\text{Na}$	2,6a	0,90	0,55	1 (1,275)	$^{24}\text{Mg}(\text{d},\alpha)^{22}\text{Na}$
$^{26}\text{Al}$	$7,2 \cdot 10^5 \text{ a}$	0,82	1,16	0,99 (1,809)	$^{26}\text{Mg}(\text{p},\text{n})^{26}\text{Al}$

i. Beide Nuklide des Generatorsystems sind  $\beta^+$ -instabil,  $^{62}\text{Zn}$  hat jedoch nur eine sehr niedrige  $\beta^+$ -Ausbeute, der Tochterkern  $^{62}\text{Cu}$  emittiert in hohem Maße  $\gamma$ -Quanten bei der Abregung.  $^{62}\text{Cu}$  zerfällt fast vollständig in den Grundzustand von  $^{62}\text{Ni}$ , es werden keine weiteren Photonen emittiert.

ii. Vielzahl von  $\gamma$ -Linien im Bereich 0,2MeV bis 3,2MeV

Für einige Nuklide ist es zur Berechnung des Energiespektrums erforderlich, entsprechend der Gleichung (2.9) die Beiträge unterschiedlicher Energiespektren mit verschiedenen Maximalenergien anteilig zum resultierenden Energiespektrum zusammensetzen. Bei Verwendung derartiger Nuklide erweist es sich als vorteilhaft, wenn ein Beitrag nach Möglichkeit klar dominiert, um eine einfache Form des Energiespektrums zu gewährleisten. Weiterhin muß

beachtet werden, daß nur ein bestimmter Anteil ( $\beta_i$ ) aller Kernumwandlungen in einem  $\beta^+$ -instabilen Isotop  $i$  zur Emission eines Positrons führt. Diese Positronenausbeute sollte möglichst hoch sein. Bei einigen Positronenemittern führt die Emission des Positrons zudem nicht in den Grundzustand des Tochterkerns, sondern zu einem angeregten Zustand, der durch Emission von  $\gamma$ -Quanten in den Grundzustand übergeht. Diese  $\gamma$ -Emissionen tragen ebenfalls zum Signal von Detektoren bei. Sie führen dabei zu einem Anstieg des Untergrundes. Am besten geeignet sind deshalb Nuklide, deren Zerfallsprodukte sofort im Grundzustand vorliegen oder die genannte Gammastrahlung nur mit geringen Intensitäten und Energien emittieren. In einigen Fällen ist es möglich, durch eine Energiediskriminierung der Einzelereignisse die nicht erwünschten  $\gamma$ -Linien auszublenden.

Es zeigt sich, daß hauptsächlich Positronenemitter mit relativ kleinen Ordnungszahlen ( $Z < 30$ ) den genannten Anforderungen gerecht werden. Mit zunehmender Ordnungszahl des Emitters nehmen in der Regel unerwünschte Eigenschaften wie eine niedrige  $\beta^+$ -Ausbeute und die begleitende Emission von Gammaquanten durch Kernabregung des Zerfallsproduktes zu. Eine Übersicht über Positronenemitter, die für die Experimentdurchführung günstige Parameter aufweisen, zeigt Tabelle 3.3. Bei der Nennung von Generatorsystemen in dieser Tabelle ist die Halbwertszeit diejenige des Mutternuklids. Die Daten der emittierten Positronen werden jedoch durch den  $\beta^+$ -instabilen Tochterkern des Generatorsystems vorgegeben. Die Halbwertszeiten überstreichen einen Bereich von wenigen Stunden bis zu vielen Jahren, wobei die Mehrzahl der Positronenemitter oder Generatorsysteme Halbwertszeiten im Bereich von Stunden oder Tagen aufweist. In der Spalte „Verhältnis  $\gamma/\beta^+$ “ wird die Zahl der in beiden Zerfallsprozessen emittierten Gammaquanten angegeben.

Neben der Existenz des Positronenemitters ist für eine Wahl eines Nuklids noch die Möglichkeit einer Herstellung vor Ort entscheidend. Das Forschungszentrum Rossendorf e.V. verfügt über ein Zyklotron des Typs U-120, das für die Aktivierung von Metalltargets genutzt werden kann. Dieser Beschleuniger ist in der Lage, Protonen, Deuteronen und Alphateilchen zu beschleunigen. Die maximal erreichbare Energie liegt für Protonen und Deuteronen bei 14 MeV, für Alphateilchen bei 28 MeV. Einige der genannten Kernumwandlungen können daher durch die hohe Schwellenenergie  $E_{\text{thr}}$  der Reaktion nicht an diesem Beschleuniger durchgeführt werden. Auch wenn die Schwellenenergie in etwa die Größe der Energie der beschleunigten Teilchen erreicht, ist die Ausbeute der Kernumwandlung sehr niedrig und eine Herstellung ist dann gewöhnlich nicht praktikabel. Die Schwellenenergien der Kernreaktionen nach Tabelle 3.3 sind in der Tabelle 3.4 zusammengestellt. In dieser Tabelle wird außerdem die gesetzlich festgelegte Aktivitätsfreigrenze  $A_{\text{frei}}$  des Nuklids genannt. Für deren Festlegung ist bei Generatorsystemen zumeist das länger stabile Generatorkernnuklid entscheidend.

Der maximale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{max}}$  einer Reaktion ist ein Maß für die erreichbare Ausbeute der Kernreaktion. Diese Größe wird ebenfalls in Tabelle 3.4 aufgeführt. Für den Fall ausgedehnter Targets wird diese noch besser durch die Aktivitätsausbeute dicker Targets (thick target yield, TTY) beschrieben. Diese Ausbeute gibt die auf die aufgewendete Ladungsmenge der Projektile bezogene erzeugte Aktivität an. Diese Größe ist für viele der in Tabelle 3.4 genannten Reaktionen in [Dimi86] tabelliert. Für eine Vorauswahl möglicher Reaktionen ist

der in Tabelle 3.4 angegebene mikroskopische Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  der Kernreaktion in gleicher Weise aussagekräftig.

**Tabelle 3.4 Herstellungsmöglichkeiten der Positronenemitter. Zusammenstellung nach [Kell73], [Dimi86] und [Okam87]**

Nuklid	Produktion	$E_{\text{thr}} / \text{MeV}$	$\sigma_{\text{max}} / \text{mbarn}$	$A_{\text{frei}} / \text{Bq}$	Bemerkung
$^{13}\text{N}$	$^{12}\text{C}(\text{d},\text{n})^{13}\text{N}$	0,3	260	$5 \cdot 10^6$	typisches PET-Nuklid
$^{11}\text{C}$	$^{14}\text{N}(\text{p},\alpha)^{11}\text{C}$	3,1	250	$5 \cdot 10^6$	typisches PET-Nuklid
$^{68}\text{Ga}$	$^{68}\text{Zn}(\text{p},\text{n})^{68}\text{Ga}$	3,8	810	$5 \cdot 10^6$	zur Herstellung wäre ein isotopenreines Ausgangsmaterial $^{68}\text{Zn}$ erforderlich
$^{18}\text{F}$	$^{18}\text{O}(\text{p},\text{n})^{18}\text{F}$ u.a.	2,57	280	$5 \cdot 10^6$	typisches PET-Nuklid
$^{45}\text{Ti}$	$^{45}\text{Sc}(\text{p},\text{n})^{45}\text{Ti}$	2,9	400	$5 \cdot 10^6$	Sc kommt in der Natur nur als $^{45}\text{Sc}$ vor
$^{62}\text{Zn}/$ $^{62}\text{Cu}$	$^{63}\text{Cu}(\text{p},2\text{n})^{62}\text{Zn}$	13,5	220	$5 \cdot 10^5$	im FZR nicht herstellbar (Energie)
$^{64}\text{Cu}$	$^{63}\text{Cu}(\text{n},\gamma)^{64}\text{Cu}$		4,5	$5 \cdot 10^6$	n-Aktivierung im Kernreaktor
$^{140}\text{Nd}/$ $^{140}\text{Pr}$	$^{141}\text{Pr}(\text{p},2\text{n})^{140}\text{Nd}$	10,7	2000	$5 \cdot 10^5$	Praseodymfolien und Generatorsystem sind kommerziell verfügbar
$^{82}\text{Sr}/$ $^{82}\text{Rb}$	$^{85}\text{Rb}(\text{p},4\text{n})^{82}\text{Sr}$	31,5	200	$5 \cdot 10^4$	im FZR nicht herstellbar (Energie)
$^{56}\text{Co}$	$^{56}\text{Fe}(\text{p},\text{n})^{56}\text{Co}$	5,4	500	$5 \cdot 10^5$	$\gamma$ -Emissionen problematisch, Isotopengemisch
$^{68}\text{Ge}/$ $^{68}\text{Ga}$	$^{66}\text{Zn}(\alpha,2\text{n})^{68}\text{Ge}$	16,9	200	$5 \cdot 10^4$	Isotopengemisch Zn enthält überwiegend $^{64}\text{Zn}$
$^{22}\text{Na}$	$^{24}\text{Mg}(\text{d},\alpha)^{22}\text{Na}$	0	190	$5 \cdot 10^5$	kommerziell verfügbar
$^{26}\text{Al}$	$^{26}\text{Mg}(\text{p},\text{n})^{26}\text{Al}$	>5	~12	$5 \cdot 10^4$	Herstellung problematisch [Furu71]

Aus der Liste der in Tabelle 3.3 und Tabelle 3.4 genannten Positronenemitter scheiden einige Nuklide bedingt durch limitierte technische Möglichkeiten der am Standort vorhandenen Teilchenbeschleuniger aus. Die Limitierung betrifft dabei hauptsächlich die zur Verfügung stehende Teilchenenergie, bei der oftmals noch keine effiziente Aktivierung möglich ist. Aus praktischen Erwägungen ist es darüber hinaus günstig, wenn die Positronenemitter für Laborexperimente Halbwertszeiten im Bereich einiger Stunden aufweisen. Zudem sind Messungen nur im Aktivitätsbereich bis zum Zehnfachen der Freigrenze für das jeweilige Nuklid möglich, um die Aufwendungen für Strahlenschutzmaßnahmen möglichst niedrig zu halten.

Die in Frage kommenden Nuklide wurden deshalb zunächst auf  $^{45}\text{Ti}$  und  $^{68}\text{Ga}$  eingeschränkt. Für diese Nuklide sind Simulationsrechnungen zur Annihilationsortverteilung durchgeführt worden. In Experimenten wurde nur  $^{45}\text{Ti}$  eingesetzt, da dieses Nuklid unproblematisch herge-

stellt werden kann. Natürlich vorkommendes Scandium ist isotonenrein (nur  $^{45}\text{Sc}$ ), so daß bei der Aktivierung mit Protonen praktisch keine unerwünschten Nuklide entstehen können. Dies konnte durch Analyse von Gammaskpektren auch bestätigt werden. Für die Aktivierung wurde eine hochreine Scandiumfolie verwendet. Da bei der Herstellung des Ausgangsmaterials keine Isotopentrennung erforderlich ist, fallen zur Quellenherstellung aus Scandium nur vergleichsweise geringe Kosten an. Ähnlich günstige Voraussetzungen (Isotopenreinheit des Ausgangsmaterials) wären auch zur Erzeugung von  $^{140}\text{Pr}$  aus  $^{141}\text{Pr}$  gegeben. Die Scandiumfolie wurde bevorzugt, da die Schwellenenergie für die Aktivierung in diesem Falle niedriger liegt und mehr Datenmaterial zum Verlauf der Anregungsfunktion vorlag.

Bei der Aktivierung reinen Zinks mit natürlich vorkommender Isotopenzusammensetzung hingegen würde durch die Vielzahl der Isotope des Zinks ein Gemisch von Positronenemittern mit unterschiedlichen Halbwertszeiten und Maximalenergien erzeugt werden. Damit ließe sich jedoch keine Meßreihe mit konstanten Ausgangsbedingungen durchführen. Die Nutzung eines isotonenreinen Ausgangsmaterials ( $^{68}\text{Zn}$ ) ist zwar prinzipiell möglich, jedoch sind dafür im Vergleich zum Scandium enorme Kosten (ca. 6US\$ pro Milligramm  $^{68}\text{Zn}$  sowie die Entwicklung eines speziellen Strahltargets) in Betracht zu ziehen. Auch deswegen wurde das Scandiumtarget favorisiert. Begründet wird diese Wahl zudem durch folgende Eigenschaften des Positronenemitters  $^{45}\text{Ti}$ :

- Für die Laborexperimente ist die Halbwertszeit von 3,08h vorteilhaft. Sie ermöglicht die Durchführung von mehreren Experimentreihen im Verlaufe eines Tages.
- Die Emission der Positronen ist nur in sehr geringem Maße von der Emission zusätzlicher Gammaquanten begleitet.
- Eine einfache Möglichkeit der Erzeugung der  $^{45}\text{Ti}$ -Quellen ist durch die wiederholte Aktivierung einer Scandiumfolie mit Protonen gegeben.

Für die Aktivierung wurde eine Scandiumfolie von 0,25mm Dicke benutzt. Bei der Aktivierung wurde eine Positronenquelle erzeugt, deren Aktivität unter der 10-fachen Freigrenze lag. Dabei wurde ein kreisförmiges Gebiet aktiviert. Der Durchmesser des Gebietes betrug 12mm. Die Rechnungen mit dem beschriebenen Simulationscode zeigten, daß für diese Geometrie die Energieverteilung des Positronenemitters bei Ausbreitung in den zur Verfügung stehenden Schaumstoffen Positronenreichweiten im Bereich bis zu 25 cm hervorruft (Abschnitt 2.4).

### 3.2 Aufbereitung der Meßdaten

Bei den Messungen wurde durch die Betriebssoftware des PET-Scanners ein Histogrammdatensatz erzeugt, bei dem die Koinzidenzereignisse bereits dem Koinzidenzkanal zugeordnet und kanalweise aufsummiert werden. Zur Auswertung der Histogrammdaten wurden zwei Wege verfolgt: Zum einen wird die Rückprojektion der Ereignisdaten entlang der Ereignislinie<sup>1</sup> in die Mittelebene der Anordnung benutzt, um die Annihilationsortverteilung der Positronen in den Schäumen qualitativ analysieren zu können. Darüber hinaus wurden aus den

---

1. vergleiche Abschnitt 2.2.6, „Nachweis der Annihilationsstrahlung,“ auf Seite 20

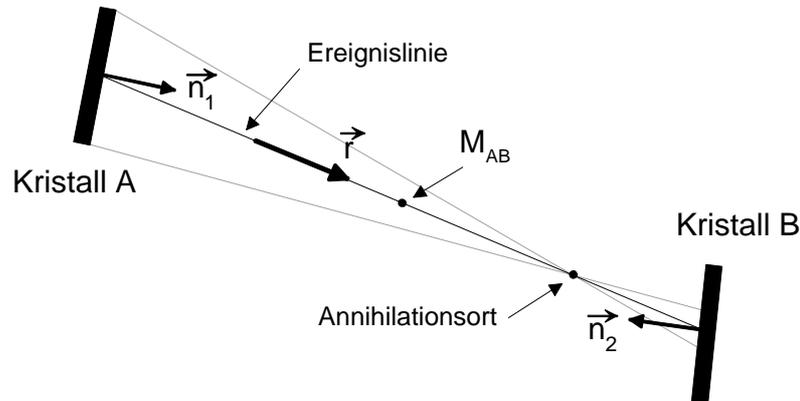
Ereignisdatensätzen dieser komplexen Detektoranordnung die Zählraten einfacher Paare gegenüberliegender Detektoren berechnet, um Aussagen zur Arbeitsweise einer einfachen Detektoranordnung zur Dichtemessung mit Positronenstrahlung treffen zu können. Beide Auswertemethoden greifen auf die zunächst beschriebenen Korrekturen der Meßdaten zurück. Die Arbeitsweise der Mittelebenen-Rückprojektion ist ausführlich in Anhang A beschrieben.

### 3.2.1 Korrektur der Nachweiswahrscheinlichkeit und des Detektorakzeptanzbereiches

Würden alle Ereignislinien durch das Zentrum der Detektoranordnung verlaufen, so wäre die Nachweiswahrscheinlichkeit der zentralsymmetrisch gegenüberliegenden Detektoren bis auf unterschiedliche Effektivitäten des Detektors und der Elektronik gleich. Dadurch, daß beliebige Koinzidenzen zwischen Kristallen der beiden Detektorköpfe erlaubt und auch erwünscht sind, kommt es zu Veränderungen der Effektivität des Nachweises. Dabei sind im wesentlichen zwei Effekte relevant:

Stimmt die Richtung der Oberflächennormalen des Detektorkristalls nicht mit der Richtung der Ereignislinie überein, so ist die aktive Fläche des Kristalls scheinbar verkleinert. Der Verkleinerungsfaktor wird durch die Skalarprodukte aus Normalenvektor der Detektoroberflächen und Richtungsvektor der Verbindungsgeraden beider Detektoren berechnet. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, daß Photonen während der Energieabgabe im Detektormaterial den „richtigen“ Kristall verlassen und in einem anderen Kristall oder dem Hüllenmaterial gestoppt werden. Dieser Parallaxenfehler läßt sich nicht modellieren. Durch das Blockdetektorprinzip tritt er auch nur dann auf, wenn das Gammaquant den geschnittenen Einkristall völlig verläßt. Beim Übergang in einen anderen Kristall des gleichen Blockdetektors wird auch in diesem Szintillationslicht erzeugt. Die Elektronik übernimmt anhand der Lichtmengen die Entscheidung, welcher Kristall des Blockdetektors getroffen wurde. Wird der Blockdetektor hingegen verlassen, so wird das Ereignis wegen Unterschreitung der Energieschwelle zur Diskriminierung zufälliger Koinzidenzen verworfen. Somit erfolgt bei der Korrektur der Nachweisempfindlichkeit nur eine Korrektur der für den Nachweis im betreffenden Koinzidenzkanal zur Verfügung stehenden effektiven Kristallflächen. Sind die Kristallflächen gegenüber der Richtung der Verbindungsgeraden geneigt, so wird deren effektive Fläche proportional zum Cosinus des Winkels zwischen Flächennormale und Richtung der Geraden verkleinert.

Der zweite wichtige Effekt ist der unterschiedliche Abstand der am Nachweis beteiligten Detektorkristalle. Je nach Position der involvierten Detektorkristalle variiert der Abstand zwischen den beiden Detektoren. Die geometrischen Verhältnisse werden in Abbildung 3.6 skizziert. Mit zunehmendem Abstand des Annihilationsortes vom Mittelpunkt zwischen diesen Detektoren nimmt der Raumwinkelbereich ab, in dem die Detektoren erreicht werden können. Diese Abnahme erfolgt quadratisch mit dem Abstand vom weiter entfernten Detektor, im Beispiel mit der Entfernung von Kristall A. Da jedoch die genaue Lage des Ortes der Annihilation nicht bekannt ist, wird für die Korrektur angenommen, daß sich dieser Ort genau in der Mitte  $M_{AB}$  der Strecke  $\overline{AB}$  befindet (Abb. 3.6). An diesem Ort ist die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Annihilationsereignis maximal. Durch den Aufbau des Doppelkopf-Scanners liegen diese Orte  $M_{AB}$  für alle Ereignislinien in der unmittelbaren Nähe der Mittelebene zwischen den Detektorköpfen.



**Abbildung 3.6: Definitionen zur Korrektur der Nachweiswahrscheinlichkeit für die Ereignisse eines Koinzidenzkanals**

Um die Variation des unterschiedlichen Abstandes der Kristalle für verschiedene Koinzidenzkanäle auszugleichen, wird das Quadrat des Radius der Kugel, auf der die Mitten der Blockdetektoren aufliegen, zum Quadrat der Entfernung des Ortes  $M_{AB}$  vom Detektor ins Verhältnis gesetzt. Damit ergibt sich folgende Gleichung für den Geometrie-Korrektionsfaktor  $F_{AB}$ :

$$F_{AB} = -1 \cdot (\vec{n}_1 \cdot \vec{r}) \cdot (\vec{n}_2 \cdot \vec{r}) \cdot \frac{D_K^2}{|AB|^2} \quad (3.3)$$

In dieser Gleichung ist  $D_K$  der Durchmesser der Kugel, an der die Mittelpunkte aller Blockdetektoren anliegen. Er beträgt 824mm. Die Vektoren sind die normierten Normalenvektoren der Kristalloberflächen bzw. der normierte Richtungsvektor der Verbindungsgeraden. Der Geometrie-Korrektionsfaktor  $F_{AB}$  gibt damit die relative Nachweiswahrscheinlichkeit des Koinzidenzkanals  $\overline{AB}$  gegenüber einem Kanal mit bezüglich des Kugelmittelpunktes direkt gegenüberliegenden, tangential anliegenden Detektorflächen an. Für die meisten Koinzidenzkanäle dominieren dabei die Beiträge der Skalarprodukte zur Richtungskorrektur.

Ein Ereignis im Koinzidenzkanal  $\overline{AB}$  muß deshalb mit einem Wichtungsfaktor gewertet werden, der dem Kehrwert des Geometrie-Korrektionsfaktors entspricht. Pro Ereignis in einem Flächenelement wird daher der Wert des entsprechenden Wichtungsfaktors aufsummiert.

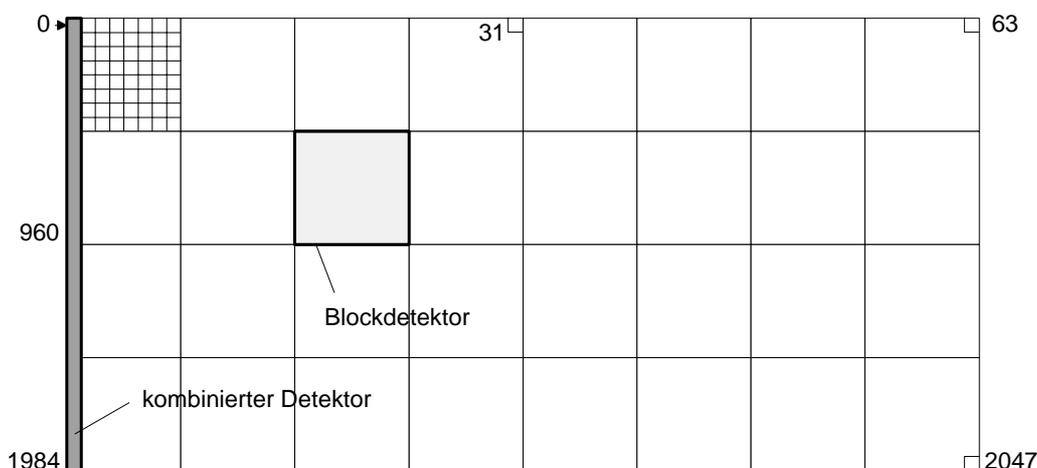
### 3.2.2 Simulation der Meßsignale einfacher Detektoranordnungen

Die Histogrammdatensätze des PET-Scanners wurden dazu benutzt, Signale einfacherer Anordnungen mit wenigen, großflächigeren Detektoren nachzubilden. Dabei werden Kristallbereiche der Blockdetektoren zu einem neuen kombinierten Detektor zusammengefaßt. Diese Gruppierung läßt sich mit dem experimentellen Datenmaterial mathematisch bewerkstelligen. Die Zahl der Ereignisse dieses in Koinzidenz betriebenen Paares kombinierter Detektoren mit dem Index  $k$  wird durch die Summe der Zählraten  $N_{i,j}$  aller Koinzidenzkanäle zwischen den zugehörigen Kristallen beider kombinierter Detektoren mittels

$$N_k = \sum_i \sum_j N_{i,j} \quad (3.4)$$

gebildet. In obiger Summenformel läuft  $i$  über alle zugehörigen Kristalle des Detektorkopfes **A** des Scanners,  $j$  über die zugehörigen Kristalle des Detektorkopfes **B**.

Eine einfache Möglichkeit der Kombination von Detektoren besteht in der spaltenweisen Kombination der Einzelkristalle. Diese Gruppierung ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Die durch die gekrümmte Anordnung der Detektoren verursachte Abweichung der  $x$ -Position der Einzelkristalle untereinander wird dabei vernachlässigt. Die Positionsabweichung ist für die in Abb. 3.7 grau dargestellte Kristallreihe am größten und nimmt zur Mitte des Detektorkopfes hin ab. Für die Kristalle 0 und 960 beträgt der Positionsunterschied der  $x$ -Koordinate des Kristallmittelpunktes 6,0mm. Bei der Gruppierung nach Abb. 3.7 wurden jeweils alle in einer Spalte von Detektoren übereinander liegenden Kristalle verwendet, es entsteht der grau eingezeichnete Detektor. Die Fläche des kombinierten Detektors kann in horizontaler und vertikaler Richtung mit der Schrittweite einer Kristallbreite variiert werden. Nach der Definition der Detektoren ist der Wertebereich der Indizes  $i$  und  $j$  der beitragenden Kristalle bekannt. Dann kann anhand von Gleichung (3.4) die Koinzidenzrate des neu definierten Koinzidenzkanals  $k$  berechnet werden. Eine Diskussion der betrachteten einfachen Detektoranordnungen erfolgt zusammen mit der Darstellung der Ergebnisse der Untersuchungen in Abschnitt 3.4.2 auf Seite 69.



**Abbildung 3.7: Schema der Gruppierung von einzelnen Kristallen der Blockdetektoren eines Detektorkopfes zu einem kombinierten Detektor**

### 3.3 Experimente zur Dichtemessung in Schaumstoffblöcken

Mit der beschriebenen Meßanordnung wurde die Ausbreitung von Positronen in Schaumstoffblöcken aus Polyurethan und Polystyrol untersucht. Dabei wurden mehrere Versuchsziele verfolgt:

#### 1. Untersuchung der Dichteabhängigkeit der gemessenen Reichweiteverteilungen

Zu diesem Zweck sollte eine Auswertung der Annihilationsortverteilungen durch Mittelebenen-Rückprojektion und die Auswertung der Meßsignale einfacher Detektoranordnungen

für mehrere Mediendichten erfolgen. Die gefundenen Abhängigkeiten sollten auf einen Parameter führen, der die Nutzung dieser Abhängigkeiten in einem kalibrierbaren Meßverfahren zur Bestimmung der Dichte ermöglicht.

Die Experimente wurden unter Verwendung des Aufbaus nach Abschnitt 3.1 mit den dort genannten Polymerschäumen und mit Luft als Vergleichsmedium durchgeführt.

2. Untersuchung der Wirkung von Flüssigkeitsfilmen auf der Oberfläche des Positronenemitters

Die Wirkung der Flüssigkeitsfilme wurde durch Montage dünner Metallfolien vor dem Positronenemitter simuliert, da diese Materialien wesentlich einfacher zu handhaben sind. Die Materialien sind in der Tabelle 3.5 zusammengestellt. Zum Vergleich der Materialien ist der Energieverlust<sup>1</sup> im Metallblech aufgeführt.

**Tabelle 3.5 Übersicht über die Absorberwirkung der benutzten Metallbleche und eines Wasserfilmes**

Material, Dicke <i>d</i>	$\rho / \text{g/cm}^3$	$1/\rho \cdot S(0,5 \text{ MeV})$ in $\text{MeV cm}^2 \text{g}^{-1}$	$S(0,5 \text{ MeV}) \cdot d$ in MeV
Wasser Raumtemperatur 0,1 mm	1,0	2,02	$2,02 \cdot 10^{-2}$
Aluminium 0,1 mm	2,7	1,58	$4,26 \cdot 10^{-2}$
Kupfer 0,15 mm	8,9	1,37	$18,3 \cdot 10^{-2}$
Stahl X8CrNiTi18.10 0,18 mm	7,8	1,42	$19,9 \cdot 10^{-2}$
Nickel 0,2 mm	8,9	1,44	$25,6 \cdot 10^{-2}$
Kupfer 0,29 mm	8,9	1,37	$35,4 \cdot 10^{-2}$

3. Untersuchung der Wirkung von Behälterwänden

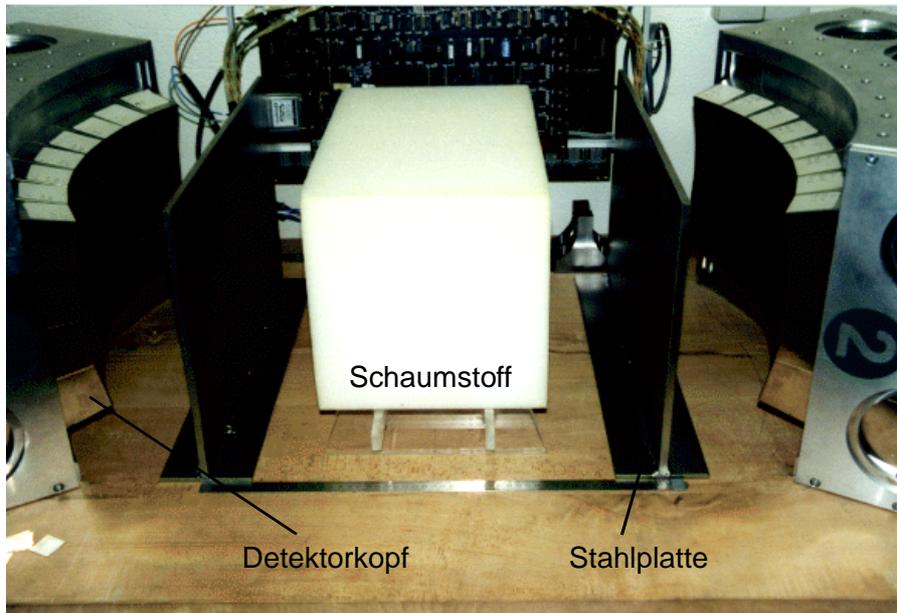
Die Wände haben, sofern der Abstand vom untersuchten Medium hinreichend groß ist, keinerlei Einfluß auf die Verteilung der Annihilationsorte. Ihr wesentlicher Einfluß besteht in der Wirkung als Streumedium für die Annihilationsquanten. Dies ruft eine Zunahme der Streukoinzidenzen hervor. Die Streuvorgänge (Comptonstreuung) sind mit einer Richtungsänderung des betroffenen  $\gamma$ -Quants verbunden. Sie führen daher zu einer fehlerhaften Zuordnung des koinzident nachgewiesenen Ereignisses.

Als Streumaterialien kamen Platten aus Edelstahl zum Einsatz. Die Dicke der Platten beträgt 10 mm.

In den Experimenten werden mit dem PET-Scanner die Koinzidenzratenverteilungen der Positronen aus der <sup>45</sup>Ti-Quelle aufgenommen. Die Auswertung dieser Messungen soll zeigen, ob die bei der Simulation getroffenen vereinfachenden Annahmen die realen Verhältnisse richtig wiedergeben können. Mit den Untersuchungen zu den Punkten 2 und 3 sollen Aussagen getroffen werden, welche Einschränkungen des Meßverfahrens durch praxisrelevante Bedingungen zu erwarten sind, die bei Messungen mit realen zweiphasigen oder unter Druck stehenden Medien in Rohrleitungen oder Behältern vorherrschen.

1. Die rechte Spalte der Tabelle enthält den Energieverlust pro Wegstrecke im betreffenden Material für eine Energie des Positrons von 0,5 MeV, multipliziert mit der Dicke der Metallfolie. Es erfolgte keine Integration über die Energie. Die Berechnung des Energieverlustes erfolgte mit [Selt89].

Die Abbildung 3.8 zeigt den Versuchsaufbau während eines Experiments im Detektorlabor. Im Zentrum des Bildes ist der Schaumstoffblock auf der Polyacrylhalterung abgebildet. Er wird von zwei Stahlplatten flankiert. Der Abstand zwischen den Stahlplatten beträgt 50cm.



**Abbildung 3.8: Versuchsaufbau für die Experimente mit Schaumstoffblöcken**

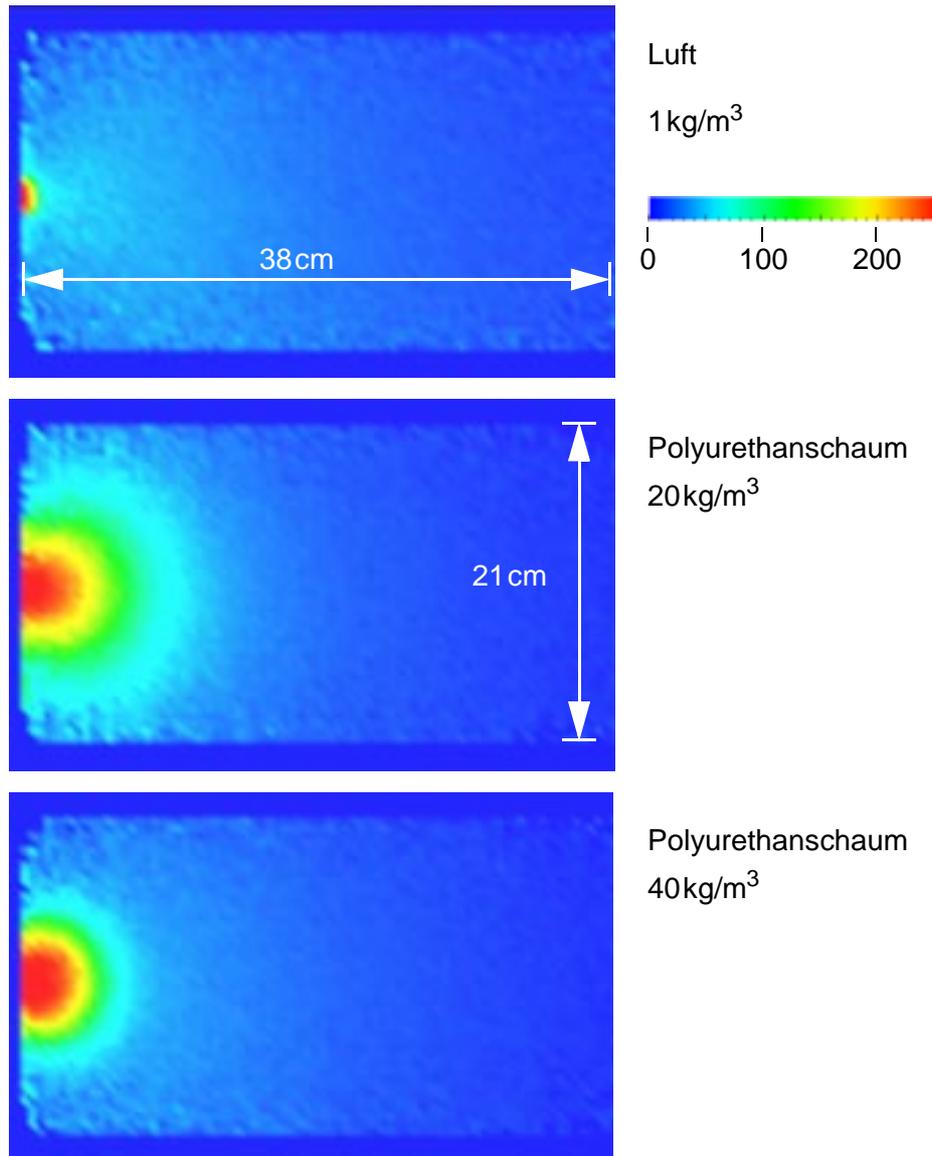
### 3.4 Darstellung der Ergebnisse

#### 3.4.1 Intensitätsänderungen in der Mittelebenen-Rückprojektion bei Dichteänderung

Das grundsätzliche Verhalten der Annihilationsortverteilung der Positronen wird anhand der Mittelebenen-Rückprojektion diskutiert. Eine Zusammenstellung der Mittelebenen-Rückprojektionen der Annihilationsortverteilungen ausgewählter Medien und Dichten zeigt die Abbildung 3.9. Diese Darstellung zeigt diese Projektion für Luft sowie die kleinste und größte verfügbare Dichte des Polyurethanschaumstoffs. Die in den Farbplots dargestellten Flächen entsprechen einer realen Ausdehnung von 25cm in vertikaler und 40cm in horizontaler Richtung. Bei allen Experimenten mit Schaumstoffblöcken im bisher beschriebenen Versuchsaufbau betrug die Entfernung  $x_C$  der Positronenquelle vom Zentrum  $C$  des Detektors 21 cm. Sie befindet sich am linken Rand der Mittelebene. Die Rückprojektionen wurden mit den in Anhang A beschriebenen Methoden und Korrekturen berechnet. Die auf diese Weise gewonnenen zweidimensionalen Intensitätsverteilungen wurden auf gleiche maximale Intensität normiert und als Farbplots dargestellt. Der größten Intensität wurde der Wert 256 bzw. die Farbe Rot zugeordnet, der dunkelblaue Hintergrund repräsentiert die Intensität Null.

Während für die Messung mit Luft (kein Schaumstoff im Halter) eine großflächige Verteilung geringer Intensität erhalten wird, ist für die beiden Schaumstoffdichten die Annihilationsortverteilung in der Nähe des Positronenemitters konzentriert. Die in der gesamten Mittelebene niedrige Intensität bei Verwendung von Luft als Meßmedium ist darauf zurückzuführen, daß die Reichweite der Positronen in Luft Maxima annimmt, die deutlich oberhalb von einem

Meter liegen und deshalb sehr viele Positronen den Akzeptanzbereich des PET-Scanners verlassen können. Dadurch wird eine nur geringe Anzahl von Ereignissen registriert. Die Zahl der Annihilationsereignisse nimmt auch hier mit zunehmender Entfernung von der Quelle ab. Der Fleck großer Intensität am linken Bildrand ist auf die Annihilationen in der Positronenquelle und im Quellenhalter zurückzuführen. Die Annihilationsquanten eines Teils der darin stattfindenden Annihilationen erfahren Streuprozesse und tragen danach auch zur Intensität von der Quelle weiter entfernter Bereiche der Mittelebene bei (Streukoinzidenzen, siehe Anhang C).



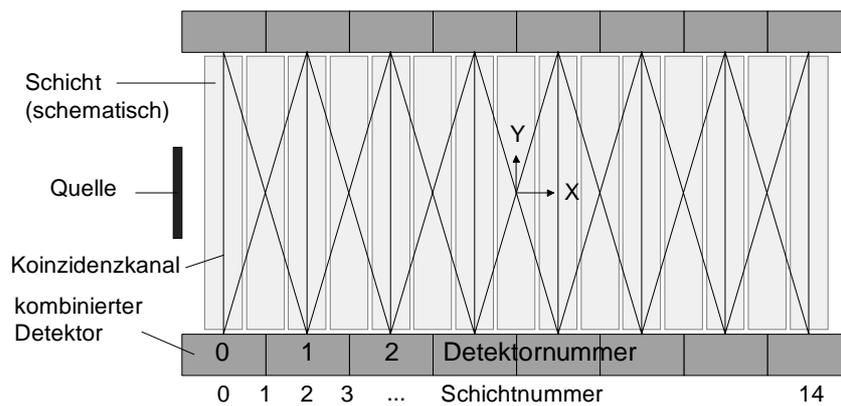
**Abbildung 3.9: Mittelebenen-Rückprojektionen der Annihilationsortverteilungen in Luft und Schaumstoffen aus Polyurethan**

Wird ein Schaumstoffblock auf den Polyacrylhalter gelegt, so konzentrieren sich die Annihilationsorte im Akzeptanzbereich des Detektorsystems. Wird die Dichte des Polyurethanschaumstoffes erhöht, so nimmt die räumliche Ausdehnung der Annihilationsortverteilung ab. Die räumliche Größe der rückprojizierten Annihilationsortverteilung liegt für die kleine Schaumstoffdichte in Abb. 3.9 im Bereich von bis zu 15 cm, bei der größeren Dichte werden noch etwa 10 cm erreicht. Diese Dimension entspricht den Größenvorstellungen, die mit Hilfe des Simu-

lationsprogrammes für diesen Dichtebereich ermittelt wurden. Der Beitrag von Annihilationsereignissen in der Quelle und im Quellenhalter, deren Annihilationsquanten im Versuchsaufbau gestreut werden (Streukoinzidenzen), nimmt im Vergleich zum Beitrag der Annihilationsereignisse in den Modellmedien ab.

### 3.4.2 Verteilung der Zählraten für einfache Detektoranordnungen

Im nächsten Schritt soll das prinzipielle Verhalten der Zählrate einfacher Detektoren in Abhängigkeit von der Entfernung des Detektorsystems von der Positronenquelle betrachtet werden. Zur Simulation einfacher Detektoranordnungen anhand des vorliegenden Histogramm-Datensatzes werden übereinander liegende Detektorkristalle zu einem neuen Detektor gruppiert. Die zugrundeliegende Verfahrensweise wurde im Abschnitt 3.2.2 vorgestellt.



**Abbildung 3.10: Bildung und Numerierung direkter und direkt benachbarter Koinzidenzkanäle, Zuordnung der Koinzidenzkanäle zu Schichten (Draufsicht)**

Zunächst erfolgte dabei die Gruppierung der Detektorkristalle blockweise, jeweils 8 Kristalle in  $x$ -Richtung wurden zu einem kombinierten Detektor zusammengeschaltet, der damit die Breite eines Blockdetektors hatte. In vertikaler Richtung werden alle Kristalle einbezogen. Bei dieser Gruppierung wird das Signal eines Kombinationsdetektors aus den Koinzidenzereignissen von den vier jeweils übereinanderliegenden Blockdetektoren, also von insgesamt 256 Kristallen gebildet. Die ursprünglich nach 32 Zeilen und 64 Spalten adressierbare Kristallmatrix eines Detektorkopfes wird so durch Zusammenfassen von Spalten in acht neue Spalten unterteilt (siehe auch Abbildung 3.7). Im folgenden Text werden als Koinzidenzen immer nur diejenigen Koinzidenzen betrachtet, die zwischen neu definierten Detektoren – die aus Kombinationen der Kristalle des Detektorkopfes gebildet werden – auftreten. Zunächst werden dabei nur Koinzidenzen zwischen direkt gegenüberliegenden Spaltendetektoren und den benachbart gegenüberliegenden Detektoren betrachtet.

Diese Koinzidenzen lassen sich in insgesamt 15 Koinzidenzkanäle gruppieren, davon beinhalten acht Kanäle die Beiträge aus den direkten Koinzidenzen und die weiteren sieben Kanäle die Beiträge aus den Koinzidenzen zwischen Detektorspalten der direkt benachbart gegenüberliegenden Detektoren (Abbildung 3.10). Werden die Detektoren mit Null beginnend von der Positronenquelle aus nummeriert, so ergibt sich die Nummer des Koinzidenzkanals, die Schichtennummer, aus der Summe der Detektornummern involvierter Detektoren. Der Begriff Schichtennummer rührt daher, daß die in einem Koinzidenzkanal registrierten Ereignisse einer Schicht

des Akzeptanzvolumens zugeordnet werden. Die Breite dieser Schichten (in  $x$ -Richtung) beträgt die Hälfte der Breite eines kombinierten Detektors. In diesem Modell wird vernachlässigt, daß durch Streuung der Gammaquanten auch außerhalb der Schicht stattfindende Annihilationen zum Signal der Schicht beitragen können und daß die Nachweiswahrscheinlichkeit eines Ereignisses von dessen Ort abhängt. Die Zahl der in einer Schicht registrierten Koinzidenzen  $N_k$  wird dem Schnittpunkt  $x_k$  der Ereignislinien (Line of Response, LOR) des Detektorpaares mit der Mittelebene zugeordnet, die sich als Verbindungslinie der beteiligten kombinierten Detektoren  $i$  und  $j$  ergeben (siehe Gl.(3.4)). Praktisch wird die Position des Schnittpunktes durch eine mit der Ereigniszahl gewichtete Mittelung der Schnittpunkte der LOR's der summierten Koinzidenzkanäle bestimmt.

Das Verhalten der in den auf diese Weise definierten Koinzidenzkanälen registrierten Ereigniszahlen wird im folgenden Text diskutiert. Die Messungen erfolgten mit unterschiedlichen Randbedingungen. Die nachfolgend betrachtete Auswahl von Meßreihen ist in Tabelle 3.6 zusammengestellt. Dabei wurden jeweils alle verfügbaren Dichtewerte untersucht.

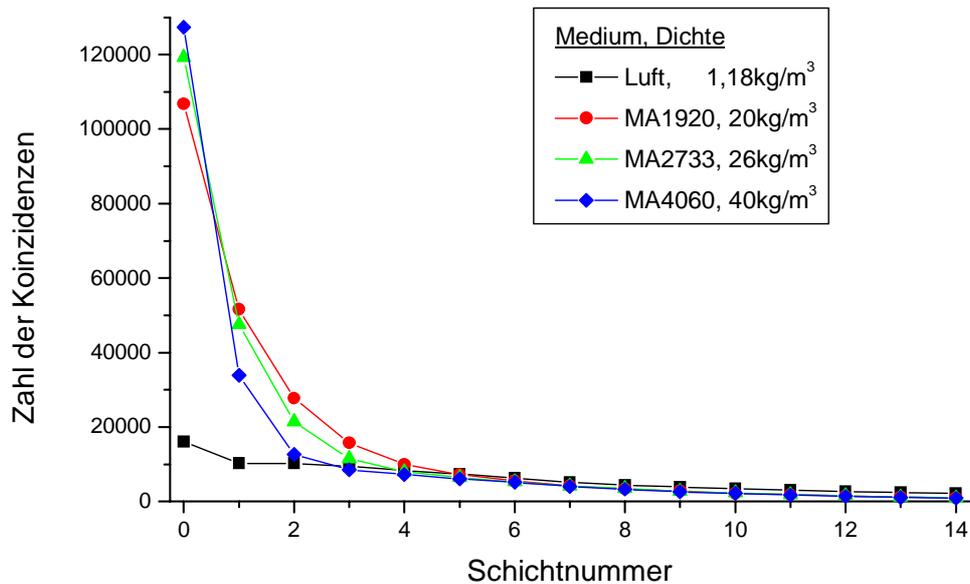
**Tabelle 3.6 Randbedingungen der Meßreihen. Der Zeitpunkt  $t_M$  der Meßreihe gibt die Verzögerung gegenüber der ersten Meßreihe an, die zu einem Abklingen der Aktivität der Quelle führt. Die Meßzeit betrug einheitlich 300 Sekunden.**

Meßreihe	Zeitpunkt $t_M$ / h	Bemerkung	
A	4,4	keine zusätzlichen Maßnahmen	
B	0	Stahlwände beiderseits des Mediums	
C	1,0	Absorber auf der Quellenoberfläche	Aluminiumfolie 0,1 mm
D	1,5		Kupferfolie 0,15 mm
E	3,3		Nickelfolie 0,2mm

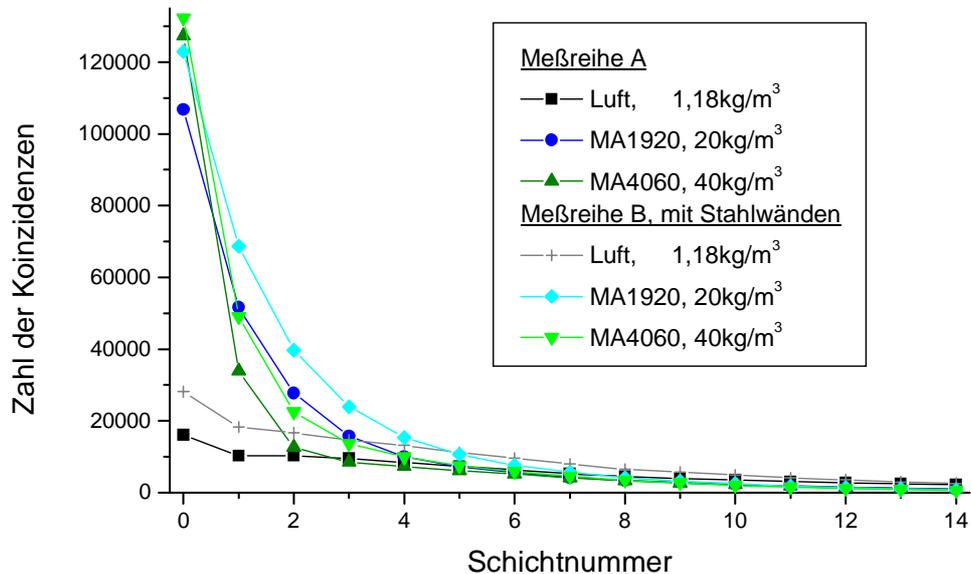
In den Versuchsreihen C-E wird die Wirkung dünner Absorber auf der Oberfläche des Positronenemitters untersucht. Versuch B soll die Effekte aufzeigen, die durch die Streuung der Annihilationsstrahlung in Wänden von Behältern etc. hervorgerufen werden. Als Referenz dient Experiment A, bei dem außer der Emission der Positronen in die Schaumstoffe keinerlei zusätzliche Effekte einfließen. Der Datensatz zu Experiment A wurde bereits in der Mittelebenen-Rückprojektion in Abbildung 3.9 verwendet.

In den Abbildungen 3.11 bis 3.14 wird für die genannten Meßreihen die Zahl der für die Koinzidenzkanäle (Schichten) ermittelten koinzidenten Ereignisse dargestellt. Für die genannten Darstellungen wurden an den Ereignisdaten keine zusätzlichen Korrekturen angebracht, dargestellt sind die in den Experimenten gemessenen Koinzidenzzahlen. Wie in Abbildung 3.10 definiert, tragen zu den Schichten mit ungerader Nummer jeweils 2 Detektorpaare bei. Um alle Schichten vergleichen zu können, müssen deshalb die im Ergebnis der Summierung gemäß Gl.(3.4) erhaltenen Koinzidenzzahlen für diese Schichten halbiert werden. Die Meßzeit beträgt einheitlich 300s, in der Legende der Darstellungen sind die Bezeichnungen der verwendeten Meßmedien (Schaumstoffe oder Luft) und deren Dichten angegeben, vergleiche Tabelle B.2 auf Seite 146. Abbildung 3.11 zeigt, daß bei Änderung der Mediendichte ein zu den Veränderungen in den Mittelebenen-Rückprojektionen analoges Verhalten beobachtet wird: Während

für Luft nur sehr wenige Annihilationsereignisse gezählt werden, konzentriert sich die Annihilationsortverteilung bei Messungen an den Schaumstoffen mit zunehmender Dichte immer mehr in Quellennähe.



**Abbildung 3.11: Abhängigkeit der registrierten Koinzidenzen von der Dichte des Meßmediums, für eine Gruppierung von jeweils acht Kristallen in horizontaler und 32 (allen) Kristallen in vertikaler Richtung (siehe Abb. 3.10) Meßzeit: 300s**



**Abbildung 3.12: Abhängigkeit der registrierten Koinzidenzen von der Anwesenheit zusätzlicher Streumaterialien (Stahlwände), für eine Gruppierung von jeweils acht Kristallen in horizontaler und allen Kristalle in vertikaler Richtung**

In Abbildung 3.12 sind die Veränderungen in der Ereignisverteilung beim Einsatz von Stahlwänden als zusätzliche Streu- und Absorptionsmedien für die Annihilationsquanten dargestellt. Gegenüber der Versuchsreihe A verläuft die Abnahme der Zählrate bei zunehmender

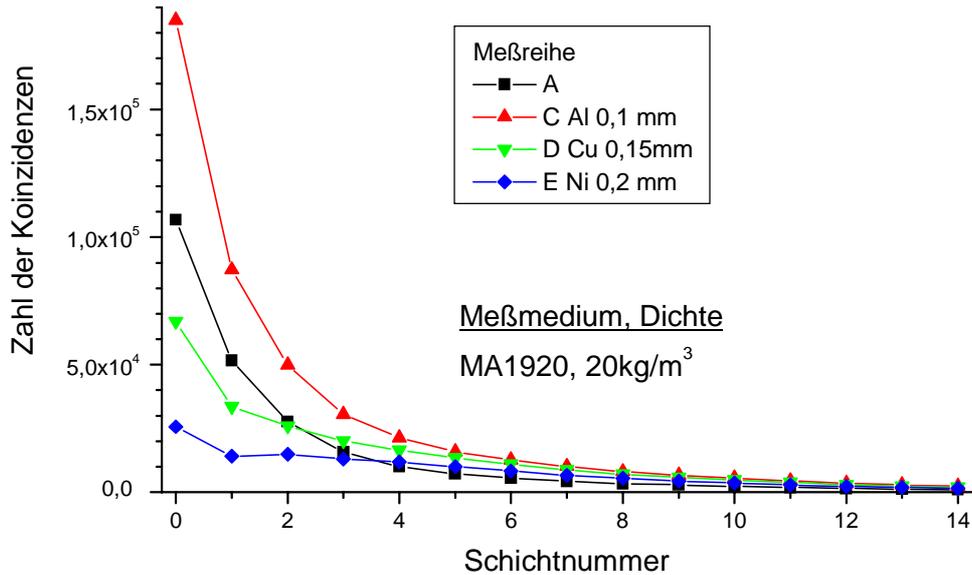
Schichtnummer mit einer geringeren Steilheit. Diese geringere Steilheit ist auf den wachsenden Anteil registrierter Streukoinzidenzen zurückzuführen. Beim Durchgang durch die Stahlplatten wird ein Teil der Gammaquanten in den Metallplatten schwach gestreut. Dabei ist der neben der Richtungsänderung erfahrene Energieverlust noch gering, das betreffende  $\gamma$ -Quant wird von der Detektorelektronik nicht zurückgewiesen. Dadurch wird eine fehlerhafte Richtungsinformation ermittelt, die zu einer Verschmierung der gemessenen Zählratenverteilung führt.

Die Ereigniszahlen der Meßreihen A und B sind in etwa vergleichbar, dies wird zufällig durch die unterschiedlichen Zeitpunkte der Messungen hervorgerufen. Die Gesamtdicke der Stahlwände beträgt 2 cm. Der Schwächungskoeffizient für Gammastrahlung der Energie 511 keV in der Stahlwand beträgt nach [Berg88]  $\mu = 0,65 \text{ cm}^{-1}$ . Für eine Wegstrecke von 2 cm würde die registrierte Gammaintensität dadurch auf das 0,27-fache reduziert werden. Definitionsgemäß gibt dieser Wert der Intensitätsschwächung jedoch den Anteil der Gammaquanten eines dünnen Strahles an, der nach Durchgang durch das Streumedium nicht abgelenkt wurde. Da jedoch auch einige der gestreuten Annihilationsquanten von echten Koinzidenzen nicht unterscheidbar als Streukoinzidenz registriert werden, tragen diese ebenfalls zur Zahl der registrierten Ereignisse bei. Dieses Verhalten kann durch Annahme eines Aufbaufaktors beschrieben werden. Dadurch liegen die Ereigniszahlen für Meßreihe B auf ähnlichem Niveau wie diejenigen des Meßreihe A, obwohl durch die zeitliche Verschiebung zwischen den Messungen die Aktivität der Positronenquelle auf das 0,37-fache der Aktivität zum Zeitpunkt der Messung für Meßreihe B abgeklungen war.

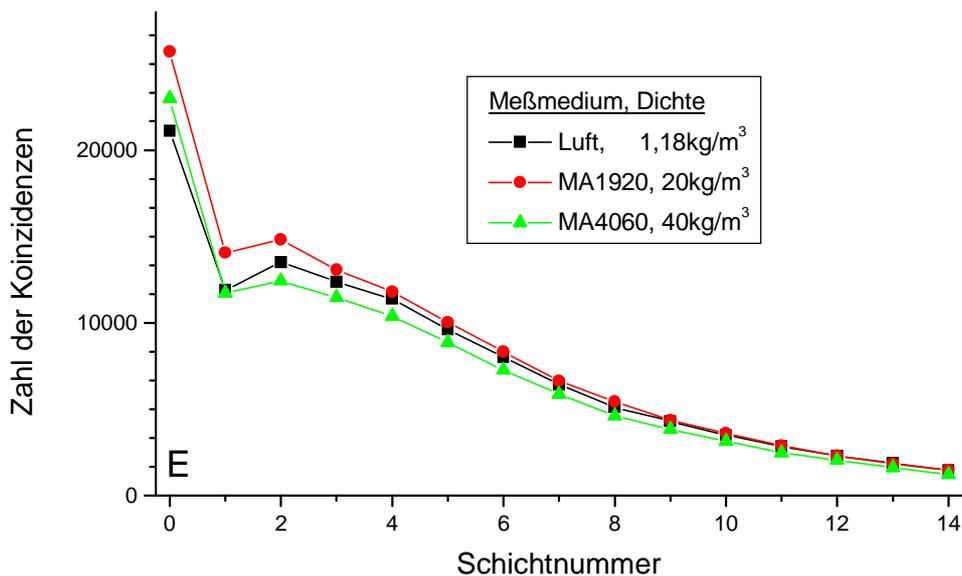
Die Abbildung 3.13 zeigt das Verhalten bei Anwesenheit eines zusätzlichen Absorbers auf der Oberfläche des Positronenemitters, für gleichbleibende Dichte des Meßmediums. Für die Versuche mit Schaumstoffen sind praktisch keine Veränderungen der Form des Kurvenverlaufs gegenüber Versuchsreihe A (ohne zusätzliche Absorber) zu verzeichnen. Mit zunehmender Absorberwirkung gehen die registrierten Zählraten stark zurück. Dadurch konzentriert sich das Gebiet, aus dem eine Information über die Dichte des Meßmediums extrahiert werden kann, zunehmend auf wenige Schichten in der Nähe der Positronenquelle.

In größerer Entfernung von der Positronenquelle nimmt die Ereignisrate auf sehr niedrigem Niveau langsam weiter ab. Dies wird durch den Energieverlust der Positronen im Absorber verursacht, der eine Verschiebung des Energiespektrums zu niedrigeren Energien hin bewirkt. Darüber hinaus kommt ein Teil der Positronen im Absorber zur Annihilation. Werden die Dicke und das Material des Absorbers dahingehend verändert, daß stärkere Energieverluste auftreten, so ist eine Abnahme der Ereigniszahlen im zu untersuchenden Medium zu beobachten, die zudem durch die geringere Energie der Positronen in die Nähe der Quelle rücken. Dabei nimmt die Verteilung der Annihilationen in den einzelnen Schichten mit zunehmender Absorberwirkung immer mehr diejenige Form an, die auch bei Luft vorliegt. Für Experiment E nehmen die Ereigniszahlen für die drei betrachteten Dichten nahezu identische Werte an (Abbildung 3.14). Das lokale Minimum für Schicht 1 in dieser Darstellung ist auf den bisherigen Verzicht auf die Korrektur der unterschiedlichen Nachweiswahrscheinlichkeit der Koinzidenzkanäle entsprechend Abschnitt 3.2.1 zurückzuführen. Durch den geringen Unterschied der Kurven in Abb. 3.14 wird die Annahme gestützt, daß die für Luft in der Nähe der Quelle

gemessenen Annihilationsereignisse im wesentlichen auf die Messung von Streukoinzidenzen von Annihilationen in Quelle und Quellenhalter sowie von zufälligen Koinzidenzen zurückzuführen ist.



**Abbildung 3.13: Abhängigkeit der registrierten Koinzidenzen von der Anwesenheit eines Absorbers zwischen Positronenquelle und Meßmedium, Konfiguration wie in Abb. 3.11**



**Abbildung 3.14: Abhängigkeit der registrierten Koinzidenzen von der Schichtnummer für Versuchsreihe E, Konfiguration wie in Abb. 3.11**

Die in Kapitel 2.4 vorausgesagten Abhängigkeiten werden prinzipiell bestätigt. Dies gilt insbesondere für das Verhalten bei Variation der Dichte (siehe Abbildung 2.25 auf Seite 46) und bei

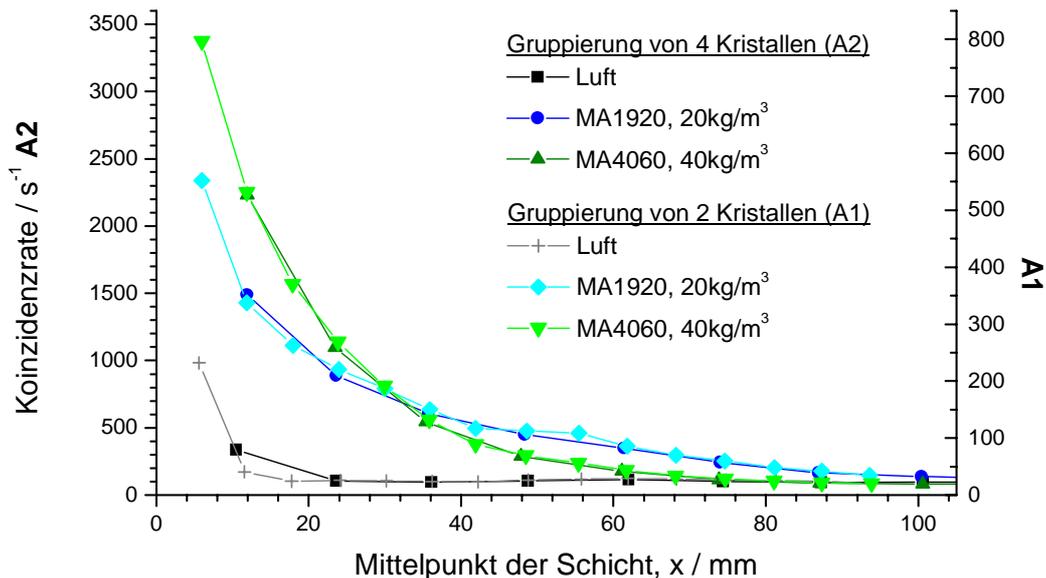
Vorhandensein von Absorbern zwischen Positronenquelle und zu untersuchendem Medium und dessen Variation (Abbildung 2.27 auf Seite 48). Eine Vergleichbarkeit von gemessenen und berechneten Ereigniszahlen ist jedoch nur eingeschränkt möglich, da das Simulationsprogramm den Beitrag der Streukoinzidenzen und zufälliger Koinzidenzen nicht berücksichtigen kann. Ein weiterer Grund besteht in der Tatsache, daß eine exakte Aktivitätsbestimmung der Positronenquelle und aller Nuklidanteile nicht durchgeführt werden konnte, da ein im erforderlichen Aktivitätsbereich arbeitendes  $\gamma$ -Spektrometer nicht zur Verfügung stand. Für den Vergleich der korrigierten Meßdaten mit Rechnungsergebnissen wird auf Abbildung 3.18 verwiesen. Für die weitere Analyse der gemessenen Daten sind folgende Schlußfolgerungen zu ziehen:

- Der für die Auswertung interessante Datenbereich erstreckt sich nicht über den gesamten Akzeptanzbereich des Doppelkopf-Scanners, von Interesse ist nur der dem Positronenemitter zugewandte Teil des Akzeptanzbereiches (Bereich negativer  $x$ -Werte in Abb. 3.5). Die Auswertung wird daher auf diesen Teil begrenzt.
- Der zu untersuchende Bereich muß feiner unterteilt werden.
- Die Nachweiswahrscheinlichkeiten der Koinzidenzkanäle müssen korrigiert werden. Diese Korrektur erfolgt ausgehend von der Geometrie des Scanners, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben. Desweiteren ist eine Korrektur der abnehmenden Aktivität der Quelle anhand des Meßzeitpunktes erforderlich.

Zur Gruppierung der Detektorkristalle wurde die Benutzung jeweils aller im Detektorkopf übereinanderliegender Kristalle beibehalten. Um den nun betrachteten Teil des Akzeptanzbereiches feiner zu unterteilen, wurden in horizontaler Richtung jetzt nur 2 oder 4 Kristalle zusammengefaßt. Dadurch wird die Breite der korrespondierenden Schichten verringert. Durch die damit verbundene Einengung des pro Koinzidenzkanal überstrichenen Raumwinkels fällt bei Verkleinerung der Detektorbreite die Zählrate in den Kanälen stark ab, da ein Großteil der zur Verfügung stehenden Koinzidenzen verworfen wird. Dies führt beispielsweise beim Übergang von 4 zu 2 Kristallen zu einer Reduktion der Koinzidenzraten auf etwa 25%, siehe Abbildung 3.15.

Für die Abbildung 3.15 wurden Daten der Meßreihe A verwendet. Die Gruppierung mit einer Breite von 4 Kristallen erhält die Bezeichnung A2, die mit der Breite von 2 Kristallen die Bezeichnung A1. Auf der Abszisse ist in dieser Abbildung nicht mehr die Schichtnummer, sondern der Mittelpunkt der entsprechenden Schicht aufgetragen. Er ergibt sich als arithmetischer Mittelwert der  $x$ -Positionen der beitragenden Einzelkristalle, zu dem noch die Position der Positronenquelle  $x_C$  addiert wurde, um positive Entfernungen der betrachteten Schicht von der Positronenquelle zu erhalten. Eine weitere Änderung in dieser Abbildung gegenüber Abbildung 3.11 besteht im Übergang zur Darstellung der Koinzidenzrate, um den Einfluß der Meßzeit zu eliminieren. Zusätzlich werden nachfolgend die unterschiedlichen Nachweiswahrscheinlichkeiten der Koinzidenzkanäle nach Abschnitt 3.2.1 korrigiert, alle Angaben zu Koinzidenzraten sind auf die Anfangsaktivität der Titanquelle normiert. Dies wurde wegen der Dauer der Messungen erforderlich, um den Verlauf der Zählraten verschiedener Experimente besser vergleichen zu können. Da die in Abbildung 3.15 dargestellten Messungen etwa 11 Stunden nach Bestrahlungsende stattfanden und die Meßzeit 300s betrug, können die in den Koinzidenzkanälen vorliegenden Ereigniszahlen aus den in Abbildung 3.15 dargestellten Koin-

zidenzraten durch Multiplikation mit dem Faktor 25 berechnet werden. Wie in Abbildung 3.10 definiert, tragen zu den Schichten mit ungerader Nummer jeweils 2 Koinzidenzkanäle bei. Für die Abbildung 3.15 wurden alle dargestellten Meßpunkte auf eine einheitliche Nachweiswahrscheinlichkeit in allen Schichten korrigiert. Die in den Schichten mit ungerader Nummer abgetragenen Ereigniszahlen sind daher zur Berechnung der Zahl tatsächlich registrierter Koinzidenzen zu verdoppeln (Erläuterungen zu dieser Korrektur siehe auch Seite 70).



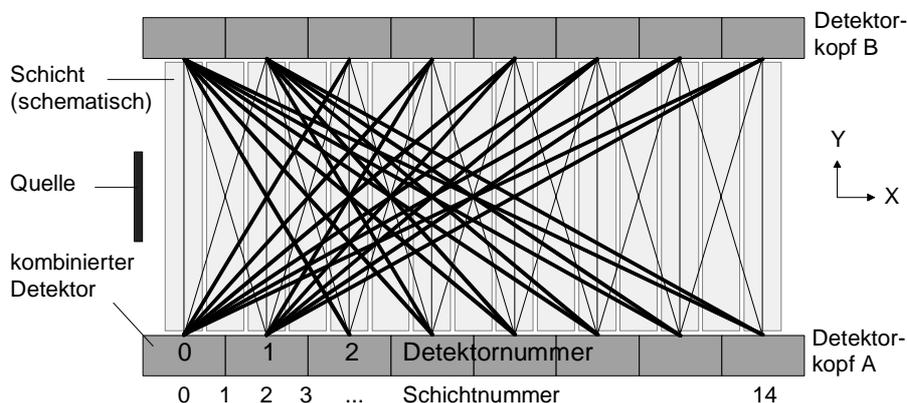
**Abbildung 3.15: Korrigierte Ereignisraten in Abhängigkeit von der Entfernung von der Quelle bei Änderung der Breite der kombinierten Detektoren auf 4 Kristalle (A2, linke Ordinate) bzw. 2 Kristalle (A1, rechte Ordinate), Meßreihe A**

Damit ergibt sich für die Ereigniszahl in der ersten Schicht gegenüber der Ereigniszahl in Abbildung 3.11 eine Abnahme auf 15% für die Darstellung A1 bzw. 42% für A2. Die Reduktion der Ereigniszahlen wird dadurch hervorgerufen, daß bei der Verringerung der Schichtbreite sowohl das Volumen des Akzeptanzgebietes, aus dem Annihilationen zum Signal der Detektoren beitragen können, als auch der Raumwinkelbereich, unter dem Annihilationsereignisse aus dem Akzeptanzgebiet registriert werden können, verringert werden. Die Darstellung in Abbildung 3.15 erfolgt deshalb mit zwei Ordinatenachsen.

Das abnehmende Verhalten in größerer Entfernung von der Positronenquelle wird von beiden Gruppierungsvarianten in gleicher Weise wiedergegeben, die Kurvenverläufe für A1 und A2 liegen bis auf einen Faktor nahezu übereinander. Andererseits zeigt die Abbildung 3.15 auch, daß im Bereich der ersten Schichten ein steiler Abfall der Ereignisrate erfolgt, so daß eine zu große Detektorbreite zu einer künstlichen Verschmierung des Abklingens, insbesondere in der Nähe der Quelle führt. Daher muß für die Bestimmung eines Parameters, der die Abnahme der Ereignisrate mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle quantifiziert, ein Optimum aus der Breite der Schichten und akzeptierbaren Verlusten in der Zählrate gefunden werden. Dies ist insbesondere deshalb von Bedeutung, weil die Koinzidenzereignisse der Poissonverteilung gehorchen und in weitere Berechnungen ein zufälliger Fehler eingeht, der proportional zur Wurzel der Zahl gemessener Ereignisse ist.

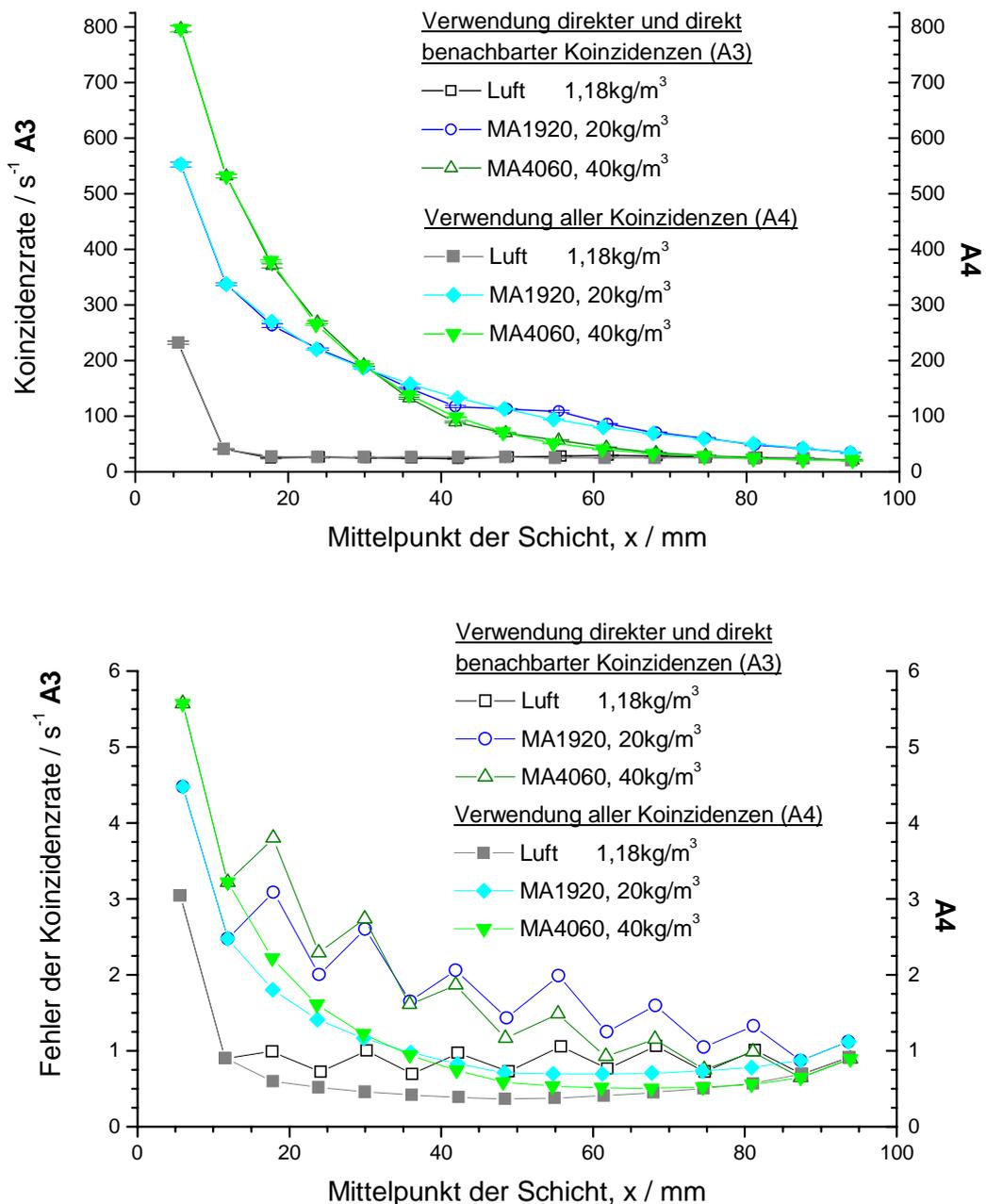
Aus Sicht einer höheren Ortsauflösung wird für das weitere Vorgehen die Variante der kombinierten Detektoren mit der Breite von 2 Kristallen bevorzugt. Bei der Nutzung von 8 kombinierten Detektoren mit einer Breite von jeweils 2 Kristallen werden durch das Detektorsystem Annihilationen in einem ausgehend von der Positronenquelle etwa 10cm ausgedehnten Gebiet erfaßt. Durch die Krümmung der Detektorköpfe beträgt der Abstand gegenüberliegender Detektoren verschiedener Detektorköpfe minimal 69cm (für das Paar kombinierter Detektoren mit dem Index 0). Die Ausdehnung der Annihilationsortverteilung liegt bei den Experimenten mit Schaumstoffen im Bereich von 10 Zentimetern (siehe Abbildung 3.15, die Koinzidenzrate nimmt für beide Dichten bis zu einer Entfernung von 10cm von der Quelle auf unter 10% der Rate in Schicht 0 ab). Die Verteilung der Annihilationsorte ist ausgehend von der Positronenquelle annähernd kugelsymmetrisch.

Die Erweiterung der zur Auswertung zugelassenen Koinzidenzen wurde untersucht, um so bei Beibehaltung der Geometrie die zur Auswertung zur Verfügung stehenden Ereigniszahlen erhöhen zu können. Bisher wird ein Großteil der mit dem PET-Scanner registrierten Annihilationsereignisse durch die Beschränkung auf Koinzidenzen zwischen direkt und direkt benachbart gegenüberliegenden Detektoren verworfen. Diese Beschränkung wird aufgehoben, indem nun auch Koinzidenzen zwischen weiter entfernten Detektoren zugelassen werden. Diese Vorgehensweise ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Die hinzugenommenen Koinzidenzkanäle sind für die Detektorpaare 0 und 1 hervorgehoben gezeichnet. Die Verwendung von Koinzidenzen zwischen nicht direkt gegenüberliegenden Detektorpaaren ist dadurch problematisch, daß die Ereignislinien dieser Detektorpaare stärker von der Normalenrichtung der Mittelebene abweichen. Durch die Ortszuordnung eines Annihilationsereignisses zum Schnittpunkt der Ereignislinie mit der Mittelebene sind für Annihilationsortverteilungen großer Ausdehnung Fehler bei der Ortsbestimmung möglich. Bei den Experimenten mit Schaumstoff ist jedoch die Entfernung der Detektorköpfe voneinander wesentlich größer als die maximale Ausdehnung der Verteilung, dadurch liegt der Großteil der Annihilationsorte praktisch in der Mittelebene der Detektoranordnung. Dadurch kann die Mittelebenen-Rückprojektion zur Auswertung herangezogen werden, ebenso ist die Erweiterung der zugelassenen Koinzidenzkanäle auf Kanäle zwischen weiter entfernt gegenüberliegenden kombinierten Detektoren möglich.



**Abbildung 3.16: Erweiterung der zulässigen Koinzidenzkanäle für die Detektoren 0 und 1, hinzugenommene Kanäle sind durch breitere Linien hervorgehoben.**

Für den Fall von Detektoren gleicher Breite schneiden sich die Verbindungslinien der Detektoren an den gleichen Orten der Mittelebene wie im Falle direkt benachbarter Koinzidenzen (Abb. 3.16). Die Hinzunahme weiterer Schichten zur Auswertung ist damit nicht erforderlich, die Ereignisse werden in den bisher vorhandenen 14 Schichten aufsummiert. Die Schichten werden allerdings entsprechend der Zahl beitragender Koinzidenzkanäle unterschiedlich gewichtet. Die Auswirkung der Erweiterung auf den Meßfehler ist in Abb. 3.17 dargestellt.



**Abbildung 3.17: Koinzidenzraten beim Übergang von der Erfassung von Koinzidenzen zwischen nur direkt und direkt benachbart gegenüberliegenden Detektoren (A3) zur Auswertung aller Koinzidenzkanäle (A4). Die untere Darstellung zeigt die dabei erreichte Verringerung des statistischen Fehlers der Koinzidenzrate.**

Die in Abbildung 3.17 dargestellten Meßdaten für eine Verwendung von nur direkten und direkt gegenüberliegenden Koinzidenzen (A3) entsprechen denen in Abbildung 3.15 (Parameter A1). Darüber hinaus sind die Standardabweichungen als statistische Fehler der Zählrate in die Darstellung aufgenommen worden. Diese wurden aus der Zahl der beitragenden Koinzidenzereignisse entsprechend der Poissonstatistik errechnet und sind sowohl in Form von Fehlerbalken in der oberen als auch separat in der unteren Darstellung abgebildet. Die Fehlerbalken sind relativ klein und werden zum Teil von den Symbolen der Meßpunkte verdeckt. In jeder Messung wurden insgesamt etwa  $10^6$  Ereignisse registriert.

Die untere Darstellung zeigt die Änderungen der Fehler. Die Erweiterung der zulässigen Koinzidenzen führt insbesondere bei kleinen Ereigniszahlen wie bei der Messung der Luft zu einer deutlichen Verringerung der zufälligen Fehler der Zählraten. Die Verringerung des statistischen Fehlers ist im Zentrum des Akzeptanzbereiches der Detektoren am wirkungsvollsten, da dort das Maximum der Zahl beteiligter Koinzidenzkanäle erreicht wird. Zusätzlich zur Korrektur der Nachweiswahrscheinlichkeiten der einzelnen Koinzidenzkanäle muß auch hier die bereits beschriebene Korrektur der Zahl beitragender Paare kombinierter Detektoren angewandt werden (siehe auch Seite 70). Im konkreten Fall tragen zu Schicht 7 (bei 48mm) acht Detektorpaare bei. Daher muß diese Schicht entsprechend gewichtet werden. Die Wichtung besteht in der Division durch die Anzahl beitragender Detektorpaare, diese Zahl erreicht in Schicht 7 den Wert 8 und nimmt zum Rande des Akzeptanzbereiches hin in Einerschritten ab. Der Fehler der Randschichten bleibt deshalb unverändert, da dort gegenüber A3 keine zusätzlichen Koinzidenzkanäle beitragen.

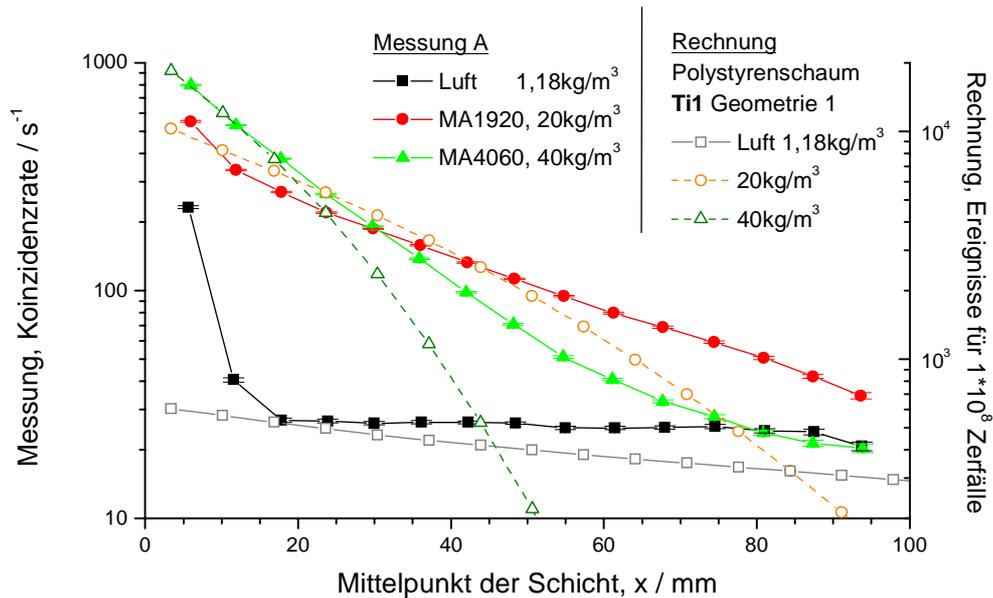
Aus Abbildung 3.17 ist ersichtlich, daß sich die auf beiden Wegen gewonnenen Zählratenverteilungen hinsichtlich des Abklingens der Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Entfernung der betrachteten Schicht von der Positronenquelle praktisch nicht unterscheiden. Die Erweiterung zulässiger Koinzidenzkanäle greift zur Bereitstellung dieser Information jedoch effizienter auf das zur Verfügung stehende Datenmaterial zurück. Der niedrigere statistische Fehler, der auch bei einer verringerten Zahl der registrierten Ereignisse (beispielsweise durch die Aktivitätsabnahme der Quelle oder eine Verkürzung der Meßzeit hervorgerufen) erzielt werden kann, spricht somit für eine Nutzung aller möglichen Koinzidenzkanäle (A4). Deshalb wird in der folgenden Auswertung dieses Schema entsprechend Abbildung 3.16 verwendet.

### *3.4.3 Verfahren zur Dichtebestimmung aus den Zählrateverteilungen*

Werden die Koinzidenzratenverteilungen, die auf dem in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Weg unter Einbeziehung aller möglichen Koinzidenzkanäle erhalten wurden, halblogarithmisch dargestellt, so wird ein nahezu linearer Abfall der Koinzidenzrate beobachtet. Dieses Ergebnis wird in Abbildung 3.18 beispielhaft für einige Dichten der Meßreihe A dargestellt.

Die Koinzidenzrate nimmt daher annähernd exponentiell mit der Entfernung der Schicht von der Positronenquelle ab. Dieses Verhalten wurde auch bei der Auswertung weiterer Meßreihen gefunden. Neben den experimentellen Daten sind in Abb. 3.18 die mit dem Simulationsprogramm erhaltenen Koinzidenzrateverteilungen für zwei Materialdichten eingetragen. Die Skalierung der rechten y-Achse wurde so gewählt, daß dort ebenfalls zwei Größenordnungen des Skalenwertes überstrichen werden. Da sich in der halblogarithmischen Darstellung konstante

Vorfaktoren wie eine Parallelverschiebung der Meßpunkte entlang der Ordinatenachse äußern muß für den Vergleich der Kurvenverläufe nur ein gleiches Verhältnis zwischen minimalem und maximalem Wert in beiden Skalen gewahrt bleiben. Es zeigt sich, daß die prinzipiellen Abhängigkeiten vom Simulationsprogramm richtig berechnet werden, so das exponentielle Abklingen der Koinzidenzrate mit zunehmender Entfernung von der Quelle und die Größenordnung dieser Reduktion in einer Entfernung von bis zu 10cm von der Quelle.



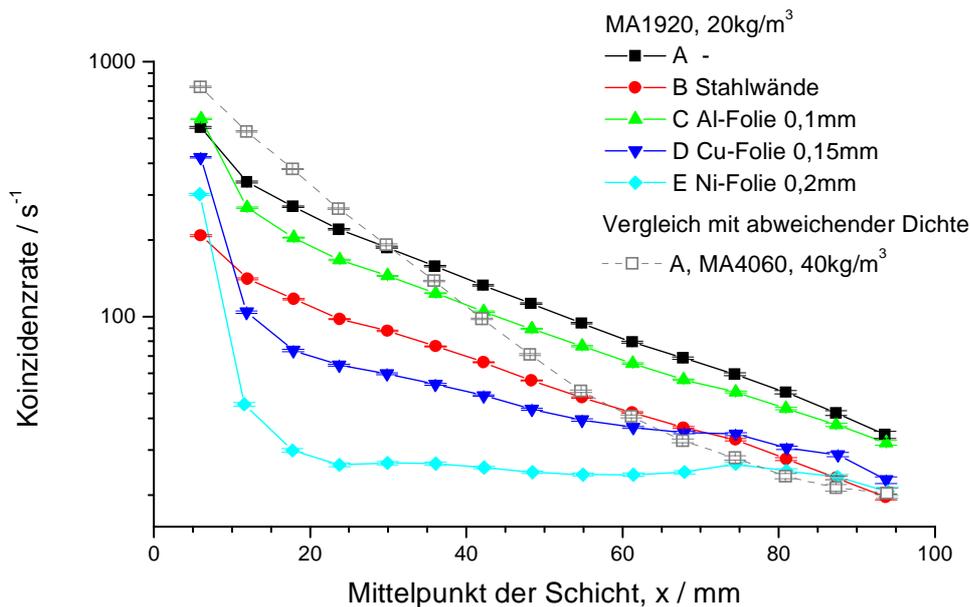
**Abbildung 3.18: Halblogarithmische Darstellung des Verlaufs der Koinzidenzrate in den Schichten bei Nutzung aller Koinzidenzkanäle (Abb. 3.16), Meßreihe A**

Diese Übereinstimmung ist gut für den prinzipiellen Verlauf, jedoch wird in der Simulation eine schnellere Abnahme der Ereigniszahlen mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle berechnet, als im Experiment beobachtet wird. Als Ursache hierfür kommt einerseits in Frage, daß der Simulationscode die Auswirkung von zufälligen Koinzidenzen und Streukoinzidenzen nicht berücksichtigen kann, andererseits besteht auch die Möglichkeit, daß die der Literatur entnommenen Umwegfaktoren für die konkreten Gegebenheiten zu große Werte besitzen. Die Wirkung der Umwegfaktoren besteht in der Verkürzung der von den Positronen zurückgelegten Reichweiten. Die Verkleinerung dieser Faktoren führt zu einer Verschiebung der Abnahme der Ereigniszahlen zu größeren Entfernungen von der Positronenquelle hin. Wie im folgenden Text noch diskutiert wird, läßt sich durch eine Verkleinerung der Umwegfaktoren eine bessere Übereinstimmung zwischen den experimentellen Daten und dem Ergebnis des Simulationscodes herbeiführen (siehe Abb. 3.20).

Die Auswirkungen der Anwesenheit von Absorbern oder Streumaterialien sind exemplarisch für den Polyurethanschaumstoff MA1920 in Abbildung 3.19 dargestellt. Das exponentielle Abfallen der Koinzidenzrate mit zunehmender Entfernung der betrachteten Schicht von der Positronenquelle wird durch die Anwesenheit seitlich angeordneter Streumaterialien (Stahlplatten) praktisch nicht gestört. Der durch Absorption in den Streumaterialien bedingte Zählratenverlust

äußert sich in einer Verschiebung der Meßkurve gegenüber der Ausgangskurve (Meßreihe A) zu kleineren Zählraten. Die Linearität der Meßkurve in der halblogarithmischen Darstellung bleibt erhalten.

Für verschiedene Versuchsbedingungen weicht der erste Meßwert (in Schicht 0) unterschiedlich stark von der Exponentialform ab. Die Ursache für den dort wesentlich höheren Meßwert wird im folgenden Text diskutiert.



**Abbildung 3.19: Halblogarithmische Darstellung der Koinzidenzrate für den PUR-Schaumstoff MA1920, Meßreihen A bis E (vgl. Tabelle 3.6 auf Seite 70)**

Bei Anwesenheit eines Absorbers zwischen Positronenquelle und Meßmedium ist neben dem Zählratenverlust auch eine Veränderung der Steilheit des Abfallens, wie bei einer Variation der Dichte des zu untersuchenden Mediums zu beobachten (Abb. 3.19). Während sich die Meßkurve C für den Einsatz der Aluminiumfolie fast nur durch eine Abnahme der Koinzidenzrate von A unterscheidet, ist für die Meßreihe D mit dem Kupferabsorber zwischen Positronenemitter und Medium hingegen bereits deutlich ein weniger steiler Abfall erkennbar.

In allen Meßreihen mit Absorbern (C-E) ist die Ereignisrate in den einzelnen Schichten reduziert, jedoch ist die Ereigniszahl in der ersten Schicht im Vergleich zu den restlichen Schichten deutlich angehoben. Dies ist auf die Zunahme der Annihilationen im Absorber zurückzuführen. Streukoinzidenzen und zufällige Koinzidenzen aus diesen Annihilationen bewirken die erhöhte Ereignisrate in der ersten Schicht. In von der Quelle weiter entfernter Schichten hingegen ist auch für den Einsatz von Absorbern in der halblogarithmischen Darstellung in Abbildung 3.19 ein linearer Abfall erkennbar. Aufgrund der im Absorber verschobenen Energieverteilung der Positronen wird diese Abnahme der Meßkurven jedoch von einem anderen Exponenten beschrieben.

Die bisher diskutierten Ergebnisse der Experimente zeigen, daß das Verhalten der Koinzidenzraten durch eine exponentielle Abnahme mit zunehmender Entfernung der Schichten von der Positronenquelle beschrieben werden kann. In Abschnitt 2.4.5 wurde bereits dargestellt, daß die exponentielle Abnahme der Annihilationsrate mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle auch aus der Literatur bekannt ist (siehe Seite 45). DERENZO beschreibt den Intensitätsverlauf einer rekonstruierten radialen Aktivitätsverteilung, der bei der Bestimmung der Punktverbreitungsfunktion verschiedener klinisch benutzter Positronenquellen gewonnen wurde, mit einer Kombination zweier Exponentialfunktionen [Dere79]. Dabei überwiegt eine der exponentiell abnehmenden Funktionen. Im Unterschied zu der von DERENZO angegebenen Beschreibung deuten die im Rahmen der vorliegenden Arbeit bestimmten Annihilationsortverteilungen hingegen nicht auf eine Kombination von Exponentialfunktionen mit verschiedenen Schwächungskonstanten hin. Deshalb sollte der Anstieg einer Regressionsgeraden durch die logarithmierten Meßwerte als Parameter für eine kalibrierbare Dichtebestimmung nutzbar sein. Im folgenden wird daher zunächst untersucht, ob die Meßwerte durch die Formel

$$\dot{N}(x) = C \cdot \exp(k \cdot x) \quad (3.5)$$

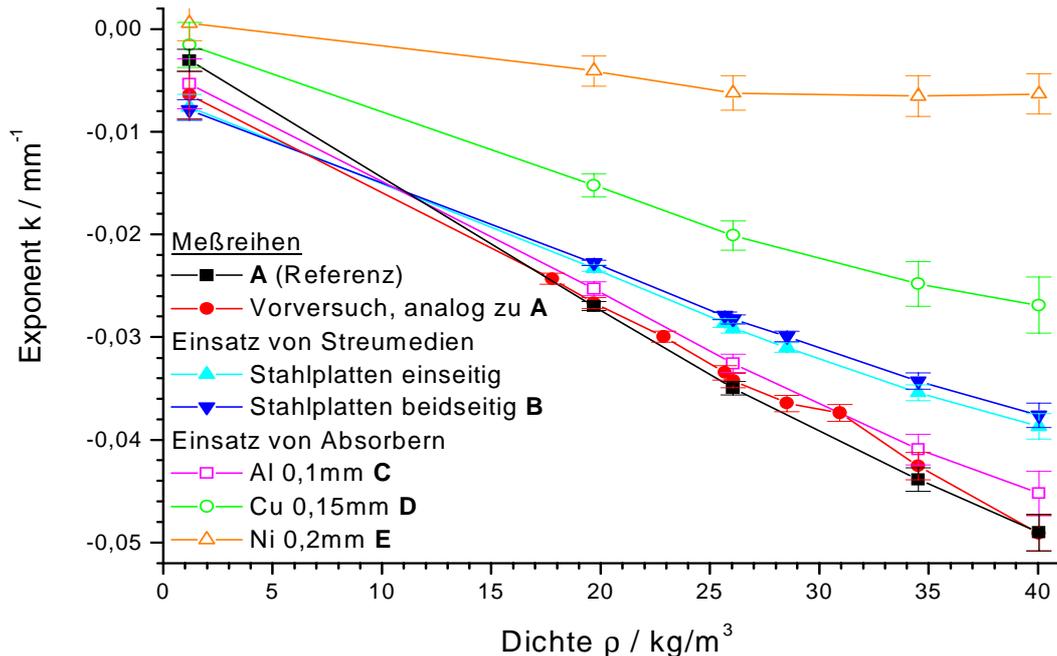
beschrieben werden können. Darin ist  $\dot{N}$  die Koinzidenzrate,  $C$  ein Vorfaktor, in den unter anderem die Aktivität der Quelle eingeht,  $k$  der gesuchte Exponent und  $x$  die Entfernung der betrachteten Schicht von der Positronenquelle. Der Exponent  $k$  nimmt stets negative Werte an. Die Abbildung 3.18 zeigt jedoch, daß dieser Ansatz die Meßdaten nur ungenügend beschreibt. So wird für einige Koinzidenzkanäle in der Nähe der Positronenquelle ein Ansteigen der Zählrate bei Erhöhung der Mediendichte beobachtet, das mit Gl.(3.5) nicht beschrieben werden kann. Der Vorfaktor des Exponentialterms muß dazu mit zunehmender Dichte anwachsen. Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Koinzidenzrate der Detektorschicht 0 von der Mediendichte innerhalb der Meßreihe wurde eine annähernd lineare Zunahme mit zunehmender Dichte festgestellt, die eine Modellierung anhand der Gleichung

$$\dot{N}(x) = C\rho \cdot \exp(k \cdot x) \quad (3.6)$$

nahelegt. Dieser Ansatz ist verständlich, da eine Erhöhung der Mediendichte durch die Verkürzung der Positronenreichweite bei gleichbleibender Quellenaktivität auch eine Erhöhung der maximal möglichen Annihilationsrate in einem festgehaltenen Raumgebiet nach sich ziehen muß. Da die Reichweite umgekehrt proportional zur Zunahme der Dichte abnimmt, ist eine dichte proportionale Zunahme der Annihilationsrate im betrachteten Raumgebiet zu erwarten. Diese Zunahme mit der Dichte ist insbesondere bei kleinen  $x$ -Werten zu beobachten, da für größere Entfernungen der Exponentialterm überwiegt – dort nehmen die Koinzidenzraten ab.

Zur Bestimmung des Exponenten wird folgender Weg beschritten: Die Werte der bisher ermittelten, korrigierten Ereignisraten (Abbildung 3.19) werden logarithmiert. Danach wird, beginnend mit Schicht 1, eine Gerade an die Meßpunkte gefittet. Dieses Vorgehen wird gewählt, da die Schicht Null eine durch die Streukoinzidenzen aus dem Quellenhalter und Absorbern stark erhöhte Koinzidenzrate zählt. Bei der Regression erfolgt eine Wichtung der Beiträge der einzelnen Schichten anhand der statistischen Unsicherheit der Logarithmen der Ereignisraten. Durch Verwendung der logarithmierten Zählraten enthält der Anstieg der Geraden direkt den

gesuchten Exponenten, der Vorfaktor  $C \cdot \rho$  und damit auch die Aktivität der Quelle sind im Offset der Regressionsgeraden enthalten. Eine Übersicht der mit diesem Verfahren berechneten Anstiege der Ausgleichsgeraden für verschiedene Meßreihen und Dichten ist in Abbildung 3.20 dargestellt.



**Abbildung 3.20: Übersicht über die ermittelten Exponenten  $k$  in Abhängigkeit von der Mediendichte, für verschiedene Meßreihen (nach Tabelle 3.6)**

Abbildung 3.20 zeigt, daß für einen Großteil der Meßreihen die Abhängigkeit des ermittelten Exponenten von der Mediendichte in einer betrachteten Meßreihe ähnlich verläuft. Diese Abhängigkeit kann mit dem einfachen linearen Zusammenhang

$$k = a\rho + b \quad (3.7)$$

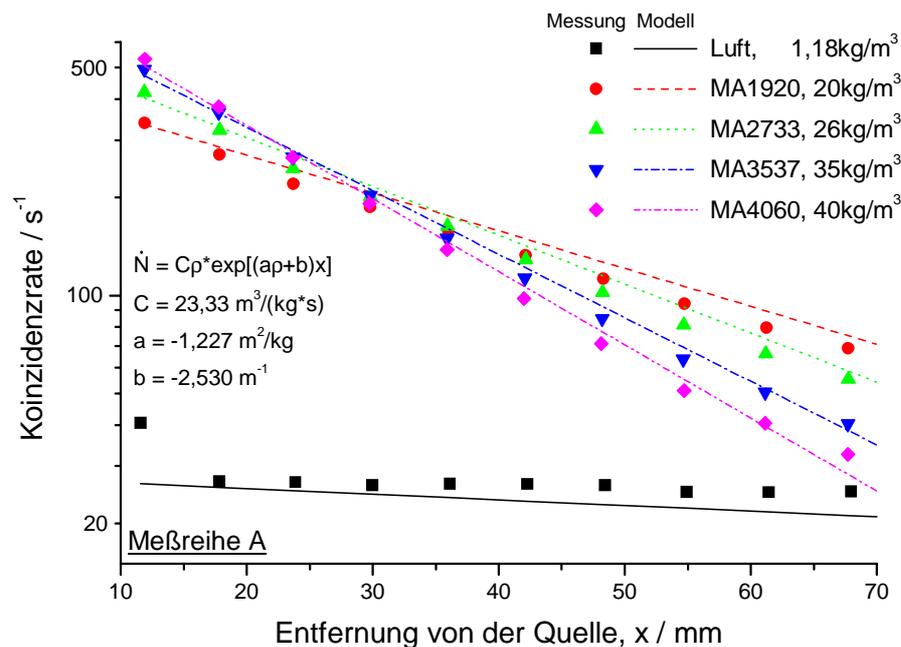
mit  $a$  und  $b$  als zu bestimmenden Parametern beschrieben werden. Dabei nimmt der Exponent mit steigender Dichte des Meßmediums vom Betrag her zu. Die Meßpunkte einiger Versuchsreihen sind in Abbildung 3.20 in einem abfallenden Schlauch konzentriert. Dies betrifft die Meßreihen A (Referenz), Vorversuch und Al-Absorber 0,1mm (C). Es gibt jedoch auch Meßreihen, die von diesem Verlauf sehr stark abweichen. Die Meßreihen mit abweichendem Kurvenverlauf lassen sich anhand der Phänomene wie folgt unterteilen:

1. Absorber: Meßreihen, bei denen Absorber zwischen Positronenquelle und zu untersuchendem Medium zum Einsatz kamen. Bei diesen Meßreihen sind die Beträge der ermittelten Anstiege kleiner als die bei den bisher genannten Meßreihen erreichten Werte. Die Abhängigkeit des Anstieges als Funktion der Mediendichte ist zudem weniger steil. Den Meßreihen dieser Klasse ist gemeinsam, daß die Energieverteilung der Positronen durch die Absorbermaterialien stark modifiziert wird. Diese Meßreihen sind in Abbildung 3.20 mit hohlen Symbolen versehen. Im Falle des 0,2mm starken Nickelbleches hängt der Exponent nur noch schwach von der Dichte ab, diese Abhängigkeit kann faktisch für eine Dichtemessung nicht mehr genutzt werden. Im Falle des dünnen Aluminiumabsorbers, der auch eine

geringe Dichte aufweist, tritt dagegen keine drastische Abweichung von den Meßpunkten ohne Absorber auf. Auch hier ist jedoch der Betrag der ermittelten Anstiege gegenüber der Messung ohne Absorber verringert.

2. Streumediten: Meßreihen, bei denen zwischen dem Schaumstoff und den Detektorköpfen zusätzliche Streumediten (Stahlplatten) eingefügt wurden. Wie aus den im Vorfeld diskutierten Abbildungen hervorgeht, bewirkt die Streuung der Annihilationsquanten in diesen Wänden eine Vergleichmäßigung des Abfalles der Zählrate in Abhängigkeit von der Entfernung der Schicht vom Positronenemitter. Die Streuung führt daher zu geringeren Beträgen des ermittelten Exponenten im gesamten Dichtebereich des Schaumstoffes.

Die Diskussion der in Abbildung 3.20 dargestellten Abhängigkeiten führt zu dem Ergebnis, daß bei einem Einsatz des Meßverfahrens durch technische Maßnahmen Zuständen entgegen gewirkt werden muß, bei denen es zu einer Bedeckung der Positronenquelle mit Flüssigkeitsfilmen kommt. Die Herausbildung von Flüssigkeitsfilmen führt zu Verschiebungen im Energiespektrum der Positronen. Bei der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zur Ableitung eines Anstieges als skalarem Parameter, aus dem (nach Kalibrierung) die Mediendichte ermittelt werden kann, führt diese Energieverschiebung neben der Änderung des genauen Wertes des Parameters auch zu einem Empfindlichkeitsverlust dieses Parameters gegenüber Dichteänderungen. Die Einflüsse der Streuung in Bauteilen einer Apparatur hingegen ändern sich normalerweise im Betrieb nicht und können daher bei einer Kalibrierung in die Parameter eines konkreten Meßaufbaus Eingang finden.



**Abbildung 3.21: Gegenüberstellung experimenteller Koinzidenzraten mit den anhand des Modells berechneten Werten (Gleichung (3.6)), Meßreihe A**

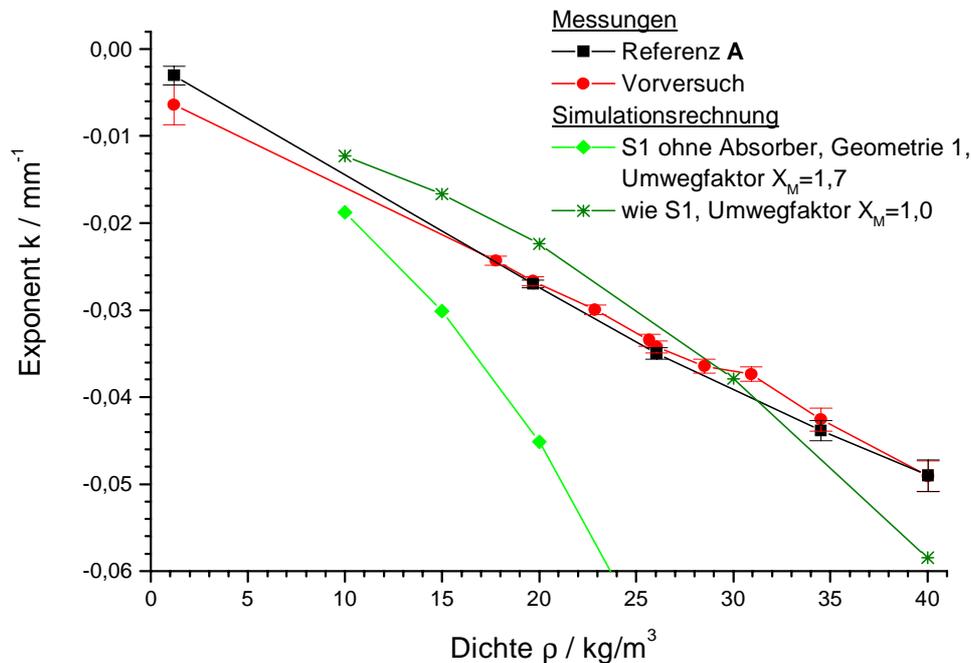
Zur Einschätzung, ob Gleichung (3.6) das experimentell beobachtete Verhalten der Koinzidenzrate richtig wiedergibt, müssen die Meßkurven für mehrere Dichterealisierungen miteinander verglichen werden (Abb. 3.21). Bei der bisherigen Bestimmung des Exponenten als

Anstieg der logarithmierten Koinzidenzrate geht der Vorfaktor  $C \cdot \rho$  des Exponentialterms nicht ein. Dieser Vorfaktor ist nach Logarithmierung im Offset der Geradengleichung enthalten und für die Auswertung einer Einzelmessung jeweils konstant. Daher wurde für mehrere Messungen eine Bestimmung der Parameter von Gleichung (3.6) bzw. Gleichung (3.7) durchgeführt. Dazu wurden mit der Methode der kleinsten Quadrate die Parameter der Gleichung

$$\ln \frac{\dot{N}_i}{\rho} = \ln C + a\rho x_i + bx_i \quad (3.8)$$

angepaßt. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in Abbildung 3.21 für die Daten der Meßreihe A dargestellt. Es kann eine gute Übereinstimmung der experimentellen Werte (einzelne Punkte) mit den anhand des Modells berechneten Werten festgestellt werden. Das Verhalten der Koinzidenzkanäle in unmittelbarer Nähe der Positronenquelle wird ebenfalls richtig wiedergegeben. Bei dieser Darstellung sind die Meßpunkte nicht durch Geradenstücken verbunden: die Verbindungslinien zeigen die Regressionsgeraden für die jeweiligen Dichten.

Nach der Diskussion der experimentellen Ergebnisse wird nun geprüft, ob das in Kapitel 2 beschriebene Simulationsprogramm die Dichteabhängigkeit des Exponenten richtig berechnet. Dazu werden in Abbildung 3.22 experimentelle Daten und Rechnungen für Versuche ohne Absorber und Streumaterialien verglichen.



**Abbildung 3.22: Vergleich der Abhängigkeit von experimentell ermittelten Exponenten  $k$  und von Exponenten aus Simulationsrechnungen von der Mediendichte, für die Meßreihe A (ohne Absorber). Die Ereigniszahlen der Rechnung S1 sind der Abbildung 2.26 entnommen.**

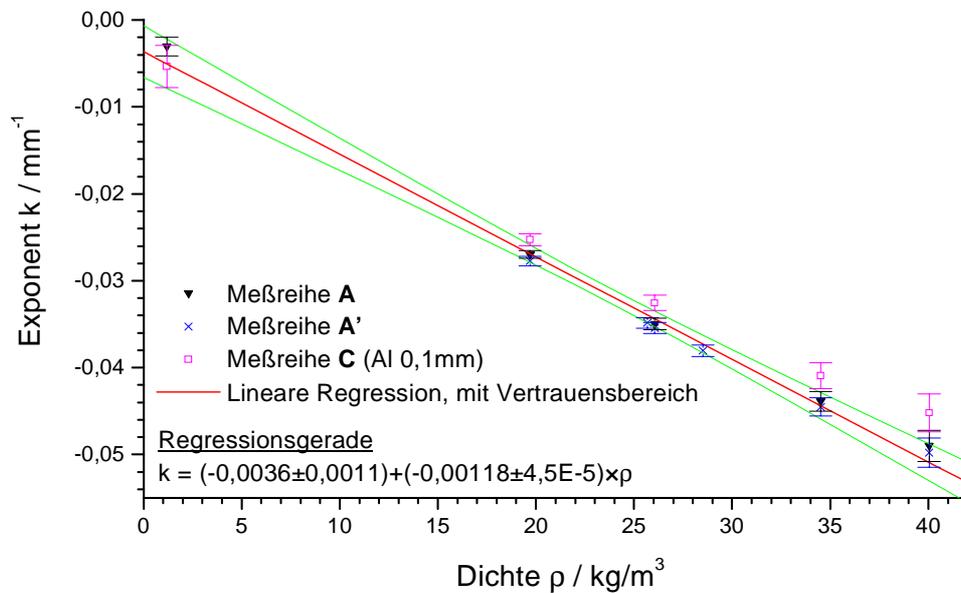
Die experimentelle Daten sind der Abbildung 3.20 entnommen. Die Exponenten für die Simulationsrechnung (S1) wurden aus dem Datenmaterial gewonnen, das der Abbildung 2.26

zugrunde liegt. Dabei wurde auf analoge Weise verfahren wie zur Bestimmung der experimentellen Werte. Im Unterschied zur Vorschrift für die Berechnung des Anstieges aus den experimentell ermittelten Zählraten wurde hierbei jedoch nicht auf die erste Schicht verzichtet, da die Überhöhung des ersten Kanales durch Streukoinzidenzen in der Simulation nicht auftritt. Der ausgewertete  $x$ -Bereich wurde einheitlich auf eine Entfernung bis 10 cm von der Positronenquelle beschränkt.

Wie schon zu Abbildung 3.18 diskutiert, erfolgt die exponentielle Abnahme der in der Simulation ermittelten Ereigniszahlen wesentlich schneller als bei den experimentellen Daten (Kurve S1 in Abb. 3.22). Die mögliche Ursache der Benutzung fehlerhafter (zu großer) Umwegfaktoren wurde mit weiteren Rechnungen geprüft. Dabei wurden die Umwegfaktoren  $X_M$  und  $X_P$  so variiert, daß der die Breite der Gaußverteilung bestimmende, aus beiden Umwegfaktoren gebildete Vorfaktor in Gleichung (2.20) unverändert bleibt. Es zeigt sich, daß speziell mit der Wahl  $X_M = 1$  eine gute Übereinstimmung experimenteller und theoretischer Exponenten erzielt wird (zur Diskussion siehe auch Abschnitt 5.2.3). Wenn eine Kalibrierung des Meßverfahrens nicht möglich ist und stattdessen die für  $X_M = 1$  berechnete Kurve als Kalibrierkurve benutzt wird, wäre im Dichtebereich der Schaumstoffblöcke anhand dieser Kurve für die Messungen ohne Absorber und Streumedium eine Bestimmung der Dichte mit einer Unsicherheit von  $\pm 5 \text{ kg/m}^3$  möglich.

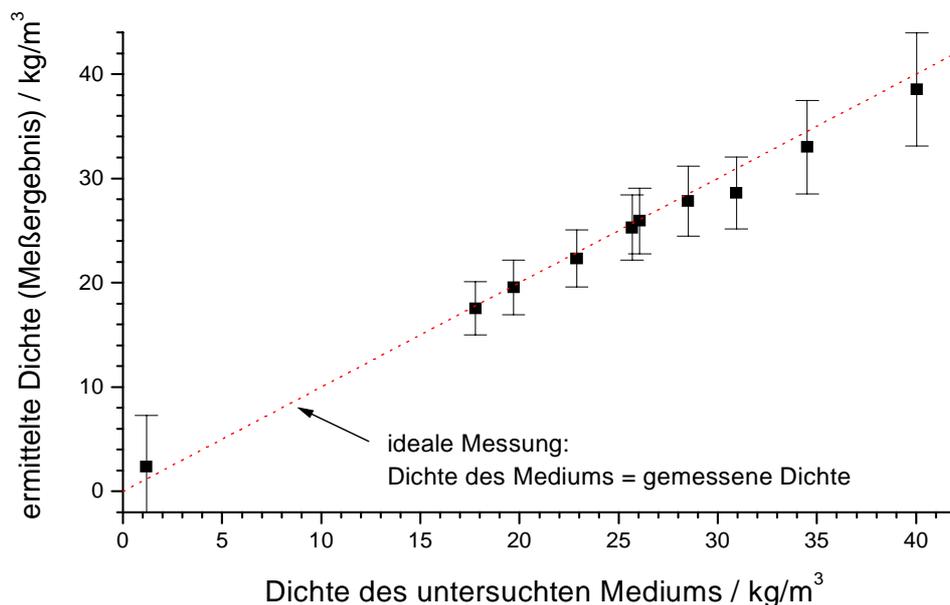
#### 3.4.4 Bestimmung der Mediendichte aus einer Kalibrierkurve

Zur Beurteilung der Möglichkeiten, unbekannte Dichten zu bestimmen, wurde eine Kalibrierkurve aus den Messungen, bei denen weder seitliche Stahlwände noch starke Absorber eingesetzt wurden, erstellt. Ziel dieser Kalibrierung ist es, von einem bekannten Exponenten  $k$  anhand einer linearen Kalibriergleichung entsprechend Gleichung (3.7) auf die Dichte  $\rho$  des Mediums zu schließen.  $a$  und  $b$  sind die zu bestimmenden Parameter der Kalibrierung. Zu diesem Zweck wurde mit den Exponenten der Versuchsreihen A, C und einer Kontrollmessung A', die einer Wiederholung der Meßreihe A entspricht, eine lineare Regression durchgeführt. Dabei wurden die einzelnen Exponenten entsprechend ihres zufälligen Fehlers gewichtet, Werte mit einem großen Fehler gehen weniger stark in die Regression ein [Bevi92]. Die Dichten der Schaumstoffe wurden dabei als exakt bestimmt angenommen. Aus diesen Daten wurden mit dem Programmpaket ORIGIN [Orig4] die Parameter der Regressionsgerade und ihr 95%-Vertrauensbereich bestimmt. Die Regressionsgerade und ihr Vertrauensbereich sind in Abbildung 3.23 zusammen mit den Exponenten der benutzten Versuchsreihen dargestellt. Mit den Parametern der Regressionsgeraden wurden aus den Exponenten einer unabhängigen Meßreihe, die in Abbildung 3.20 mit *Vorversuch* bezeichnet ist, die zugehörigen Dichtewerte ermittelt. Die Daten dieser Meßreihe gehen nicht in die Regression ein. Die Wahl dieser Meßreihe ist dadurch motiviert, daß diese Reihe als Vorversuch zu einem früheren Zeitpunkt aufgenommen wurde. So kann die Aktivität der Positronenquelle in diesem Vorversuch nicht aus der Aktivität bei Aufnahme der Meßreihen A-E berechnet werden, da die  $^{45}\text{Ti}$ -Quelle für diese Meßreihen erneut im Zyklotron aktiviert wurde.



**Abbildung 3.23: Bestimmung der Parameter einer Regressionsgeraden durch die Meßpunkte von Experimenten ohne Absorber zwischen Quelle und Medium**

Die für die Meßreihe *Vorversuch* ermittelten Dichtewerte sind in Abbildung 3.24 der realen Mediendichte gegenübergestellt. Der Fehler der Dichtewerte wurde mit einer Taylorentwicklung abgeschätzt, in die als fehlerbehaftete Größen sowohl die Exponenten als auch die Parameter der Regressionsgeraden nach Abb. 3.23 eingehen. Die statistische Sicherheit der Vertrauensgrenzen der fehlerbehafteten Größen beträgt einheitlich 95%. Bis auf die Dichte der Luft stimmen die auf diese Weise ermittelten Dichtewerte gut mit den tatsächlichen Werten überein. Durch den großen relativen Fehler des Anstieges bei der Luftmessung, der durch



**Abbildung 3.24: Berechnete Dichten für die Meßreihe „Vorversuch“**

wesentlich geringere Ereignisraten hervorgerufen wird, gehen die Meßpunkte für Luft nur mit einer geringen Wichtung in die Regression ein. Die Berechnung der Parameter der Regressionsgeraden wird daher durch die auch zahlreicheren Realisierungen im Bereich der Schaumdichten dominiert. Für die daraus berechneten Werte der Schaumstoffdichte liegt der relative statistische Fehler im Bereich 12% bis 15%. Dies gilt auch für die Dichterealisationen mit Polystyrenschaumstoff. Diese gute Übereinstimmung ist zu erwarten, da der Energieverlust der Positronen in nur geringem Maße von der Elementzusammensetzung des untersuchten Mediums abhängt (siehe Abschnitt 2.2.4).

### 3.4.5 *Schlußfolgerungen*

Die von dem verwendeten PET-Scanner gemessenen Ereigniszahlverteilungen liefern Projektionen der im untersuchten Objekt stattfindenden Annihilationen mit hoher räumlicher Auflösung. Für eine vergleichende Bewertung der unterschiedlichen Koinzidenzkanäle müssen Korrekturen angebracht werden. Die Korrektur der Detektoreffektivität korrigiert den Nachweis mit verschiedenen großen effektiven Flächen der Detektorkristalle und einen unterschiedlichen Abstand der Detektorpaare in verschiedenen Ereigniskanälen.

Eine Möglichkeit der Auswertung besteht in der Visualisierung der Annihilationsortverteilung durch die Rückprojektion der Ereignisse in die Mittelebene zwischen beiden Detektorhälften. Aus der Vielzahl von Koinzidenzkanälen, die vom Scanner bereitgestellt werden, wurden darüber hinaus einfache Detektorsysteme modelliert. Mit Modelldetektoren, die aus Spalten der Kristallmatrix der Detektorköpfe mit der Breite von mehreren Kristallen zusammengesetzt wurden, sind Möglichkeiten zur Realisierung eines Dichtemeßverfahrens untersucht worden. Die Erfahrungen mit dem hochauflösenden PET-Scanner können dabei wie folgt zusammengefaßt werden:

- Zur Bestimmung der Dichte im bisher untersuchten Dichtebereich mit dem Positronenemitter  $^{45}\text{Ti}$  ist es erforderlich, den Verlauf der Ereignisrate in einem Entfernungsbereich bis zu 10 Zentimetern von der Positronenquelle zu bestimmen.
- Die Entfernung eines Detektorpaares von der Positronenquelle wird ausgehend vom Punkt maximaler geometrischer Akzeptanz (dem von beiden Detektoren gleich weit entfernten Punkt der Ereignislinie) des jeweiligen Detektorpaares bestimmt.
- Aus dem exponentiellen Abklingen der Koinzidenzzählraten mit Zunahme dieser Entfernung kann die Dichte des Mediums anhand einer Kalibrierung bestimmt werden.

Die Form der von den Modelldetektoren gemessenen Annihilationsortverteilungen und deren Verhalten bei Änderung der Dichte wurde von dem in Kapitel 2 beschriebenen Simulationsprogramm richtig vorausgesagt. Für Messungen ohne zusätzliche Absorber oder Streuung in Behälterwänden werden vom Simulationsprogramm die exponentiellen Schwächungskoeffizienten mit guter Übereinstimmung vorausgesagt, sofern die Wahl der Umwegfaktoren mit  $X_M = 1$  erfolgt.

Ausgehend von den Meßdaten für die Modelldetektoren wird ein Verfahren zur Bestimmung der Dichte vorgeschlagen, das für eine Beispielmessung auch unbekannte Dichten richtig ermitteln kann. Absorberschichten auf der Quellenoberfläche führen zu einer Abnahme der Dichtesensitivität und haben Einfluß auf die Parameter der Kalibrierung. Absorberschichten

wechselnder Dicke sind daher nicht kalibrierbar. Auch für unterschiedlich starke Streuung in Behälterwänden ist eine Neukalibrierung erforderlich. Im Gegensatz zu den beschriebenen Flüssigkeitsfilmen ist diese Einflußgröße in der Praxis als konstant zu betrachten, eine Kalibrierung ist daher möglich.

Das Verfahren wertet die exponentielle Abnahme der Koinzidenzrate in Abhängigkeit von der Entfernung von der Positronenquelle aus, wobei eine genaue Kenntnis der Aktivität der Quelle nicht erforderlich ist. Der statistische Fehler des Verfahrens hängt jedoch von den konkreten Zählraten ab, bei der Beispielmessung liegen die statistischen Fehler im Bereich unter 15% des Meßwertes.

Mit diesem Ergebnis konnte die prinzipielle Realisierbarkeit des Dichtemeßverfahrens gezeigt werden. Somit wurde eine wesentliche Voraussetzung für den Aufbau einer für die praktische Anwendung des Meßverfahrens optimierten Meßanordnung erfüllt.

## 4 Entwicklung und Aufbau einer optimierten Meßanordnung

### 4.1 Anforderungen an das Meßsystem

#### 4.1.1 Wahl des Detektionsprinzips

Das bisher verwendete Grundprinzip zur Lokalisation der Annihilationsereignisse, die elektronische Kollimation durch den koinzidenten Nachweis der antiparallel emittierten Annihilationsquanten, sollte beibehalten werden. Dies ist auch sinnvoll, da bei der Anwendung mechanischer Kollimatoren eine wesentlich geringere Effektivität des Nachweises zu erwarten ist [Town93]. Bei der Anwendung von Lochkollimatoren aus Blei, Wolfram oder anderen Elementen hoher Ordnungszahl sollen alle  $\gamma$ -Quanten, die nicht aus der Vorzugsrichtung stammen, mit möglichst hoher Wirksamkeit absorbiert werden. Bei der Auslegung der Kollimatoren muß daher oftmals ein Kompromiß zwischen der Empfindlichkeit des Detektorsystems und der erreichbaren Parallelität der Strahlung gefunden werden [Town93].

Die elektronische Kollimation anhand der Koinzidenz zweier Ereignisse hingegen erfordert elektronische Schaltungen, die aus den Meßsignalen einer Detektormatrix die zeitgleichen (koinzidenten) Ereignisse herausfiltern. Dabei gehen die Nachweiswahrscheinlichkeit des Einzeldetektors und die Absorptionsverluste der Gammaquanten auf dem Wege zum Detektor jeweils multiplikativ in die resultierende Nachweiswahrscheinlichkeit ein. Dadurch ergibt sich als ein weiterer Vorteil der elektronischen Kollimation, daß die Korrektur der Absorption der Annihilationsquanten im untersuchten Medium und weiteren Einbauten im Akzeptanzkanal des Detektorpaares vom genauen Ort der Annihilation unabhängig wird. Daher ist eine einfache Kalibrierung der Absorption mit einer Referenzquelle möglich.

#### 4.1.2 Anforderungen an die Detektoren

Zur Realisierung der für den koinzidenten Nachweis erforderlichen Detektorsysteme gibt es mehrere technische Möglichkeiten. Wesentliche Forderungen an die Systeme bestehen in folgenden Eigenschaften:

- Einzelne Gammaquanten der Energie 511 keV sollen mit möglichst großer Nachweiswahrscheinlichkeit detektiert werden.
- Der Detektor sollte eine gute Energieauflösung besitzen, um Photonen, die einen Teil ihrer Energie in Streuprozessen verloren haben, elektronisch unterdrücken zu können.
- Die Detektoren sollten eine gute Koinzidenzzeitauflösung ermöglichen.
- Die Detektoren sollten hohe Zählraten verarbeiten können, da sich aufgrund des exponentiellen Abfalles der Koinzidenzrate mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle ein weiter Wertebereich der Zahl zu registrierender Koinzidenzen ergibt. Die Zahl nichtkoinzidenter Einzelereignisse, die der einzelne Detektor verarbeiten muß, liegt jedoch mitunter ein bis zwei Größenordnungen höher als die Zahl koinzidenter Ereignisse.
- Bei der Gestaltung des Detektoraufbaus sind praktische Aspekte zu berücksichtigen, so sollte speziell der Aufbau der Detektoreinheit eine robuste und wartungsarme Anwendung ermöglichen.

Nachweismethoden für  $\gamma$ -Strahlung wurden bereits in Abschnitt 2.2.6 diskutiert. Aufgrund der hohen Anforderungen an die Zeitauflösung sowie an die Energieauflösung des Nachweises

muß die Umsetzung der  $\gamma$ -Energie möglichst effizient und mit möglichst kurzer Ansprechzeit erfolgen. Ein Vergleich verschiedener Detektionsprinzipien und die Nutzbarkeit dieser Detektoren für den Einsatz in einem PET-Detektorsystem wird in [Pawe95] angegeben. PAWELKE gelangt dabei zu der Einschätzung, daß Szintillationsdetektoren mit anorganischen Festkörperszintillatoren den Anforderungen am besten gerecht werden. Gegenüber anderen Detektorsystemen erlauben die Szintillationsdetektoren einen sehr effizienten Nachweis der Annihilationsquanten.

Die der Detektion zugrundeliegende Eigenschaft der Fluoreszenz der Szintillationsmaterialien ermöglicht durch ihr promptes Ansprechen auf die von außen erfolgte Energiezufuhr die Bestimmung einer genauen Zeitinformation über das Eintreffen des Annihilationsquants. Die Auskopplung der Information erfolgt in Form des Szintillationslichtes. Die Lichtblitze entstehen infolge der energetischen Abregung der bei der Wechselwirkung der primären Strahlungsform in anorganischen Szintillatormaterialien erzeugten Elektron-Loch-Paare oder Exzitonen [Leo87]. Die Wellenlänge der dabei erzeugten Lichtblitze liegt im Bereich oder in der Nähe des Wellenlängenbereiches des sichtbaren Lichtes. Als problematisch erweist sich jedoch die Erfassung des Szintillationslichtes. Dessen Nachweis wird in der Regel mit Sekundärelektronenvervielfachern (SEV, im folgenden Text kürzer mit Photovervielfacher bezeichnet) durchgeführt. Die Nachteile von Photovervielfachern wie geringe Quantenausbeute der Photokathode, große Abmessungen, Empfindlichkeit gegenüber mechanischen Belastungen und Magnetfeldern sowie die zum Betrieb erforderliche Hochspannung hoher Konstanz und Belastbarkeit ermuntern zwar nicht gerade zum Einsatz dieser Technik, jedoch können andere Techniken zum Nachweis des Szintillationslichtes, wie etwa der Einsatz spezieller Photodioden, die Leistungsparameter der Photovervielfacher bei vergleichbaren Kosten offenbar noch nicht erreichen. Alternative Techniken sind jedoch Gegenstand aktueller Entwicklungen [Cher94], [Hama97]. Derzeit wird in kommerziell verfügbaren PET-Scannern nach wie vor hauptsächlich die Kombination BGO-Szintillator-Photovervielfacher zur Ereignisdetektion genutzt [Cher94], [Olli97].

Bei der Neuentwicklung einer Detektoranordnung stellt sich damit die Frage nach dem geeignetsten Szintillatormaterial. Ein Vergleich der zur Gammadetektion nutzbaren Szintillatormaterialien wird ebenfalls in [Pawe95] gegeben. Für die geplante Anwendung sind insbesondere die anorganischen Szintillatoren geeignet, da nur diese die Bedingung einer hohen effektiven Kernladungszahl und großer Dichten erfüllen können. Neben den genannten Eigenschaften sind noch weitere Eigenschaften für die Wahl des Szintillatormaterials ausschlaggebend. Dazu gehören vor allem die Abklingzeit des durch Fluoreszenz und Phosphoreszenz verursachten Szintillationslichtes, aber auch die Lichtausbeute des Materials (der Anteil der deponierten Energie, der als Licht abgegeben wird). Die ebenfalls wichtige Strahlungslänge  $L$  ist eine charakteristische Wechselwirkungstiefe [Leo87]. Beim Erreichen der Tiefe  $L$  ist die Zahl der Photonen, die noch nicht zur Wechselwirkung beitragen, auf  $e^{-1}$  verringert. Eine weitere, für die Handhabung der Materialien wesentliche Eigenschaft ist das hygroskopische Verhalten einiger Materialien. Anorganische Szintillatoren werden in Form geschnittener Einkristalle eingesetzt.

In der Tabelle 4.1 sind diese Kennwerte für die Szintillatormaterialien Thallium-aktiviertes Natriumiodid NaI:Tl, Wismutgermanat  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$  (BGO) und Cer-aktiviertes Lutetiumortho-

silikat  $\text{Lu}_2\text{SiO}_5:\text{Ce}$  (LSO) angegeben. Natriumiodid wird als Standard-Szintillatormaterial in einer Vielzahl von Anwendungen eingesetzt. Sein Hauptvorteil ist die relativ hohe Lichtausbeute. Für PET-Anwendungen wurde es jedoch praktisch vollständig von BGO abgelöst. Grund dafür ist die wesentlich höhere Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der Gammaquanten in BGO durch dessen hohe Ordnungszahl  $Z$ , die eine höhere Nachweiseffektivität zur Folge hat. Gegenüber Natriumiodid sind jedoch die geringere Lichtausbeute und eine relativ lange Nachleuchtdauer des BGO mitunter problematisch. Ein Ergebnis der intensiven Suche nach verbesserten Materialien ist LSO. Dieses Material weist die Nachteile des BGO gegenüber NaI nicht auf, besitzt aber ähnlich hohe Dichte und Ordnungszahl, so daß ein ebenso effektiver Nachweis möglich ist.

**Tabelle 4.1 Eigenschaften von ausgewählten Szintillatormaterialien nach [Cher94] und [Pawe95]**

Eigenschaft	NaI:Tl	BGO	LSO
relative Lichtausbeute	100	13	75
Dichte in $\text{g/cm}^3$	3,67	7,13	7,4
$Z_{\text{eff}}$	51	75	66
Abklingzeit $\tau/\text{ns}$	230	300	12(35%), 42(65%)
Brechungsindex $n$	1,85	2,15	1,82
$\lambda_{\text{max}} / \text{nm}$	415	480	420
hygroskopisch	ja	nein	nein
Strahlungslänge [Leo87] $L / \text{cm}$	2,59	1,12	1,15

BGO ist durch seine Eigenschaften bereits als Standardszintillatormaterial für PET-Anwendungen etabliert und durch vielfältigen Einsatz auch kostengünstig verfügbar. LSO wäre insbesondere bei erhöhten Anforderungen hinsichtlich der zu verarbeitenden Zählraten zu bevorzugen. Solche Anforderungen liegen aber durch die Beschränkung auf Quellenaktivitäten im Bereich der Freigrenze der beschriebenen Materialien (Größenordnung  $< 5\text{MBq}$ ) nicht vor. Ein optimales Verhältnis zwischen Nachweiseffektivität und optischen Verlusten im Kristall ist im Falle der optimalen Kristalltiefe<sup>1</sup> gegeben. Für die optimale Kristalltiefe von BGO wird von verschiedenen Autoren ein Wert von 30mm angegeben [Roge92], [Cher94], [Pawe95].

Im Ergebnis der Untersuchungen am PET-Scanner ist festzustellen, daß ein für Messungen in Medien geringer Dichte optimierter Detektor den koinzidenten Nachweis der Annihilationsereignisse in einem Entfernungsbereich von 10-20cm von der Positronenquelle ermöglichen muß. Der Einsatz kommerziell erhältlicher zweidimensional arbeitender BGO-Blockdetektorsysteme für diesen Zweck ist nicht sinnvoll, da die Information zur Position einer Annihilation lediglich in einer Raumrichtung erforderlich ist und weil zur Auswertung nur die Abhängigkeit der Koinzidenzrate von der Entfernung von der Positronenquelle ermittelt werden muß. Für den avisierten Entfernungsbereich wäre zudem die Beschaffung mehrerer Detektorpaare nötig.

1. Ausdehnung des Kristalls in Nachweisrichtung, d.h. in Richtung des Koinzidenzkanals.

Die Neuentwicklung eines speziellen Blockdetektorsystems scheidet aus Aufwands- und Zeitgründen ebenfalls aus. Daher wird darauf orientiert, das Detektorsystem aus BGO-Einzelkristallen mit direkt angekoppeltem Photovervielfacher aufzubauen.

#### 4.1.3 Überlegungen zu Detektorbreite und Detektordesign

Im Ergebnis der Messungen am PET-Scanner konnte festgestellt werden, daß die Koinzidenzrate, die von gegenüberliegenden Detektoren registriert wird, eine exponentiell abfallende Abhängigkeit von der Entfernung des Akzeptanzbereiches der Detektoren von der Positronenquelle aufweist. Bei Beibehaltung einer konstanten Meßzeit  $t_M$  kann dies auch für die Zahl koinzidenter Ereignisse  $N_i$  formuliert werden. Diese Formulierung erweist sich für die folgenden Überlegungen als praktisch. Der Mittelpunkt der Akzeptanzschicht des  $i$ -ten Detektorpaars sei  $x_{D,i}$ . Ausgehend von Gleichung (3.6) und Gleichung (3.7) wird die Abhängigkeit der Ereigniszahl durch

$$N_i = C_N \cdot \rho \cdot \exp[(a\rho + b)x_{D,i}] \quad (4.1)$$

beschrieben. Die Konstante  $C_N$  entspricht dabei der in Gleichung (3.6) eingeführten Konstanten  $C$ , multipliziert mit der Meßzeit  $t_M$ . Der Exponent  $k = a\rho + b$  nimmt stets negative Werte an. Prinzipiell ist es zur Ermittlung der Dichte ausreichend, die Zählraten zweier Detektorpaare zu kennen. Dazu seien zwei Detektorpaare mit  $i$  und  $j$  bezeichnet, wobei sich das Paar  $j$  weiter von der Quelle entfernt befindet. Dann erhält man für die Dichte den Ausdruck

$$\rho = \frac{1}{(x_{D,i} - x_{D,j}) \cdot a} \cdot \ln \frac{N_i}{N_j} - \frac{b}{a}. \quad (4.2)$$

Zur Optimierung eines Detektorsystems für einen gewünschten Dichtebereich wird eine Untersuchung der Fehler der Dichtebestimmung durchgeführt. Ziel dieser Untersuchung ist es, Aussagen über einen Detektoraufbau zu erhalten, mit dem über einen möglichst großen Meßbereich die Dichte mit einem möglichst geringen Meßfehler bestimmt werden kann. Diese Untersuchungen werden für zwei Detektorpaare zur Bestimmung der Ereignisraten durchgeführt, aus denen nach Gleichung (4.2) die Dichte berechnet werden kann.

In dem zu konzipierenden Detektorsystem sollen jedoch mehr als 2 Detektorpaare enthalten sein. Dadurch soll die statistische Sicherheit der bestimmten Dichte verbessert werden und ein möglichst großer Meßbereich überstrichen werden. Ausgehend von den Erkenntnissen der bisher beschriebenen Versuche hat diese Forderung zur Folge, daß für sehr große Dichten die Meßpunkte in der Nähe des Positronenemitters möglichst dicht liegen müssen. Andererseits sollten für die Bestimmung kleiner Dichten auch in großer Entfernung von der Positronenquelle noch Meßpunkte vorhanden sein, so daß der Einfluß gestreuter Ereignisse von Annihilationen im Material der Quelle und des Quellenhalters gering gehalten wird. Durch diese Forderungen erscheint zunächst der Einsatz einer großen Zahl kleiner Detektoren erforderlich. Jedoch ergibt sich durch den exponentiellen Abfall der Koinzidenzrate das Problem, daß die Unsicherheit der Meßdaten von den weiter entfernten Detektoren stark zunimmt und auf diese Weise die statistische Sicherheit der zu bestimmenden Dichte für kleine Dichtewerte wieder in Frage gestellt wird. Im folgenden Text wird daher die Abhängigkeit der zu erwartenden Meß-

fehler von den Ereigniszahlen  $N$  der Detektoren genauer untersucht. Die Überlegungen hierzu werden für ein aus zwei Detektorpaaren bestehendes Meßsystem ausgeführt. Für den statistischen Fehler einer Dichtemessung nach Gleichung (4.2) erhält man dann nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz den Ausdruck

$$\sigma_{\rho}^2 = \left( \frac{d\rho}{dN_i} \right)^2 \cdot \sigma_{N_i}^2 + \left( \frac{d\rho}{dN_j} \right)^2 \cdot \sigma_{N_j}^2. \quad (4.3)$$

Mit den Ableitungen der Dichte nach den Ereigniszahlen

$$\frac{d\rho}{dN_i} = \frac{1}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \cdot \frac{1}{N_i} \quad \text{bzw.} \quad \frac{d\rho}{dN_j} = -\frac{1}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \cdot \frac{1}{N_j} \quad (4.4)$$

ergibt sich der Fehler der ermittelten Dichte unter Einbeziehung von  $\sigma_N = \sqrt{N}$  zu

$$\sigma_{\rho} = \frac{1}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \cdot \sqrt{\frac{1}{N_i} + \frac{1}{N_j}}. \quad (4.5)$$

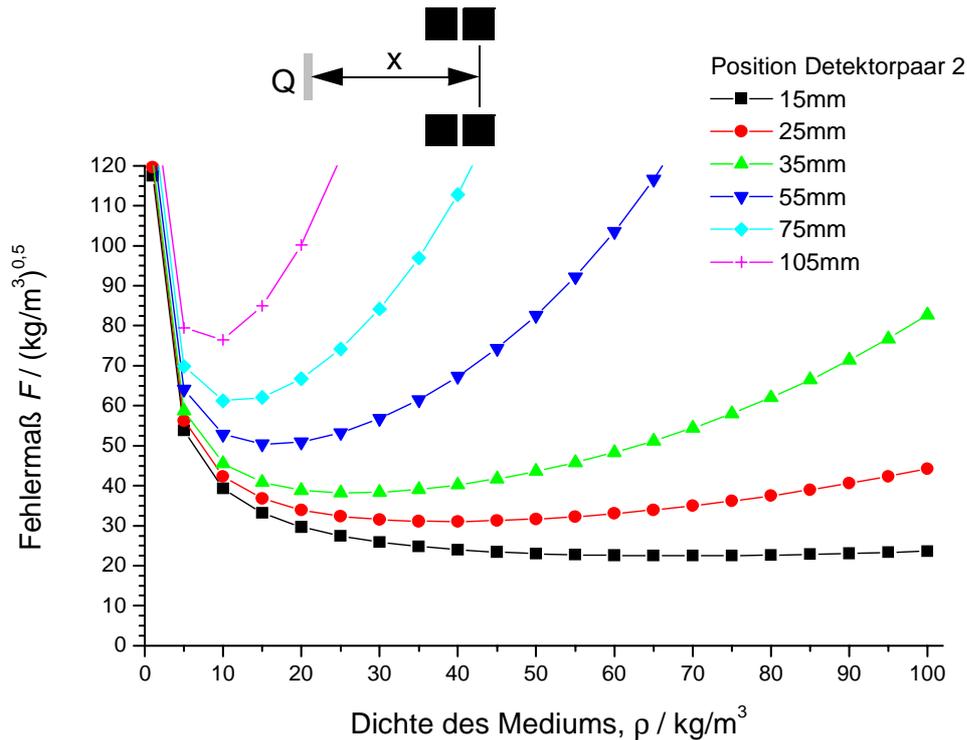
Die Ereigniszahlen der Detektoren werden nun nach Gleichung (4.2) auf der Basis experimentell ermittelter Parameter rekonstruiert. Durch Einsetzen von Gleichung (4.1) in Gleichung (4.5) kann das Fehlermaß

$$F = \sigma_{\rho} \cdot \sqrt{C_N} = \frac{1}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \cdot \sqrt{\frac{e^{-(a\rho + b)x_{D,i}} + e^{-(a\rho + b)x_{D,j}}}{\rho}} \quad (4.6)$$

berechnet werden. Die Größe  $F$  ist ein Maß für den absoluten Fehler der Messung einer Dichte  $\rho$  mit Detektoren an den Positionen  $i$  und  $j$ , das unabhängig von der Wahl der Größe  $C_N$  bzw. der Aktivität der Positronenquelle ist. Damit kann der Verlauf des zu erwartenden Dichtemeßfehlers einer Detektorkombination anhand der Parameter  $a$  und  $b$ , deren Unsicherheit in dieser Betrachtung vernachlässigt wird, vorhergesagt werden. Bei Kenntnis der Konstanten  $C_N$  kann aus dem Fehlermaß der absolute Fehler  $\sigma_{\rho}$  der Dichte ermittelt werden. Für die folgenden Abbildungen wurden die Parameter  $a$  und  $b$  der Abbildung 3.21 auf Seite 83 entnommen. Der Parameter  $C_N$  kann für diese Messungen (siehe Abbildung 3.21) aus der Multiplikation des Parameters  $C = 23,33 \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s})$  mit der Meßzeit  $t_M$  ermittelt werden.

Die Abbildung 4.1 zeigt das Verhalten des Fehlermaßes  $F$  für die Variation der Entfernung zweier Detektorpaare von der Quelle. Der Abstand der Detektorpaare untereinander bleibt dabei konstant, beide Detektorpaare haben die gleiche Kristallbreite. In Abbildung 4.1 wird der Abstand  $x$  der Detektoren von der Positronenquelle als Parameter der Kurven variiert. Dabei fällt auf, daß das Fehlermaß  $F$  der ermittelten Dichte insbesondere für geringe Dichten sehr hoch ist. Dies wird dadurch verursacht, daß die Ereigniszahlen  $N_i$  durch die Proportionalität zur Dichte in diesem Dichtebereich klein sind und dadurch zu einem großen Fehler führen. Mit zunehmender Dichte nehmen die Ereignisraten bei festgehaltener Detektorposition zunächst zu und danach durch den Exponentialterm in Gl.(4.1) rasch wieder ab, was zur Aus-

prägung eines Minimums des Fehlermaßes  $F$  für eine bestimmte Dichte führt. Mit zunehmender Entfernung des Detektorpaares verschiebt sich dieses Minimum zu geringeren Dichten. Der im Minimum eingenommene Wert von  $F$  wird dabei größer, da mit zunehmender Entfernung von der Quelle in den Detektoren stets geringere Ereigniszahlen registriert werden.

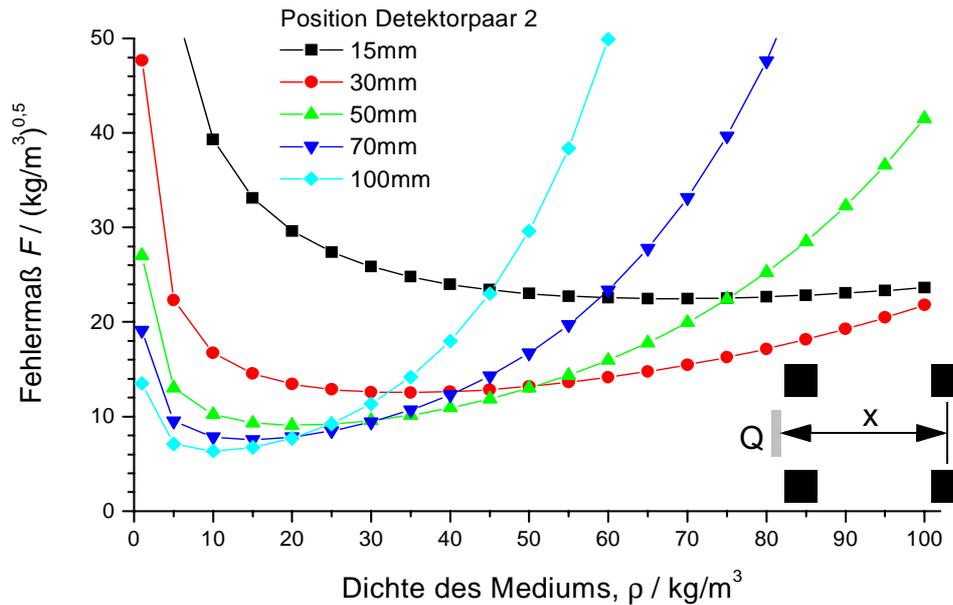


**Abbildung 4.1: Fehlermaß  $F$  der Dichtebestimmung für Detektorpaare der gleichen Breite 10mm. Die Messung erfolgt an verschiedenen Meßpositionen  $x$  (siehe Legende), die Detektorpaare werden gemeinsam verschoben.**

Aufgrund des hohen Fehlers insbesondere bei kleinen Dichtewerten ist es sinnvoll, die Zählraten weiter auseinanderliegender Detektoren auszuwerten. Speziell bei geringen Mediendichten sind durch das weniger steile Abklingen der Zählrate auch in größerer Entfernung von der Positronenquelle noch relativ hohe Ereigniszahlen zu erwarten, so daß der Beitrag des Wurzelterms in Gleichung (4.6) noch klein bleibt. Um dies zu zeigen, wird in einer weiteren Rechnung ein Detektorpaar in unmittelbarer Nähe der Quelle festgehalten und die Position des zweiten Detektorpaares variiert. Die Breite der Detektorpaare beträgt unverändert 10mm. Das dafür ermittelte Fehlermaß  $F$  ist in Abbildung 4.2 aufgetragen. Es zeigt sich, daß auf diese Weise insbesondere für kleine Dichtewerte eine drastische Verringerung des Fehlermaßes  $F$  möglich ist. Je nach zu ermittelnder Dichte variiert in einer solchen Konfiguration der Abstand des zweiten Detektors, bei dem ein minimaler Meßfehler erreicht wird.

Eine weitere Möglichkeit, die Genauigkeit der Messung zu erhöhen, wird im Einsatz von Detektorpaaren mit unterschiedlicher Kristallbreite gesehen. Bei einer Vergrößerung der Detektorbreite wird durch die Vergrößerung des Akzeptanzgebietes die Zahl erfaßter Koinzidenzen erhöht, die Meßpunkte werden zu größeren Entfernungen von der Positronenquelle hin verschoben. Die Erhöhung der Ereigniszahlen soll jetzt auf der Basis der im vorhergehenden

Kapitel beschriebenen Einteilung des PET-Scanners in kombinierte Detektoren abgeschätzt werden, dazu sei an dieser Stelle auf die Abbildung 3.10 auf Seite 69 verwiesen.



**Abbildung 4.2: Fehlermaß  $F$  der Dichtebestimmung bei Variation der Position des von Quelle weiter entfernten Detektorpaares. Einzeldetektoren der gleichen Breite (10mm), die Messung erfolgt an verschiedenen Meßpositionen  $x$ .**

Wird die Breite der kombinierten Detektoren und damit die Schichtbreite verdoppelt (durch Zusammenlegen der Detektoren 0 und 1, Abb. 3.10), so setzt sich die meßbare Koinzidenzrate direkt gegenüberliegender Detektoren aus der Summe der Rate der bisherigen Koinzidenzkanäle (in den Schichten 0, 1 und 2) zusammen. Dabei müßte die vierfache Rate bzw. Ereigniszahl ermittelt werden, wenn die Annihilationen homogen im Zentrum des Akzeptanzbereiches verteilt sind. Durch die exponentielle Abnahme sowie die Verschiebung des Mittelpunktes des Akzeptanzbereiches wird dieser Faktor beim Vergleich der alten mit der neuen Gruppierung in der Regel nicht erreicht. Dieses Verhalten ist auch in Abbildung 3.15 auf Seite 75 zu beobachten. Für die weiteren Überlegungen ist die Kenntnis der Zunahme der Zählrate eines Detektorpaares in fester Entfernung  $x$  von der Quelle bei Variation der Detektorbreite von Interesse. Diese Information ist beim Vergleich der Zählraten von Schichten gleicher Entfernung von der Positronenquelle ebenfalls aus Abbildung 3.15 (Vergleich zwischen A1 und A2) zu ermitteln. Die Erhöhung der Ereigniszahl auf  $N^*$  bei Variation der Detektorbreite kann entsprechend

$$\frac{N^*}{N} = \left( \frac{B}{B_0} \right)^n = \alpha \quad (4.7)$$

durch Vervielfachung mit einem Faktor  $\alpha$  modelliert werden. In dieser Gleichung ist  $B$  die Detektorbreite,  $B_0$  eine Bezugsbreite (die Breite des ersten Detektorpaares) und  $n$  ein Exponent. Die Ergebnisse der Messungen am PET-Scanner (Abb. 3.15) zeigen, daß bei einer Ver-

dopplung der Kristallbreite und Beibehaltung der Entfernung von der Positronenquelle etwa eine 4,2-fache Zählrate registriert wird. Der Wert des Exponenten ergibt sich damit zu 2,08.

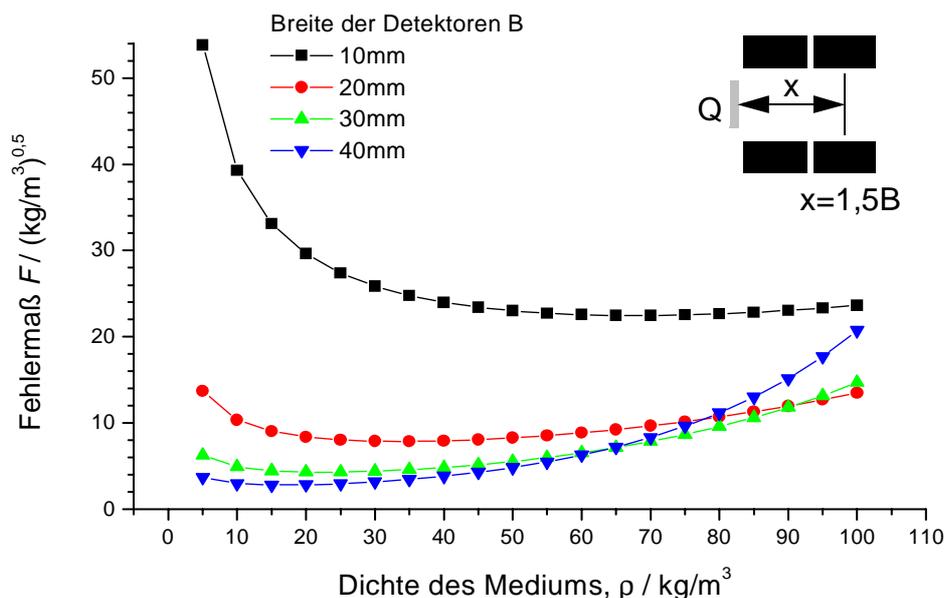
Die Gleichung (4.1) gilt nur für gleichbleibende Detektorbreiten, bei Beibehaltung der für diesen Fall ermittelten Parameter  $a$ ,  $b$  und  $C_N$  müssen die experimentell ermittelten Ereigniszahlen  $N^*$  in  $N = N^*/\alpha$  umgerechnet werden. Dann gilt für die Ereigniszahlen die Gleichung

$$N_i^* = \alpha_i \cdot C_N \cdot \rho \cdot \exp[(a\rho + b)x_{D,i}] \text{ bzw. } \rho = \frac{1}{(x_{D,i} - x_{D,j}) \cdot a} \cdot \ln \frac{N_i^* \cdot \alpha_j}{N_j^* \cdot \alpha_i} - \frac{b}{a} \quad (4.8)$$

für die Berechnung der Dichte. Analog zu Gl.(4.6) kann daraus das Fehlermaß  $F$  gemäß

$$F = \sigma_\rho \cdot \sqrt{C_N} = \frac{1}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \cdot \sqrt{\frac{e^{-(a\rho + b)x_{D,i}}}{\rho \alpha_i} + \frac{e^{-(a\rho + b)x_{D,j}}}{\rho \alpha_j}} \quad (4.9)$$

berechnet werden. Im Unterschied zu Gl.(4.5) stehen hier die Ereigniszahlen  $N^*$  im Wurzelterm. Die Verbreiterung eines Detektors äußert sich daher durch die Zunahme der Zählrate beziehungsweise der Ereigniszahlen in einem geringeren Beitrag zum Fehler der Messung. Dieses Verhalten ist in Abbildung 4.3 für zwei Detektorpaare mit jeweils gleicher Breite dargestellt, die sich unmittelbar an die Quelle anschließen.

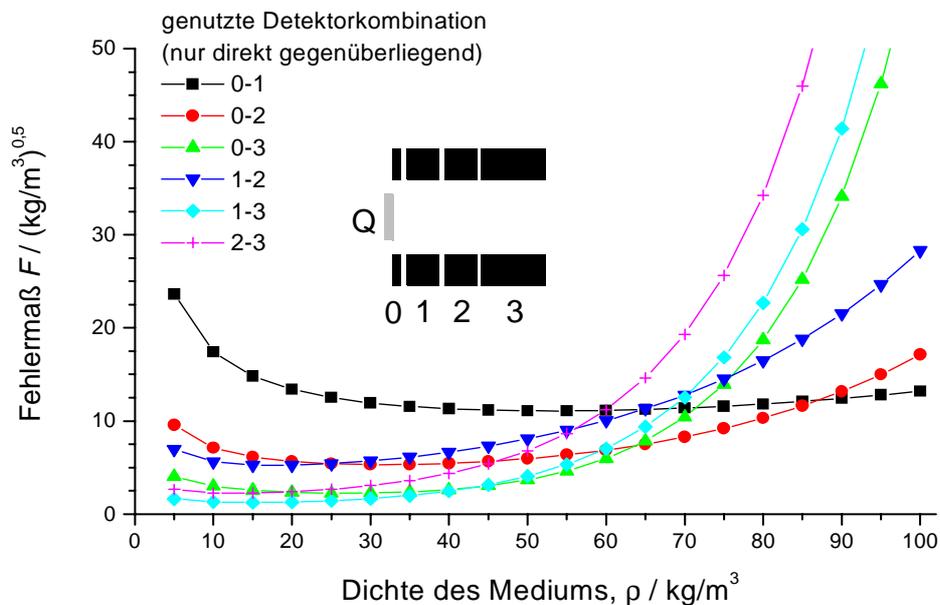


**Abbildung 4.3: Fehlermaß  $F$  der Dichtebestimmung bei Variation der Breite  $B$  zweier sich an die Quelle anschließenden Detektorpaare gleicher Breite.**

Der Kurvenverlauf für die Detektorbreite 10 mm ist ebenfalls in Abbildung 4.1 und Abb. 4.2 enthalten. Mit zunehmender Detektorbreite nimmt der Fehler der Messung stark ab. Dieser Effekt wird für große Dichtewerte dadurch begrenzt, daß in größerer Entfernung von der Posi-

tronenquelle kaum noch Annihilationsereignisse zu verzeichnen sind. Dann nimmt der Meßfehler wieder zu (Kurven mit  $B = 30\text{mm}$  bzw.  $B = 40\text{mm}$ ). Es ist deshalb vorteilhaft, Detektorpaare mit unterschiedlicher Breite zu kombinieren, indem mehrere Detektoren mit immer größer werdender Breite hintereinander angeordnet werden und die Zählraten jeweils benachbarter Detektorpaare ausgewertet werden. Für die realisierte Geometrie ist das Fehlermaß  $F$  einer solchen Anordnung in Abbildung 4.4 dargestellt. Die benachbarten Detektorpaare, welche sich in der Nähe der Quelle befinden (Detektorpaare 0 und 1), liefern für große Dichten den kleinsten relativen Fehler. Bei Unterschreitung einer bestimmten Dichte liefert die Verwendung der Detektorpaare 1 und 2 einen geringeren Fehler. So wird mit abnehmender Dichte schrittweise auf die jeweils nächste Kombination benachbarter Detektorpaare übergegangen, wodurch der Meßfehler über einen großen Dichtebereich gering gehalten werden kann. Durch Hinzunahme weiterer Quotienten auch zwischen nicht benachbarten Detektorpaaren kann das Fehlermaß  $F$  der Dichtemessung in einigen Fällen weiter verringert werden.

Die Kristallbreiten des Detektorsystems betragen  $7,5\text{mm}$  (Detektorpaar 0),  $25\text{mm}$  (Detektorpaare 1,2) und  $80\text{mm}$  (Detektorpaar 3), siehe Skizze in Abb. 4.4. Die genannten Kristallbreiten sind darauf zurückzuführen, daß bei der Realisierung des Detektorsystems einige Randbedingungen, die durch die Wahl der Photovervielfacher verursacht wurden, eingehalten werden mußten.



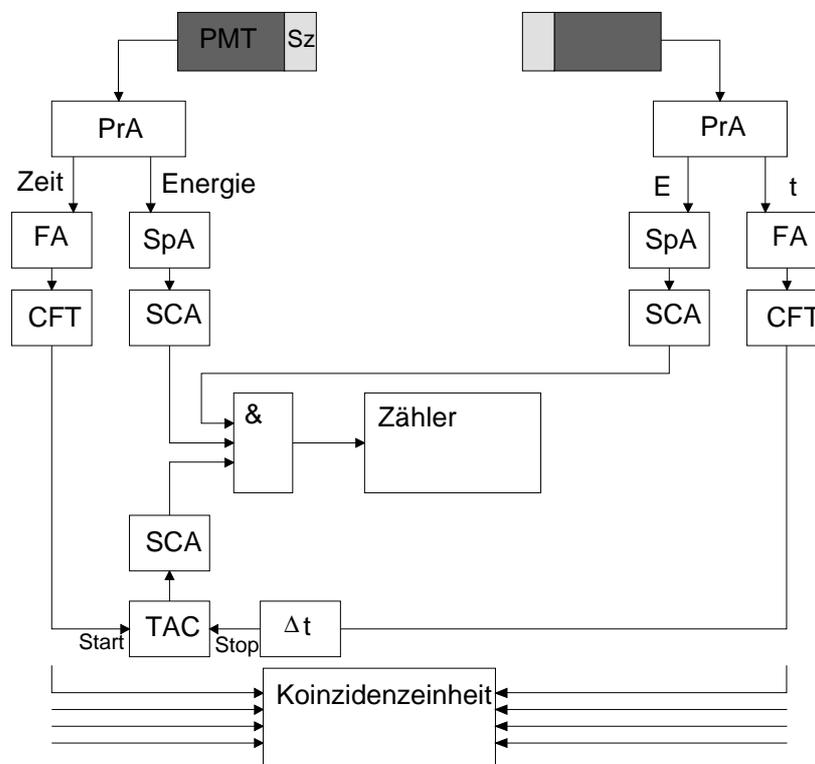
**Abbildung 4.4: Fehlermaß  $F$  der Dichtebestimmung für verschiedene Kombinationen von Detektorpaaren unterschiedlicher Breite, berechnet für die im zugeschnittenen Detektorsystem realisierte Geometrie.**

Für eine Dichtebestimmung mit minimalem Meßfehler sind die zur Quotientenbildung benutzten Koinzidenzkanäle abhängig vom Meßbereich zu wechseln. Die untere Einhüllende der Kurven in Abbildung 4.4 gibt das kleinste dabei erreichbare Fehlermaß an.

4.1.4 Anforderungen an die elektronischen Komponenten

Die den Photovervielfachern folgenden Elektronikbaugruppen müssen die Ausgangsimpulse der Detektoren aufarbeiten, die Signale digitalisieren, anhand der Zeitinformation (Timing) die Erfüllung der Koinzidenzbedingung zwischen verschiedenen Detektorkanälen prüfen und die ermittelten Koinzidenzen aufsummieren oder an ein Auswertegerät weiterreichen.

Normalerweise erfolgt der Aufbau der entsprechenden Elektronikbaugruppen in Form getrennter Schaltungsteile zur Auswertung des Signaltimings (Fast) und der Energie der registrierten Photonen (Slow). Die Energieanalyse muß den Ausgangsimpuls des Photovervielfachers integrieren und benötigt daher wesentlich mehr Zeit. Sie dient der Unterdrückung zufälliger Koinzidenzen und von Streukoinzidenzen, indem Annihilationsquanten unterhalb einer gewissen Schwellenenergie verworfen werden. Ein Prinzipschaltbild ist in der Abbildung 4.5 dargestellt.



**Abbildung 4.5: Signalverarbeitung zur Messung koinzidenter Ereignisse: klassischer Aufbau mit Fast-( $\Delta t$ )- und Slow-(E)-Zweig**

In dieser Darstellung tragen die einzelnen Baugruppen englischsprachige Kurzbezeichnungen, da diese in der Literatur praktisch dominieren. Die im Szintillatorkristall Sz erzeugten Lichtblitze werden vom Photovervielfacher (Photomultiplier, PMT) in elektrische Impulse umgewandelt. Die Hochspannungsversorgung des Vervielfachers ist nicht eingezeichnet. Die Baugruppen haben die Aufgabe, aus den nachgewiesenen Ereignissen die echten Koinzidenzen herauszufiltern (Definitionen siehe Anhang C, „Klassifizierung der Koinzidenz-Fehlermöglichkeiten,“ auf Seite 147). Nach einer Vorverstärkung erfolgt die Trennung der weiteren Signalverarbeitung in Zeit- und Energiezweig. Im Energiezweig gelangt der Impuls zunächst auf einen spektroskopischen Verstärker (spectroscopic amplifier, SpA). Dieser Verstärker inte-

griert den Ausgangsimpuls, um die gesamte enthaltene Ladung, die proportional zur Energie des registrierten Gammaquants ist, zu ermitteln. Der Ausgangspuls des spektroskopischen Verstärkers gelangt dann auf einen Einkanalanalysator (single channel analyser, SCA). Dieser prüft, ob die Energie des  $\gamma$ -Quants im zulässigen Bereich liegt (Energiediskriminierung).

Im Zeitweig hingegen ist eine sehr schnelle Signalverarbeitung erforderlich. Sofern erforderlich, erfolgt eine weitere Verstärkung des Pulssignals mit einem schnellen Verstärker. Eine Beeinflussung der Impulsform wird dabei in Kauf genommen. Der Constant Fraction Trigger CFT erzeugt aus dem analogen Signal einen digitalen Ausgangsimpuls. Dieser Triggertyp wurde speziell für die Anforderungen einer möglichst exakten Zeitmessung entwickelt, der Triggerzeitpunkt, an dem der Ausgangsimpuls beginnt, hängt praktisch nicht von der Amplitude des Eingangssignales ab. Aus den jetzt vorliegenden Signalen erzeugt ein Zeit-Amplituden-Konverter (time to amplitude converter, TAC) einen Sägezahnimpuls. Die Verzögerung des am Stop-Eingang des TAC anliegenden Impulses bewirkt, daß die prompten (echten) Koinzidenzen einen definierten positiven Spannungsimpuls  $U$  erzeugen. Mit einem weiteren Einkanalanalysator wird die Koinzidenzbedingung überprüft, indem nur Spannungswerte in einer engen Umgebung von  $U$  zugelassen werden. Für das Vorliegen einer gültigen Koinzidenz muß die Auswertung beider Energien und der Zeitbedingung den Wert „Wahr“ ergeben.

Bei modernen PET-Scannern wird die Koinzidenzzeitbewertung in Form eines komplexen Koinzidenzprozessors realisiert. Die Koinzidenzeinheit muß in diesem Falle Koinzidenzen zwischen beliebigen Detektoren erkennen und zuordnen. Für das Szintillatormaterial BGO wird die optimale Breite des Koinzidenzzeitfensters mit etwa 10-15ns Breite angegeben [Olli97]. Die Zahl der registrierten zufälligen Koinzidenzen wird wesentlich durch die Breite dieses Fensters beeinflusst. Die Rate der zufälligen Koinzidenzen des Koinzidenzkanals zwischen Detektor  $i$  und  $j$  ergibt sich aus der Breite des Koinzidenzzeitfensters  $t_k$  und den Einzeleignisraten  $R_i$  und  $R_j$ , die von den beteiligten Detektoren gemessen werden, zu  $R_Z = t_k R_i R_j$ . Eine möglichst kleine Wahl der Breite des Koinzidenzzeitfensters ist daher anzustreben.

Durch die Energieanalyse wird die erfaßbare Ereignisrate begrenzt. Die Ausgangspulse der Photovervielfacher weisen für BGO Anstiegszeiten im Bereich weniger Nanosekunden auf, die Abklingdauer ist jedoch mit 300ns wesentlich länger (Tabelle 4.1). Durch die Integration des gesamten Impulses im spektroskopischen Verstärker und die nachfolgende Diskriminierung ergeben sich Verarbeitungszeiten im Bereich einer Mikrosekunde. Während der Verarbeitung eines Ereignisses ist das Detektorsystem nicht ansprechbar, die Verarbeitungszeit wird daher auch als Totzeit bezeichnet. Daher ist diese Zeit so klein wie möglich zu wählen.

## 4.2 Realisierung der Meßanordnung

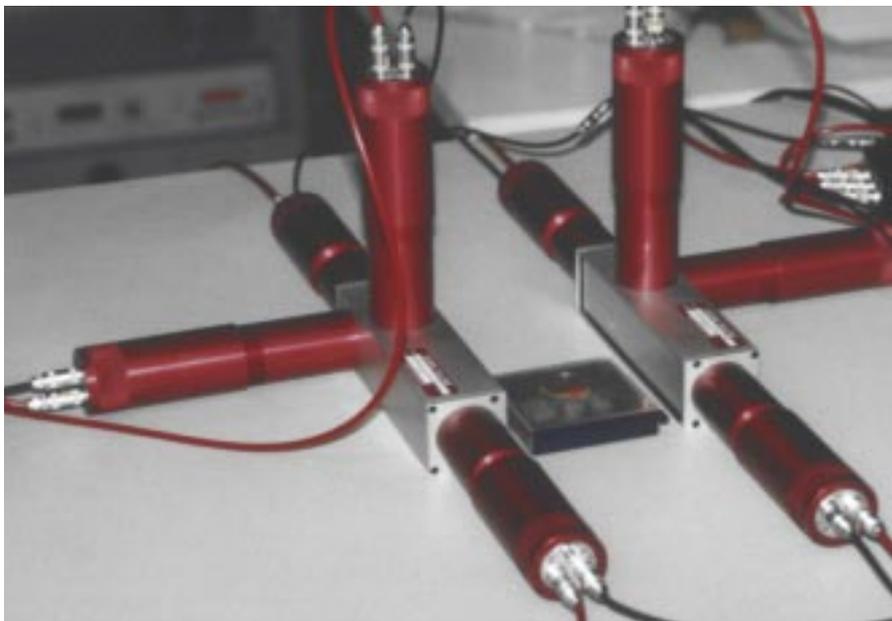
### 4.2.1 Detektorsystem

Ausgehend von den im vorangehenden Kapitel genannten Anforderungen wurde ein optimiertes Detektorsystem für die Dichtemessung realisiert, das in Abbildung 4.6 dargestellt ist.

Das System besteht aus zwei voneinander unabhängig montierbaren Detektorhälften, die beiderseits des zu untersuchenden Mediums befestigt werden müssen. In den Detektorhälften sind

in einem lichtdichten Gehäuse die Szintillatorkristalle, die Photovervielfacher und die zum Betrieb der Photovervielfacher erforderlichen Spannungsteilernetzwerke integriert.

Der innere Aufbau einer Detektorbaugruppe ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Detailkonstruktion erfolgte in Absprache mit der Herstellerfirma des Detektorsystems, der Fa. SCIONIX HOLLAND BV. Die in Abbildung 4.7 dargestellte Hälfte befindet sich in der Abbildung 4.6 links im Bild, dargestellt ist die Sicht aus Richtung des zu untersuchenden Mediums. Der Photomultiplier des Kristalls 2 zeigt damit nach unten. Im Inneren des zentralen Aluminiumkörpers befinden sich die Szintillatorkristalle. Allen Kristallen gemeinsam sind die Abmessungen in Tiefe und Höhe von  $30\text{mm} \times 30\text{mm}$ . Die Breite der Kristalle ist entsprechend der Vorüberlegungen in Abschnitt 4.1.3 unterschiedlich. Der kleinste Kristall hat eine Breite von  $7,5\text{mm}$  und ist der Positronenquelle nächstgelegen. Ihm folgen zwei Kristalle mit einer Breite von  $25\text{mm}$ , der vierte Kristall hat eine Breite von  $80\text{mm}$ . Die einzelnen Szintillatorkristalle sind voneinander optisch isoliert und bis auf diejenigen Stellen, an denen der Photovervielfacher angekoppelt wird, mit einem gut reflektierenden Material umgeben. Das Aluminiumgehäuse besitzt an der dem Meßmedium zugewandten Seite ein Eintrittsfenster von  $0,5\text{mm}$  Dicke. An allen anderen Seiten beträgt die Wandstärke  $2\text{mm}$ .

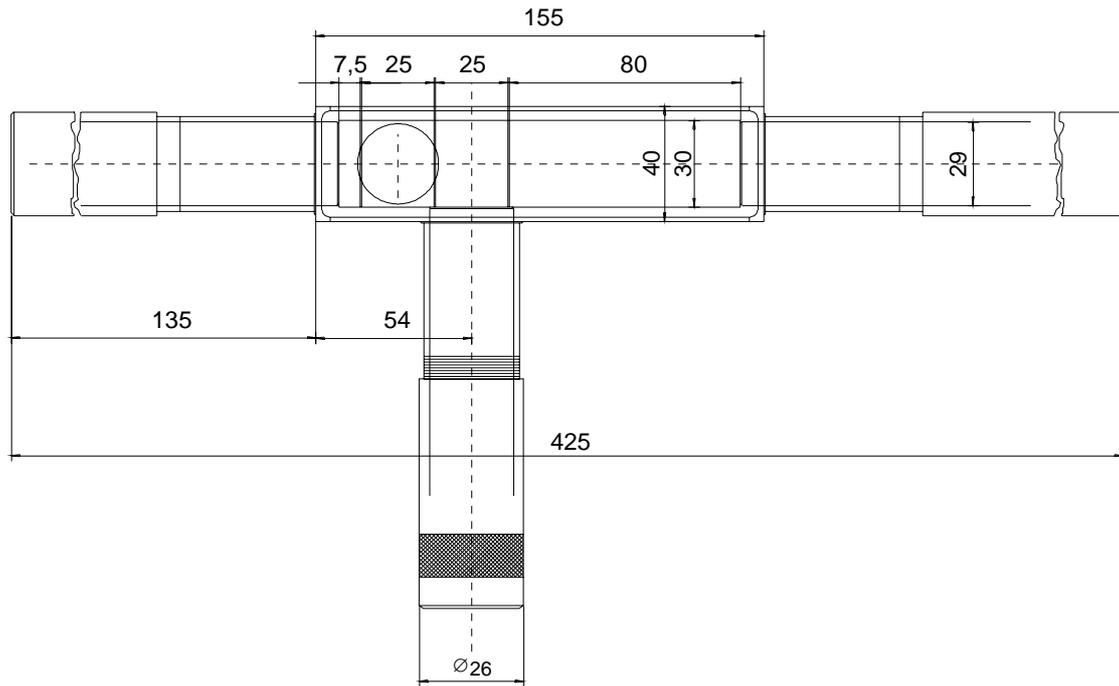


**Abbildung 4.6: Ansicht des Detektorsystems mit einer Kalibrierquelle zwischen den Detektorhälften**

Als Photovervielfacher wird der Typ R6094 des Herstellers Hamamatsu eingesetzt. Die Montage des Photovervielfachers erfolgt in einer Aluminiumröhre. Im Inneren der Röhre befindet sich zusätzlich eine Schirmung gegen magnetische Felder. Auf den Sockel des Photovervielfachers wird der Spannungsteiler als kompakte Baugruppe aufgesetzt. Nach Aufsetzen der Spannungsteilerbaugruppe wird der Photovervielfacher durch Aufschrauben der äußeren Hülse fixiert. Den Abschluß dieser Konstruktion bildet somit die Frontplatte der Spannungsteilerbaugruppe. In dieser sind die Anschlüsse für Hochspannung sowie für das Anodensignal und das Signal der letzten Dynodenstufe in Form von LEMO-Gerätebuchsen herausgeführt (siehe Abb.

4.6). In der Frontplatte ist außerdem ein Potentiometer zur Feineinstellung der Hochspannung (Kathodenpotential gegenüber Erde) zugänglich.

Die Hochspannung zum Betrieb der Photovervielfacher wurde von einem CANBERRA Hochspannungsnetzteil Modell 3002 erzeugt.



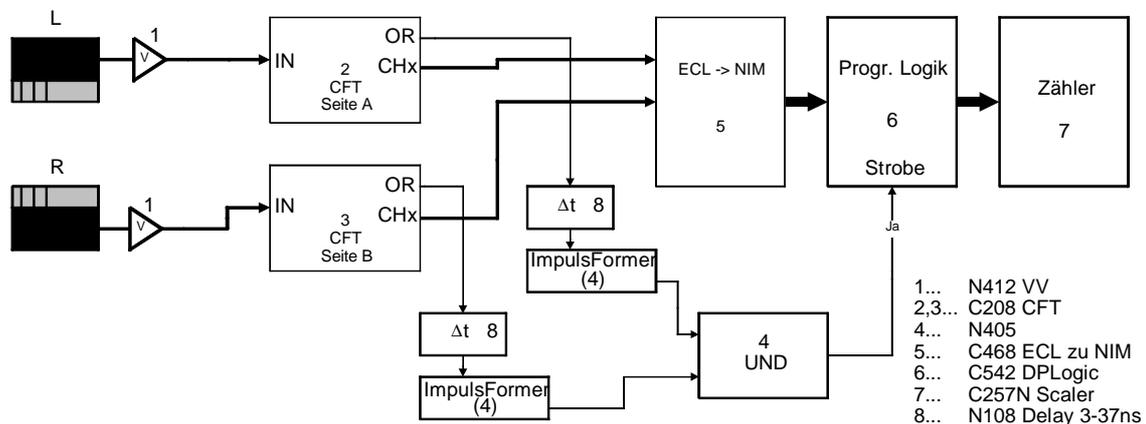
**Abbildung 4.7: Konstruktionskizze einer Detektorhälfte**

#### 4.2.2 Signalelektronik

Die Elektronik des Detektorsystems wurde aus Gründen der Modularität und Kosteneffizienz aus kommerziell erhältlichen Baugruppen zusammengestellt. Auf dem Gebiet der kernphysikalischen Meßtechnik haben sich die Systeme NIM, CAMAC und VME-Bus etablieren können. Die Wahl fiel auf CAMAC, da der CAMAC-Standard in der Rückverdrahtungsebene für die Baugruppen bereits ein Bussystem anbietet, mit dem den CAMAC-Baugruppen wichtige Parameter und Befehle mitgeteilt werden können. Dadurch wird die Steuerung und Datenübernahme durch einen PC ermöglicht. Darüber hinaus existieren Möglichkeiten, NIM-Baugruppen über entsprechende Adapter in CAMAC-Crates betreiben zu können. Eine VME-Lösung scheidet aus, da die Module keine besonders komplexen und zeitkritischen Operationen ausführen müssen. Ein weiterer gegen VME sprechender Aspekt sind die im Vergleich mit CAMAC oder NIM derzeit höheren Anschaffungskosten. Alle benötigten Baugruppen waren zudem als CAMAC- oder NIM-Module erhältlich.

An den Analog- und Digitalteil der Elektronikbaugruppe wird insbesondere die Forderung eines schnellen Timings gestellt, da sich nur auf diesem Wege kleine Koinzidenzzeitfenster realisieren lassen und mit diesen eine wirksame Unterdrückung der zufälligen Koinzidenzen erfolgen kann. Streukoinzidenzen werden durch Festlegen einer unteren Energieschwelle unterdrückt. Jedoch sollte bei dem vorzustellenden Aufbau zur Kostenreduzierung auf die

spektroskopische Auswertung in einem separaten Energiepfad verzichtet werden. Dieser Verzicht sollte durch eine spezielle Wahl des Eingangstriggers kompensiert werden. Als Triggerbaustein wurde daher der Constant Fraction Trigger C208 der Firma CAEN verwendet. Bei diesem Modul kann eine zusätzliche Diskriminatorschwelle für die Pulshöhen der Eingangsimpulse vorgegeben werden, unterhalb der keine Auslösung eines Triggersignals erfolgt. Die Erprobung des Meßaufbaus sollte zeigen, ob auf dem Wege der Nutzung dieser Triggerschwellen die Meßanordnung auch ohne die klassische Energiediskriminierung betrieben werden kann. Das Blockschaltbild des Versuchsaufbaus ist in Abbildung 4.8 dargestellt. In dieser Darstellung ist der PC nicht enthalten. Dessen Aufgaben bestehen in der Programmierung und Steuerung der CAMAC-Module, dem Starten und Stoppen einer Messung und dem anschließenden Auslesen der Meßergebnisse. In einigen Versuchen, so bei der Bestimmung von Energie- oder Koinzidenzspektren, wurden auch während der Messung Daten ausgelesen. Die Kopplung an den PC erfolgte durch Nutzung eines CAMAC-Controllers mit PC-Interface. Dabei kam das Modell CC-16 der Firma WIENER, Burscheid, zum Einsatz.



**Abbildung 4.8: Blockschaltbild der Elektronikbaugruppen. Mit den OR-Signalen wird die Koinzidenzbedingung geprüft, aus den Signalen der Einzeldetektoren wird in der programmierbaren Logik der zugehörige Koinzidenzkanal ermittelt.**

Im folgenden wird das Zusammenspiel der einzelnen Baugruppen näher erläutert. Die Impulse an den Ausgängen der Photovervielfacher gelangen zunächst zum schnellen Vorverstärker N412. Bei der Inbetriebnahme der Baugruppen stellte sich heraus, daß der steigenden Flanke der Impulse des Photovervielfachers kleine Störungen überlagert sind. Diese Störungen behindern das korrekte Arbeiten des Constant Fraction Triggers. Das Problem wurde durch das Einfügen eines RC-Glättungsgliedes vor dem Vorverstärker behoben. Die Zeitkonstante des RC-Gliedes beträgt 23ns. Nach der Vorverstärkung gelangen die Signale auf die Eingänge der Constant Fraction Trigger C208. Obwohl es sich bei dem CFT um einen Typ mit 16 Eingängen handelt, ist für jede Detektorhälfte ein Modul dieses Typs erforderlich. Der Grund für dieses Vorgehen ist in der Realisierung der Koinzidenzzuordnung zu suchen, die weiter unten im Text beschrieben wird. Die einzelnen Kanäle des CFT können separat freigegeben werden. Da jeder der CFT's nur Signale von vier Detektoren verarbeiten muß, sind die restlichen Kanäle gesperrt. Die Diskriminatorschwelle kann ebenso kanalweise eingestellt werden. An weiteren

Parametern lassen sich mit CAMAC-Befehlen beispielsweise die Länge der Ausgangsimpulse und die Totzeit des Triggers programmieren. An Ausgängen stellt der C208 die digitalen Ausgangssignale ( $CH_x$ ) mit ECL-Pegel jeweils 2-fach sowie die Oder-verknüpften Ausgangssignale der Einzelkanäle ( $OR$ ) bereit. Der  $OR$ -Ausgang arbeitet mit normalen NIM-Digitalpegeln. Weitere Ein- und Ausgänge des Triggerbausteines wurden nicht benutzt.

Die Prüfung der Koinzidenzbedingung, ob mindestens je ein Kanal jeder Detektorhälfte innerhalb des Koinzidenzzeitfensters aktiviert wurde, erfolgt mit einem Logikmodul N405. Diese Einheit kann wahlweise als UND- oder als ODER-Verknüpfung betrieben werden. Die Zahl der funktionellen Einheiten beträgt 3. Für die Koinzidenzlogik wird darüber hinaus von der Fähigkeit den NIM-Moduls, als Impulsformer zu arbeiten, Gebrauch gemacht. Die  $OR$ -Ausgangssignale des CFT gelangen zunächst in eine passive Verzögerungsleitung und werden danach mit einer in ODER-Betriebsart befindlichen Funktionseinheit auf eine einstellbare Impulslänge verkürzt. Die Länge des Impulses betrug in der Regel 10ns. Damit beträgt die Länge des Koinzidenzzeitfensters 20ns, diese Zeitspanne ist der maximale Überlappungsbereich beider Impulse. Am Ausgang dieses UND-Gliedes liegt damit bei Ereignissen, die innerhalb des Koinzidenzzeitfensters an unterschiedlichen Detektoren auftreten, ein Ausgangsimpuls einstellbarer Breite an. Dessen Verwendung wird im folgenden Absatz weiter beschrieben. Die einstellbare Verzögerungsleitung vor den Impulsformern erlaubt es, eventuell vorhandene konstante Laufzeitunterschiede zwischen den Detektorhälften auszugleichen.

Die Ausgänge der Kanäle  $CH_x$  liegen jeweils doppelt vor, als Ausgang  $CHA_x$  und  $CHB_x$ . Die Ausgänge  $CHA_{1-4}$  und  $CHB_{1-4}$  werden in einem ECL-zu-NIM-Konverter in NIM-gerechte Digitalpegel konvertiert. Diese Signalpegel sind zur Ansteuerung des programmierbaren Logikbausteines erforderlich. Die duale programmierbare Logikbaugruppe C542 ermöglicht die taktgesteuerte Umsetzung eines Bitmusters an den Eingängen in ein beliebig programmierbares Bitmuster an den Ausgängen. Die Logikeinheit wird zur Auswertung der Koinzidenzbedingung benutzt. Die Signalpegel der Detektorkanäle werden dazu kontinuierlich auf die Eingänge der programmierten Logik gegeben. Eine Einheit der Logikbaugruppe erhält dabei alle Signale der Ausgänge  $CHA_x$  beider Triggerbausteine, die zweite alle Signale  $CHB_x$ . Intern wird ständig zu den vorliegenden Bitmustern der Eingänge das entsprechende Ausgangsbitmuster bestimmt. Die Kodierung erfolgt so, daß die Zustände, bei denen je ein Ereignis von jeder Detektorhälfte registriert wird, jeweils einem Ausgangskanal zugeordnet werden. Das entsprechende Bit des Ausgangsregisters wird dann auf 1 gesetzt, alle anderen haben ständig den Wert 0. Mehrfachereignisse werden durch die Programmierung der Logikbaugruppe unterdrückt, indem keine Zuordnung erfolgt (alle Ausgangskanäle 0). Mit beiden Funktionseinheiten des Logikmoduls ist damit eine Zuordnung aller möglichen Koinzidenzkanäle (jeweils ein Kristall pro Detektorhälfte und damit  $4 \times 4 = 16$  Möglichkeiten) der Detektoren auf je einen Ausgangskanal ermöglicht. Wird von der Zeitauswertung die Erfüllung der Koinzidenzzeitbedingung erkannt, so werden die Ausgänge der Logikbaugruppe aktiviert. Sofern zu diesem Zeitpunkt jeweils ein Ausgang von beiden Detektorhälften aktiv war, wird an dem Ausgang des entsprechenden Koinzidenzkanals ein Impuls ausgegeben. Diese Impulse werden während der Meßzeit von einem 16-fach Zählermodul C257N erfaßt.

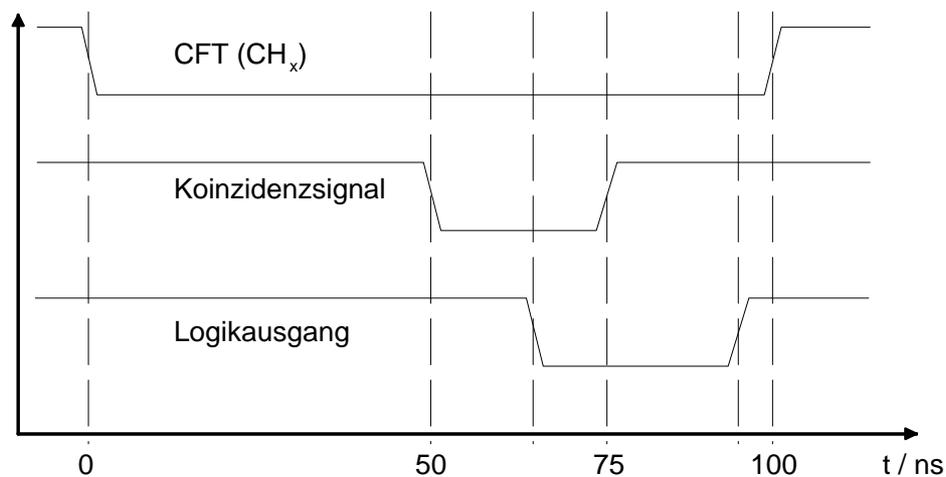


## 5 Erprobung der optimierten Meßanordnung

### 5.1 Bestimmung charakteristischer Eigenschaften der Detektoranordnung

#### 5.1.1 Zeitablauf der Koinzidenzmessungen

Die Registrierung der Koinzidenzen erfolgt während der Messung nach dem in Abbildung 5.1 dargestellten Zeitdiagramm. Dieses Zeitschema hat sich in Vorversuchen als günstig erwiesen. Die Länge der Ausgangsimpulse des Constant Fraction Triggers wird auf 100ns, die Totzeit des Triggerbausteines auf 105ns eingestellt. Die Pulse am *OR*-Ausgang haben dann ebenfalls die Länge der Ausgangsimpulse, sofern sich nicht verschiedene Ereignisse überlagern. Die Impulsformung und die Prüfung der Koinzidenzbedingung erfordern Signallaufzeiten in den Baugruppen, das Koinzidenzsignal liegt dadurch im Mittel 50ns nach der fallenden Flanke des CFT-Impulses an. Das Koinzidenzsignal liegt am *Strobe*-Eingang der Logikbaugruppe an und gibt deren Ausgänge für die Dauer des aktiven *Strobe*-Signales frei. Die Breite der Koinzidenzsignal-Pulse wurde zu 25ns gewählt. Die Verzögerung der Ausgangsimpulse der Logikbaugruppe gegenüber dem *Strobe*-Signal wurde zu 15ns ermittelt. Bei der Darstellung der relativen Lage von Koinzidenzsignal und Signal am Logikausgang handelt es sich um mittlere Werte.

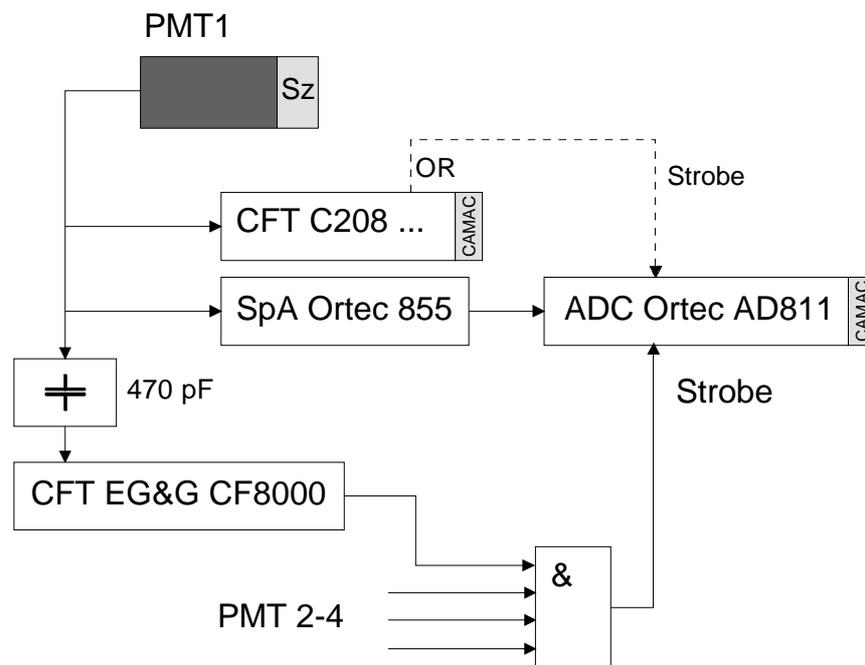


**Abbildung 5.1: Pulslängen und Laufzeiten der Signalimpulse in den Elektronikbaugruppen**

#### 5.1.2 Wirkung der Diskriminatorschwelle des CFT auf das Energiespektrum

Zu Beginn der Untersuchungen wurde die korrekte Arbeitsweise der Detektoren und Elektronikbaugruppen überprüft. Dabei kamen neben den für die Realisierung des Dichtemeßplatzes vorgesehenen Baugruppen auch andere Module aus dem Bestand des Detektorlabors des FZR zum Einsatz. In ersten Messungen wurden für alle Detektoren die Energiespektren für eine  $^{22}\text{Na}$ -Kalibrierquelle bestimmt. Die bei diesen Messungen benutzte Schaltung ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

Zu den im Schaltplan des Dichtemeßsystems nach Abbildung 4.8 eingezeichneten Modulen werden an den Ausgang eines Photovervielfachers parallel noch ein spektroskopischer Verstärker (Ortec 855) sowie ein weiterer Triggerbaustein angeschossen. Der Parallelbetrieb erfolgte, um eine Vergleichsmöglichkeit für nachfolgende Experimente zu besitzen. Nach Integration der Ausgangspulse der Photovervielfacher im spektroskopischen Verstärker erfolgt die Digitalisierung des Spitzenwertes im Baustein AD811. Der Startimpuls für die Analog-Digital-Wandlung wird vom CFT C8000 erzeugt, dessen Diskriminatorschwellen unter Zuhilfenahme eines Oszillographen eingestellt wurden. Die Photovervielfacher sind bei diesen Messungen mit unterschiedlichen Hochspannungen betrieben worden, um einen Eindruck vom Verhalten des Systems BGO-Photovervielfacher zu erhalten.

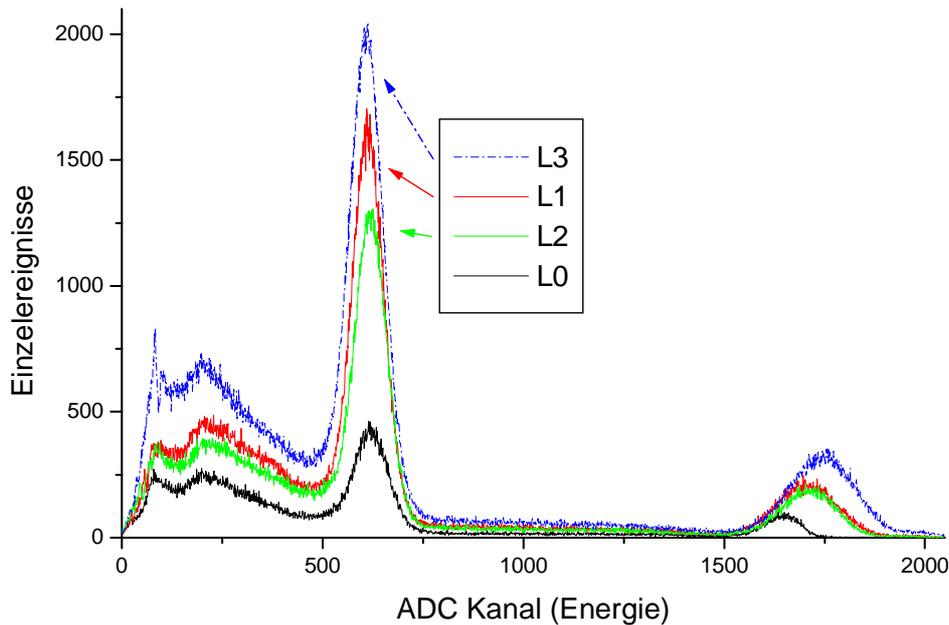


**Abbildung 5.2: Schaltung zur Bestimmung der Energiespektren**

In Abbildung 5.3 sind beispielhaft die bei einem Wert der Hochspannung von 1200V erhaltenen Energiespektren der von der linken Detektorhälfte registrierten Einzelereignisse (ohne Koinzidenzlogik) dargestellt. Die Punktquelle befand sich dabei zentral zwischen den Kristallen L0 und R0. Da der Kristall L2 weiter von der Quelle entfernt ist, wird für diesen Kristall die Nachweiseffektivität und damit die registrierte Ereigniszahl etwas geringer. Das wesentlich größere Kristallvolumen des Kristalls L3 führt trotz der verglichen mit L2 größeren Entfernung von der Quelle zu einer höheren Ereignisrate als für L2. Die Ereignisrate für L0 ist aufgrund des kleinen Kristallvolumens, wie zu erwarten, am kleinsten.

Der im Spektrum bei Kanal 650 auftretende Peak ist der Energie der Annihilationsquanten (511 keV) zuzugeordnen. Das Nuklid  $^{22}\text{Na}$  emittiert neben den Positronen noch  $\gamma$ -Quanten der Energie 1275 keV. Dieser Energie entspricht dann genau der zweite Peak oberhalb des Kanals 1625. Unterhalb des Annihilationspeaks wird das Spektrum von Beiträgen gestreuter Quanten und registrierter Ereignisse, deren Energie nur teilweise im Kristall deponiert wurde, bestimmt.

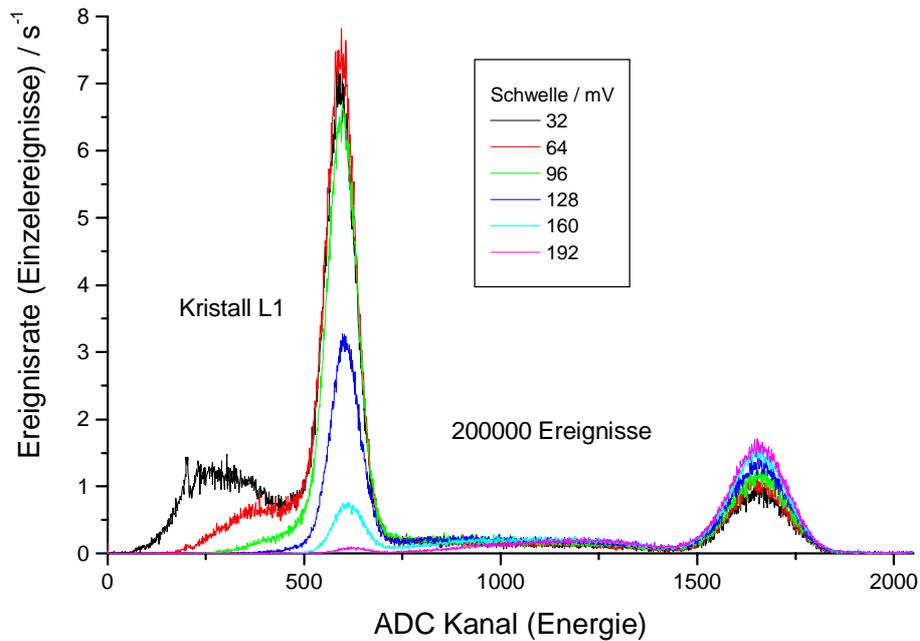
Der letztgenannte Anteil des Spektrums ist, relativ zum Gesamtspektrum, für den Detektor L0 aufgrund dessen geringer Kristallbreite am größten. Die Spektren wurden mit Hilfe des Hochspannungspotentiometers auf etwa gleiche Lage der 511 keV-Peaks justiert. Die Energieauflösung  $\Delta E/E$  der Detektoren liegt dabei im Bereich von 18%.



**Abbildung 5.3: Energiespektren einer  $^{22}\text{Na}$ -Punktquelle, ermittelt mit der linken Detektorhälfte bei Triggerung mit dem CF8000, Einzelereignisse**

In einem weiteren Experiment wurde der ORTEC-Triggerbaustein durch den C208 ersetzt (gestrichelte Linie im Schaltbild Abbildung 5.2). Dabei sollte untersucht werden, ob durch eine günstige Wahl der Diskriminatorschwellen auf den Einsatz des Energieanalysezweiges im zu realisierenden Dichtemeßplatz verzichtet werden kann. Dazu wurde die eingestellte Schwelle bei der Spektrenaufnahme schrittweise erhöht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden am Beispiel des Detektors L1 in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Schrittweite der Änderungen in der Diskriminatorschwelle beträgt hierbei 32 mV. Die Schwelle ist von 16 mV bis 1024 mV mit einer minimalen Schrittweite von 4 mV einstellbar. In der genannten Darstellung ist die Ereignisrate über der Kanalnummer aufgetragen. Die Abbildung 5.4 zeigt dadurch deutlich das Verschwinden der unterhalb des Annihilationspeaks vorhandenen Signalbeiträge mit Erhöhung der Diskriminatorschwelle.

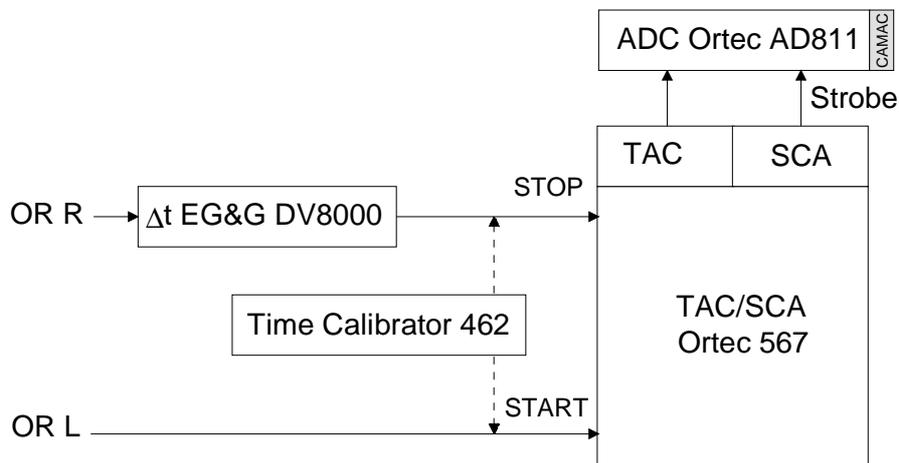
Nach Abbildung 5.4 müßte als optimale Diskriminatorschwelle der Wert 96 mV verwendet werden. Da die in diesem Abschnitt dargestellten Messungen Ergebnisse von Vorversuchen mit speziellem Aufbau der Elektronik sind, weichen die hier genannten Schwellen vom später, in Abschnitt 5.2 genannten Schwellwert ab. Entscheidend für die Wahl der Diskriminatorschwelle ist, daß nur für Energien unterhalb des interessanten Hauptpeaks eine Reduzierung der Zählrate erfolgt. Eine weitere Erhöhung der Energieschwelle führt dann zur nicht erwünschten Ausblendung des Energiebereiches der Annihilationsquanten und damit zu einem starken Rückgang der Koinzidenzrate bis hin zur völligen Ausblendung der Koinzidenzen.



**Abbildung 5.4: Energiespektren der  $^{22}\text{Na}$ -Punktquelle, Detektor L1, bei Nutzung des CFT C208 für unterschiedliche Diskriminatorschwellen, Einzelereignisse**

### 5.1.3 Koinzidenzzeitverhalten

Zur Untersuchung des Koinzidenzzeitverhaltens des Meßaufbaus diente die in Abbildung 5.5 dargestellte Schaltung. Die Impulse des rechten Kanals werden dazu um eine konstante Zeitdifferenz verzögert und dienen als STOP-Signal für den Zeit-Amplituden-Konverter (TAC). Die Zeitmessung wird mit dem Summensignal der linken Detektorhälfte gestartet. Die am Ausgang des TAC in Form einer Sägezahnspannung anliegende Zeitinformation wird von einem weiteren ADC digitalisiert. Das Startsignal der Digitalisierung wird von einem Einkanal-Analysator bereitgestellt, der durch die Bewertung der Maxima der Sägezahnspannungen

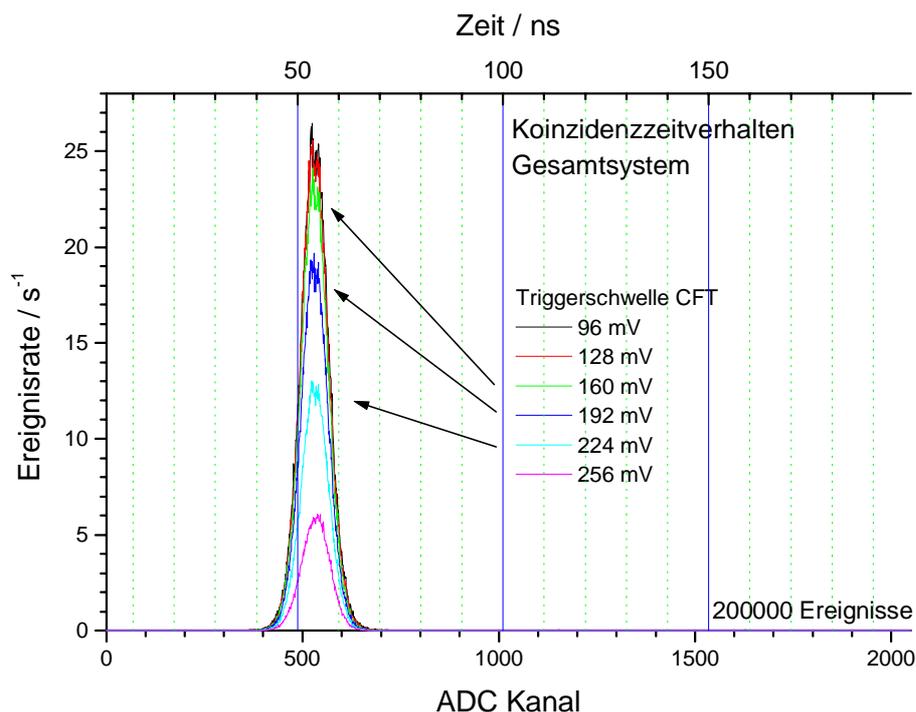


**Abbildung 5.5: Schaltung zur Bestimmung der Koinzidenzspektren**

eine Einschränkung erfaßter Zeitdifferenzen vornimmt. Dabei wird eine obere und eine untere Grenze vorgegeben. Die Kalibrierung der Zeitmessung erfolgte mit dem Impulsgeber Time Calibrator 462.

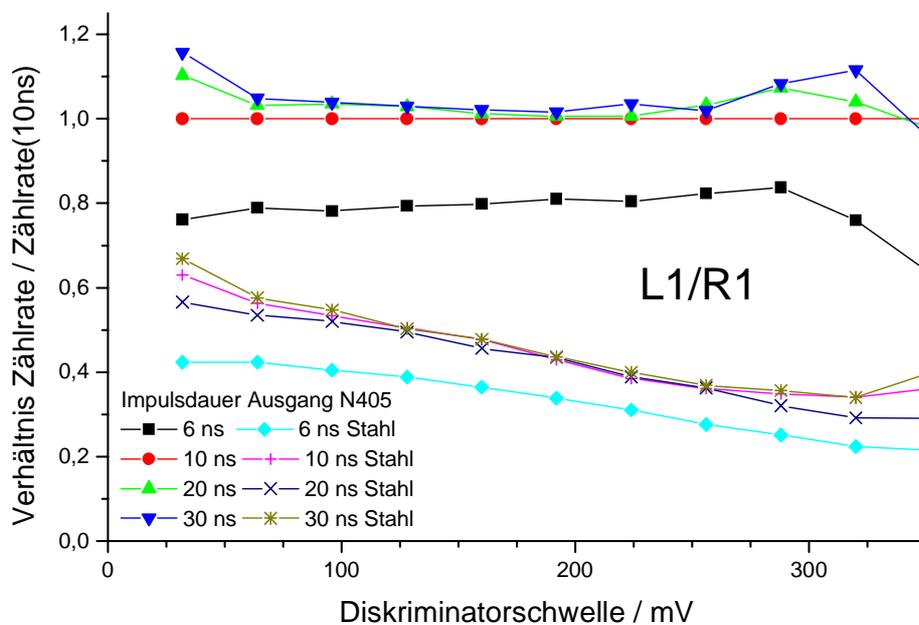
In allen folgenden Abbildungen werden Messungen im Koinzidenzbetrieb, also koinzidente Ereignisse beziehungsweise koinzidente Ereignisraten dargestellt. Messungen zur Koinzidenzzeitverteilung fanden immer ausgehend von den Ausgängen der Impulsformerstufen des Bausteins N405 statt, da dieser Baustein mehrere parallel angesteuerte Ausgänge aufweist und dadurch andere Schaltungsaufbauten nicht unterbrochen werden mußten. Sofern nicht das Verhalten der gesamten Detektorhälften, sondern die Verhältnisse für einen bestimmten Koinzidenzkanal Gegenstand der Untersuchungen waren, wurden die Eingänge der nicht zu berücksichtigenden Kanäle bereits im CFT als inaktiv programmiert. Ein weiterer Vorteil dieses Aufschaltpunktes liegt in der Möglichkeit, Zeitdifferenzen der Kanäle direkt am Eingang der Koinzidenzbewertung aufspüren zu können. Modulspezifische Laufzeitunterschiede konnten aber nicht beobachtet werden.

Die Abbildung 5.6 zeigt die Koinzidenzzeitverteilung des Gesamtsystems (digitalisierte Signale von rechtem bzw. linkem Detektor untereinander ODER-verknüpft). Es zeigt sich eine Situation ähnlich der in Abbildung 5.4: Unterhalb eines Energieschwellwertes, der im Falle von Abbildung 5.6 bei 160 mV liegt, ergeben sich keine wesentlichen Änderungen in der Koinzidenzrateverteilung. Für Diskriminatorschwellen, die höher sind als dieser Schwellwert, nehmen Höhe und Fläche des Peaks jedoch mit zunehmendem Schwellenwert schnell ab. Die Hochspannung der Photovervielfacher beträgt in diesem Experiment 1300 V.



**Abbildung 5.6: Koinzidenzzeitverteilung, gemessen zwischen den OR-Ausgängen des C208, bei Verwendung einer  $^{22}\text{Na}$ -Kalibrierquelle**

Für die bei 160mV ermittelte Meßkurve wurde die Halbwertsbreite der Koinzidenzzeitverteilung zu 7,7ns bestimmt. Die Breite, bei der 5% des Maximums unterschritten werden, beträgt 20ns. In einem weiteren Experiment wurde die Abhängigkeit der Koinzidenzrate von der Breite der verkürzten Impulse und damit der Breite des Koinzidenzzeitfensters untersucht. Bei diesem Experiment wurde eine  $^{22}\text{Na}$ -Linienquelle (Aktivität 2,8MBq, Länge 24,5cm) entlang der Symmetrieachse zwischen beiden Detektorhälften angebracht, um alle Koinzidenzkanäle an der Messung zu beteiligen. Die in Abbildung 5.7 dargestellten Messungen wurden zum Teil bei Anwesenheit einer 10mm starken Stahlplatte als zusätzlichem Streukörper durchgeführt. Als Bezugsmessung dient ein Experiment, bei dem die Ausgangsimpulsbreiten der Pulsformer N405 auf 10ns eingestellt wurden. Dabei ergibt sich für eine minimale Überlappung der Impulse eine Maximalbreite des Koinzidenzzeitfensters von 20ns. Bei den Messungen wird hinsichtlich der Abnahme der Zählrate koinzidenter Ereignisse ein ähnliches Verhalten wie bei der Bestimmung des optimalen Diskriminatorschwelle registriert: Mit der Verkleinerung des Koinzidenzzeitfensters nimmt die Zählrate ab, ohne daß dabei eine sprunghafte Änderung beobachtet wird (Abb. 5.7).



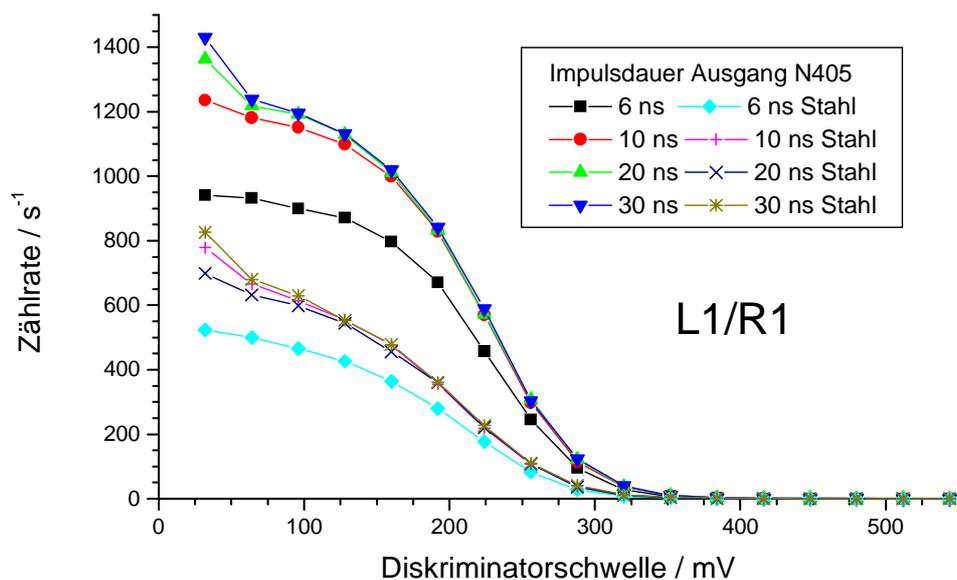
**Abbildung 5.7: Abhängigkeit der Zählrate koinzidenter Ereignisse von der Wahl des Koinzidenzzeitfensters (Impulsbreite) und der eingestellten Diskriminatorschwelle, bezogen auf die Zählrate bei einer Fensterbreite von 10ns.  $^{22}\text{Na}$ -Kalibrierquelle**

In Abbildung 5.7 sind dazu die Verhältnisse der registrierten Zählraten zur Zählrate bei der Bezugsmessung (10ns) in Abhängigkeit von der eingestellten Diskriminatorschwelle dargestellt, die zugehörigen Zählraten sind in Abbildung 5.8 angegeben. Es zeigt sich, daß sich eine Änderung der Fensterbreite von 10ns auf 30ns nur geringe Auswirkungen auf die Zählrate hat, ungeachtet der Anwesenheit des Streumediums aus Stahl. Allgemein werden die Zählraten für Diskriminatorschwellen oberhalb 200mV drastisch verringert (Abb. 5.8), so daß die Schwan-

kungen im Verhältnis der Zählraten bei hohen Diskriminatorschwellen auf statistische Schwankungen zurückzuführen sind.

Wird zur Fensterbreite 6ns übergegangen, so sinkt beim Experiment ohne Streumaterialien die Ereignisrate nahezu unabhängig von der Wahl der Diskriminatorschwelle auf etwa 80% des bisherigen Wertes ab. Ursache dessen ist die Tatsache, daß bei derart kurzen Impulsen Laufzeittoleranzen in der Schaltung an Bedeutung gewinnen. Da die Erkennung einer Koinzidenz auch eine (elektronisch bedingte) minimale Zeitdauer erfordert, in der beide Detektorhälften ein Ereignis melden, werden einige Koinzidenzen nicht mehr erfaßt. Die Zählraten bei einer Breite des Koinzidenzzeitfensters von 10ns sind nur geringfügig kleiner als bei 20ns bzw. 30ns. Für die Messungen mit einer Stahlplatte treten die beschriebenen Abhängigkeiten ebenfalls auf, jedoch bei etwa um 50% reduzierten Ereignisraten. In diesem Falle ist zusätzlich der Effekt zu beobachten, daß die Zählraten bei Erhöhung der Diskriminatorschwelle stärker abnehmen als die Vergleichszählrate. Dies ist auf den Energieverlust der Photonen bei Streuprozessen in der Stahlplatte zurückzuführen. Mit Erhöhung der Diskriminatorschwelle wird daher ein größer werdender Anteil von Streukoinzidenzen ausgefiltert.

Die Wahl der Fensterbreite stellt somit ebenfalls einen Kompromiß zwischen zurückgewiesenen zufälligen Koinzidenzen und starker Reduktion der Koinzidenzraten dar. Die Breite des verkürzten Impulses wurde für die weiteren Experimente zu 10ns festgelegt.



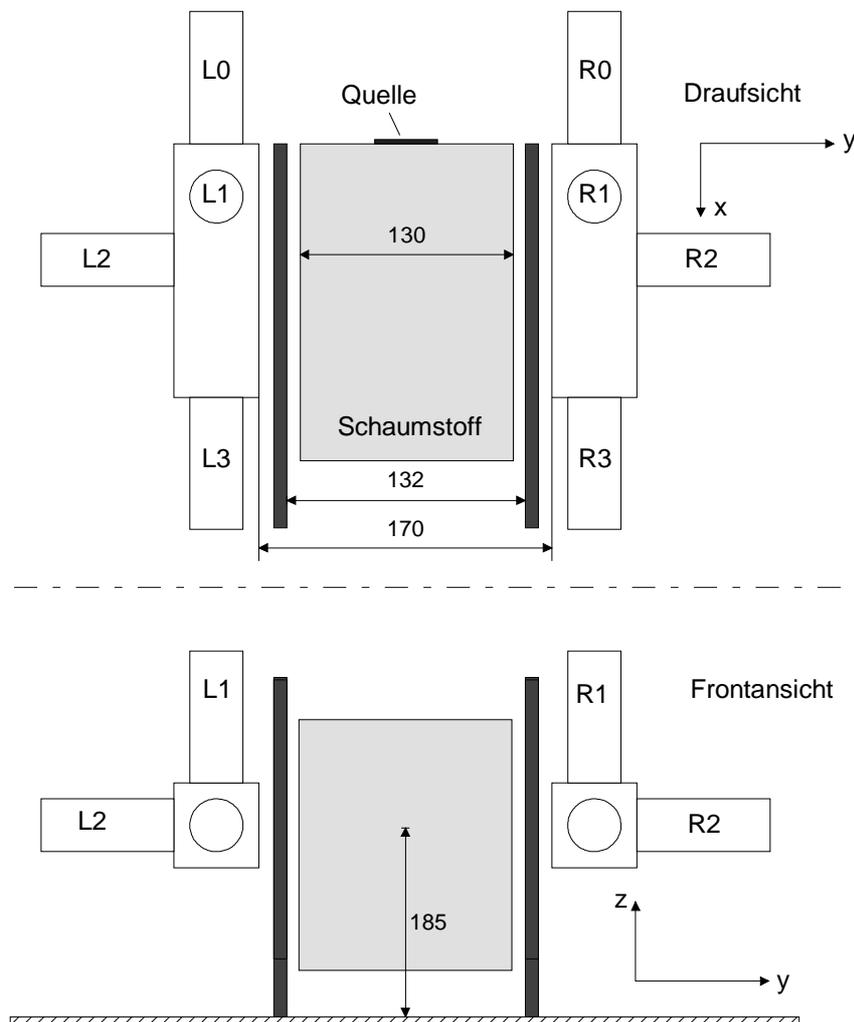
**Abbildung 5.8: Zählraten koinzidenter Ereignisse bei Variation des Koinzidenzzeitfensters (Impulsbreite) und der eingestellten Diskriminatorschwelle, <sup>22</sup>Na-Kalibrierquelle**

## 5.2 Experimente zur Dichtebestimmung

### 5.2.1 Experimentaufbau und Versuchsziele

Mit dem bisher beschriebenen Detektorsystem sind die im Kapitel 3 beschriebenen Versuche zur Messung der Schaumstoffdichte nachvollzogen worden. In den Experimenten wurden dieselben Schaumstoffe und auch die bisher verwendete  $^{45}\text{Ti}$ -Positronenquelle benutzt. Die Quelle mußte dazu im Zyklotron erneut aktiviert werden. Die in diesen Experimenten gewonnenen Erkenntnisse werden im folgenden Abschnitt dargestellt.

Zur Durchführung der Untersuchungen wurde der in Abbildung 5.9 skizzierte experimentelle Aufbau um eine Vorrichtung zur Halterung der Positronenquelle und des Schaumstoffblockes erweitert. Dazu diente der in Abbildung 3.5 auf Seite 58 vorgestellte Polyacrylhalter. Die Schaumstoffblöcke wurden für die nun zu beschreibenden Experimente verkleinert, um den Abstand der Detektoranordnungen verringern zu können. Die Breite der Blöcke betrug danach 13cm. Diese Verringerung des Abstandes wirkt sich positiv auf die zu erwartenden Zählraten



**Abbildung 5.9: Skizze des experimentellen Aufbaus für die Dichtemessungen mit dem zugeschnittenen Detektorsystem**

aus, da dadurch die geometrische Akzeptanz der einzelnen Kristalle, die umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes ist, verbessert wird.

Die vorgenommene Reduktion des Abstandes der Detektorhälften ist möglich, da die Ausbildung der Annihilationsortverteilung im Meßmedium nicht wesentlich beeinflußt wird. In den bisherigen Experimenten am PET-Scanner wurde beobachtet, daß für die verwendeten Schaumstoffe die Annihilationsrate in einer Entfernung von 7cm von der Positronenquelle bereits auf etwa 10% des Maximalwertes abgenommen hat (Abb. 3.18). Im Aufbau nach Abbildung 5.9 beträgt der Abstand gegenüberliegender Detektorbegrenzungen 17cm. Der Hauptteil der Positronen kommt daher im Meßmedium zur Annihilation. Die verbleibenden Positronen, die das Meßmedium verlassen können, annihilieren dann im Material der Detektoren oder in den Stahlblechen, die zur Simulation der Streuung in Behälterwandungen eingebracht werden können. Durch die Verwendung des Quellen- und Schaumstoffhalters aus den vorangegangenen Experimenten befindet sich die Symmetrieachse des Aufbaus in einer Höhe von 18,5cm über dem Labortisch. Die Detektorhälften wurden daher auf Hubtische montiert und auf die gleiche Höhe der Kristallmitte von 18,5cm justiert. Die Stahlplatten beiderseits des Schaumstoffblocks sind nur in einem Teil der Versuchsreihen vorhanden, die genannten Abstände der Detektoren werden jedoch in allen Versuchen beibehalten.

In den Versuchsreihen wurde auch mit dem neuen Detektoraufbau die Wirkung von Absorbermaterialien zwischen Positronenquelle und Meßmedium und die Wirkung seitlich angebrachter Stahlplatten auf die mit dem Detektorsystem gemessene Annihilationsrateverteilung untersucht. Dies geschah jeweils für mehrere Mediendichten an den bereits genannten Schaumstoffsorten. Im folgenden wird das charakteristische Verhalten in einigen Abbildungen dargestellt, die Parameter der dabei diskutierten Meßreihen sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

**Tabelle 5.1 Randbedingungen ausgewählter Meßreihen**

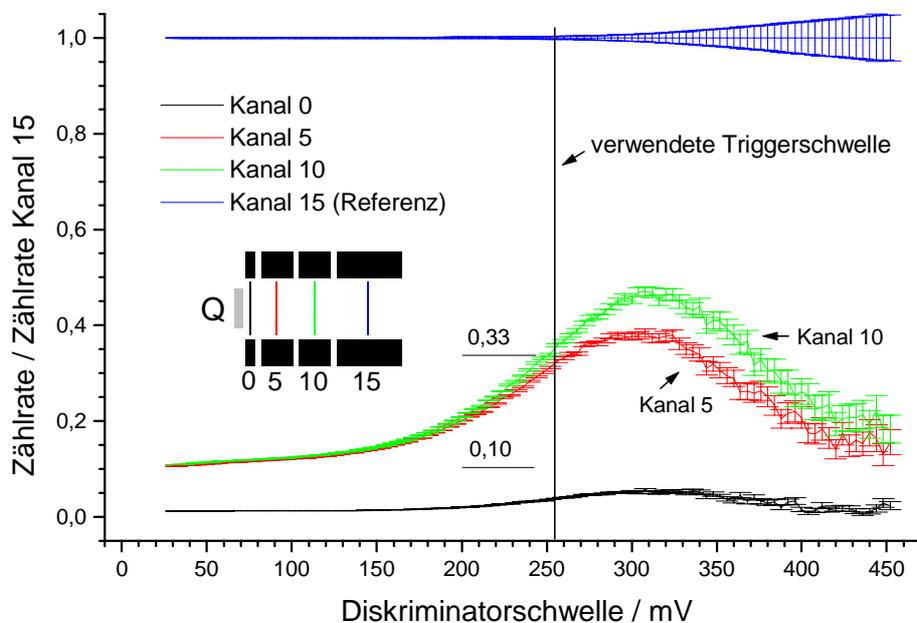
Meßreihe	Meßdauer / s	Versuchsparameter
A	70	Referenzmessung, keine zusätzlichen Maßnahmen
B	60	Stahlplatten beiderseits des Schaumstoffes
C	90	Absorber, Al 0,10mm
D	90	Absorber, Cu 0,10mm

Zur Auswertung werden in den folgenden Darstellungen in Koinzidenz gemessene Ereignisraten dargestellt, um den Einfluß der Meßzeit zu eliminieren. Sofern Meßfehler angegeben werden, so wurden diese ausgehend von der in der gesamten Meßzeit ermittelten Zahl koinzidenter Ereignisse berechnet. Die Meßzeiten waren für jeweils eine Meßreihe konstant, sie wurden im Laufe des Versuchstages verlängert, um die Abnahme der Quellenaktivität zu kompensieren. Dargestellt werden die Zählraten der Koinzidenzkanäle direkt gegenüberliegender Szintillationskristalle, die zusätzlich auf eine einheitliche Quellenaktivität normiert wurden.

### 5.2.2 Bestimmung der Korrekturfaktoren

Bereits in einem frühen Stadium der Auswertung zeigte sich, daß für eine Vergleichbarkeit der Koinzidenzkanäle untereinander die verschiedene Akzeptanz der Kanäle auf ein einheitliches Maß korrigiert werden muß. Zur Gewinnung der benötigten Korrekturfaktoren wurde eine

Messung mit einer  $^{22}\text{Na}$ -Linienquelle durchgeführt. Bei dieser Quelle ist die Gesamtaktivität entlang einer Strecke von 24,5cm Länge verteilt. Die Quelle wurde entlang der Symmetrieachse der Detektoranordnung ( $x$ -Achse,  $y=0$ , Höhe  $z=18,5\text{cm}$  in Abb. 5.9) mittig montiert. Da die Enden der Linienquelle jeweils 4,5cm über die Enden des Kristallgehäuses des Detektorsystems hinausgehen, wird davon ausgegangen, daß keiner der Koinzidenzkanäle benachteiligt wird. Dazu wurden die Ereignisraten der Koinzidenzkanäle in Abhängigkeit von der Diskriminatorschwelle des CFT ermittelt. Da die höchste Zählrate erwartungsgemäß in Kanal 15 auftritt, ist es sinnvoll, die Nachweiswahrscheinlichkeit der anderen Kanäle in diesem Experiment relativ zu Kanal 15 angegeben. Die dabei erhaltenen Abhängigkeiten sind in der Abbildung 5.10 für die Kanäle 0, 5 und 10 (direkte Koinzidenzen) dargestellt. In dieser Abbildung sind auch theoretische Verhältnisse, die sich aus dem Verhältnis der Nachweiswahrscheinlichkeiten für die Aktivitätsverteilung einer Linienquelle entlang der Symmetrieachse bei einer Berechnung gemäß Abschnitt 2.3.5 ergeben, als horizontale Markierungen eingetragen. Die relativen Nachweiswahrscheinlichkeiten gegenüber Kanal 15 betragen dann für den Kanal 0 10,2% und für die Kanäle 5 und 10 jeweils 33,7%.



**Abbildung 5.10: Bestimmung der Wichtungsfaktoren für die benutzten Koinzidenzkanäle aus Kalibriermessungen mit einer Linienquelle**

Die Darstellung zeigt die Auswertung der mit der Meßschaltung zur Dichtemessung ermittelten Koinzidenzraten. Zusätzliche Schaltungserweiterungen wie in Abschnitt 5.1 beschrieben sind nicht mehr vorhanden, die Hochspannung der Photovervielfacher beträgt für diese und die folgenden Messungen 1300V. Im Vergleich zu rein theoretischen Betrachtungen werden bei einer experimentellen Bestimmung der Wichtungsfaktoren auch die Nachweiseffektivitäten der betrachteten Detektoren erfaßt. So zeigt sich, daß diese insbesondere für den Kanal 0 gering ist. Dies ist auf die dort geringe Kristallbreite zurückzuführen. Dadurch wird ein höherer Anteil von Gammaquanten ohne vollständige Energieabgabe an den Szintillator aus dem

Kristall herausgestreut. Somit wird nur ein Teil der Energie der Quanten im Detektor registriert, die betroffenen Ereignisse werden vom Diskriminator verworfen.

Mit Vergrößerung der Diskriminatorschwelle nimmt die relative Höhe der Ereignisrate der Kanäle 0, 5 und 10 zunächst zu. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in den großen Detektorkristallen L3/R3 die Wahrscheinlichkeit eines Nachweises zufälliger oder auch gestreuter Koinzidenzen aufgrund des Detektorvolumens wesentlich höher ausfällt. Damit steigt auch die dort nachgewiesene Koinzidenzrate an. Mit der Anhebung der Diskriminatorschwelle wird dieser Effekt verringert, das Hauptgewicht erhalten somit nachgewiesene Annihilationsquanten. Wird die Schwelle weiter erhöht, so werden auch Messungen, die dem Annihilationspeak zuzuordnen sind, unterdrückt (siehe auch Abb. 5.4). Damit ist eine starke Abnahme der Zählrate verbunden, die sich in der Zunahme des relativen Fehlers niederschlägt. Jetzt gewinnt zunehmend wieder die größere geometrische Akzeptanz des großvolumigen Kristalls an Bedeutung, nun für die Quanten der Energie 1275keV ( $^{22}\text{Na}$ ). Durch die Breite des Koinzidenzzeitfensters bewirken größere absolute Zählraten größere Raten zufälliger Koinzidenzen. Die Ereignisrate in Kanal 15 ist damit wieder wesentlich höher als in den anderen Kanälen.

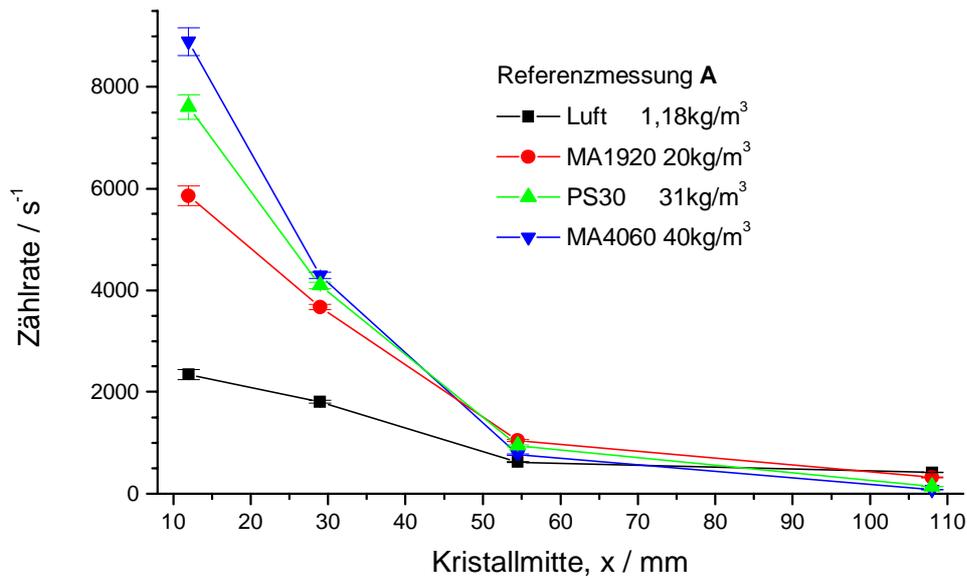
Bei Abtrennung der zusätzlichen Baugruppen aus der Meßkette der Analogsignale wurde die Verschiebung der Diskriminatorschwelle bestimmt, die auf eine Veränderung der an den Photovervielfacher angeschlossenen Last zurückzuführen ist. Für die optimale Diskriminatorschwelle wird ein Wert von 256mV erhalten. Die Lage dieses Spannungswertes ist in Abbildung 5.10 eingezeichnet. Dieser Schwellwert liegt in einem Bereich, in dem diejenigen Teile des Spektrums, die unterhalb des 511 keV-Peaks liegen, stark unterdrückt werden, dieser Peak selbst aber nur unwesentlich geschwächt wird. Die mit dieser Diskriminatorschwelle erhaltenen Wichtungsfaktoren werden daher im folgenden zur Korrektur der unterschiedlichen Nachweiswahrscheinlichkeit der Zählkanäle benutzt.

### 5.2.3 Dichtemessung

In den Experimenten konnten die bereits im Abschnitt 3.4 diskutierten prinzipiellen Abhängigkeiten reproduziert werden. Diese werden im folgenden Text diskutiert. Dazu werden zunächst die bei Variation der Versuchsbedingungen auftretenden charakteristischen Veränderungen in den registrierten Koinzidenzraten betrachtet. In Abbildung 5.11 und Abbildung 5.12 sind die korrigierten Ereignisraten der Koinzidenzkanäle 0, 5, 10 und 15 dargestellt, in denen Koinzidenzen zwischen direkt gegenüberliegenden Detektorkristallen erfaßt werden. Die Korrekturen erfolgten anhand der Wichtungsfaktoren, mit denen der Einfluß der Nachweiseffektivität der Detektoren korrigiert wurde, sowie anhand des Zeitpunktes der Messung – zur Korrektur des Abklingens der Quellenaktivität. Die Entfernung des Detektors von der Positronenquelle ist durch die Mittenposition der jeweiligen Szintillatorkristalle festgelegt.

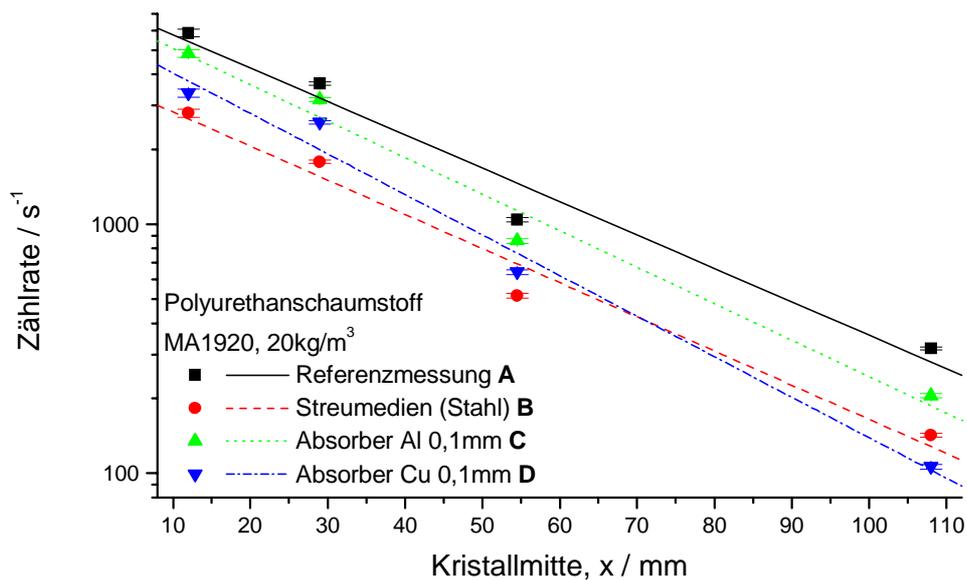
Die Abbildung 5.11 zeigt die Veränderungen der Abhängigkeit der Koinzidenzrate von der Entfernung des Detektors bei Variation der Mediendichte. Wird die Dichte des untersuchten Mediums erhöht, so nimmt die in der Nähe der Positronenquelle gemessene Zählrate zu, die Abnahme der Zählrate mit zunehmender Entfernung eines Detektorpaares von der Quelle verläuft steiler. Dadurch nehmen die Zählraten im am weitesten entfernten Detektorpaar bei Erhöhung der Dichte ab. Der exponentielle Charakter der Abnahme der Zählrate mit zunehmender

Quellententfernung wird in Abb. 5.12 sichtbar. Mit diesem Meßergebnis wird die in Gleichung (4.1) vorgenommene Modellierung der Dichteabhängigkeit der Zählraten nochmals bestätigt.



**Abbildung 5.11: Abhängigkeit der Zählrate koinzidenter Ereignisse von der Entfernung des Detektorpaares von der Positronenquelle bei Variation der Dichte**

In der Abbildung 5.12 ist das Verhalten der registrierten Zählraten bei Änderung der Versuchsbedingungen (siehe Tabelle 5.1) dargestellt. Neben den Meßpunkten sind die entsprechenden Ausgleichsgeraden eingezeichnet, die zur Bestimmung der Exponenten  $k$  genutzt wurden.

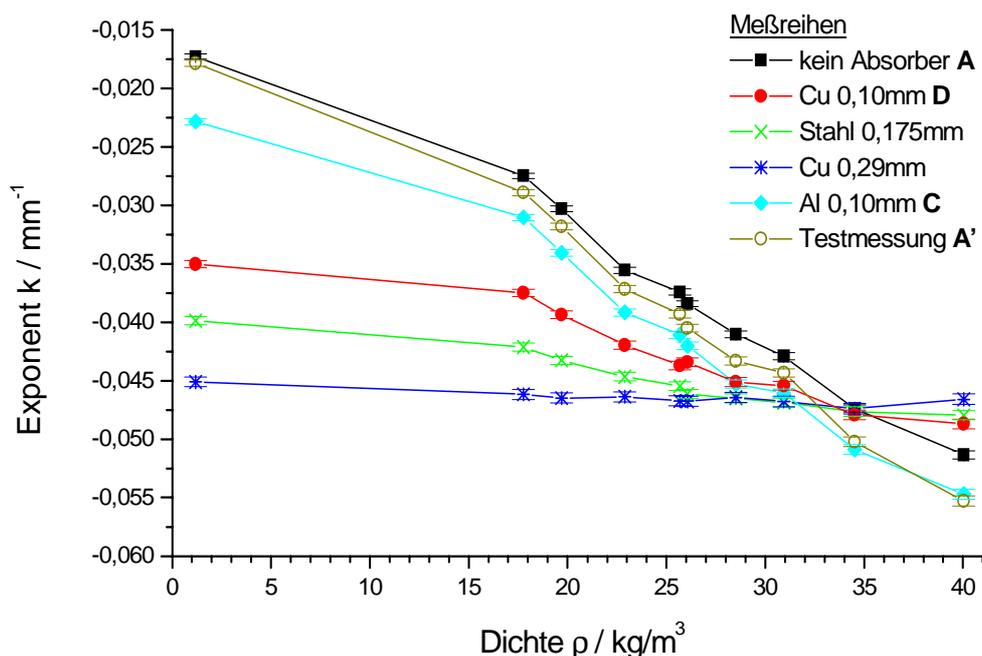


**Abbildung 5.12: Abhängigkeit der Zählrate koinzidenter Ereignisse von der Entfernung des Detektorpaares von der Positronenquelle bei Anwesenheit von Streumedia bzw. Absorberschichten zwischen Quelle und Meßmedium**

Das Einfügen der Stahlplatten (B) beiderseits des untersuchten Schaumstoffvolumens führt zu einer Abnahme der registrierten Koinzidenzrate. Die Reduktion erfolgt in allen Koinzidenzkanälen nahezu gleich etwa auf eine Höhe von 50% der Zählraten der Referenzmessung A. Dies äußert sich in der halblogarithmischen Darstellung in einer gleichmäßigen Verschiebung der Meßkurve B gegenüber Meßkurve A.

Bei Einfügen zusätzlicher Absorber zwischen Positronenquelle und zu untersuchendem Medium erfolgt die Reduktion der Zählrate nicht gleichmäßig. Durch die Verschiebung des Energiespektrums der in das Meßmedium emittierten Positronen zu niedrigeren Energien hin nimmt die Zählrate weiter von der Quelle entfernter Detektorpaare stärker ab. Dieser Effekt ist im Falle beider Absorber zu erkennen, beim Kupferabsorber kommt es sogar zu einer Verschiebung im Verhältnis der Zählraten der Koinzidenzkanäle 0 (L0-R0) und 5 (L1-R1).

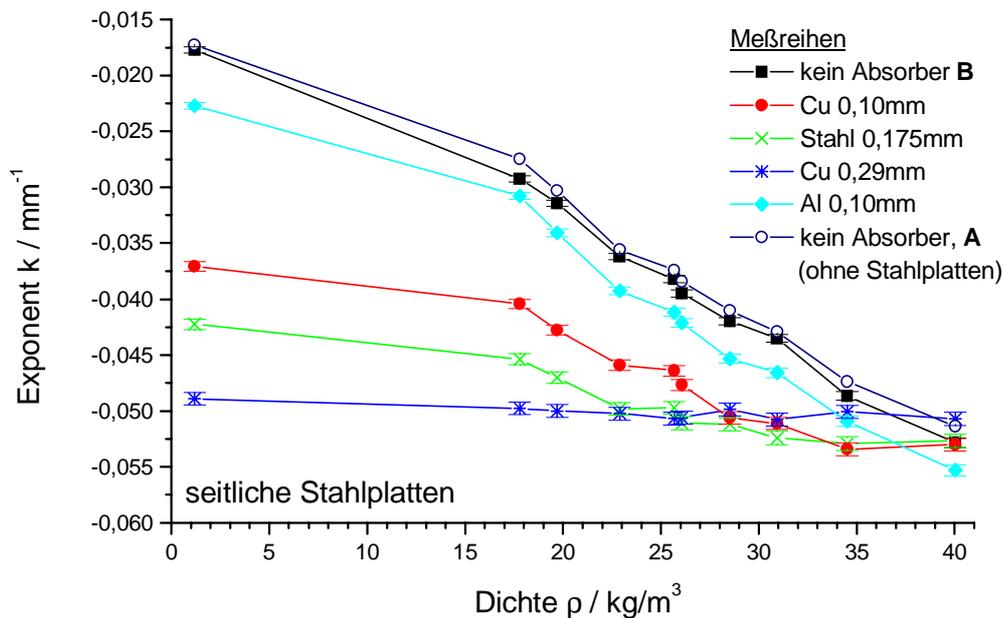
Im nächsten Schritt wurde geprüft, ob die in Kapitel 3 gewonnenen Erfahrungen zu einem Auswerteverfahren, das eine einfache Bestimmung der Mediendichte aus den Ereignisraten ermöglicht, übertragbar sind. Dazu wurden in analoger Weise die Ereignisraten logarithmiert und über der Position der Kristallmitten des betreffenden Koinzidenzkanales aufgetragen. Dabei werden nur direkte Koinzidenzen berücksichtigt. Für die einzelnen Messungen wurde der Exponent der exponentiellen Abnahme der Koinzidenzzählrate als Funktion der Entfernung des Detektorpaares von der Positronenquelle bestimmt. Die Abhängigkeit der Exponenten von der Mediendichte sind für die Meßreihen ohne Streumaterialien in Abbildung 5.13 und mit Streumaterialien (seitliche Stahlplatten) in Abbildung 5.14 grafisch dargestellt.



**Abbildung 5.13: Abhängigkeit des Exponenten von der Mediendichte, Experimente ohne zusätzliche Streumaterialien**

Die am PET-Scanner gewonnenen Ergebnisse werden weitestgehend reproduziert. Für die Meßreihen ohne Absorber wird im von den Schaumstoffen abgedeckten Dichtebereich ein

linearer Zusammenhang zwischen der Dichte und der Größe des Exponenten erhalten. Die Abbildungen zeigen jedoch, daß die Anwesenheit von Absorberschichten zu drastischen Veränderungen der Abhängigkeit des Exponenten von der Dichte führt. Lediglich die geringen Verschiebungen bei Anwesenheit der 0,1 mm starken Aluminiumfolie wären bei entsprechenden Anforderungen an die Meßgenauigkeit zu tolerieren. Auch für die verbleibenden Meßreihen kann der Zusammenhang zwischen Mediendichte und ermitteltem Exponenten  $k$  im Dichtebereich der Schaumstoffe annähernd durch einen linearen Verlauf in der halblogarithmischen Darstellung beschrieben werden. Die Werte der Luft-Messungen liegen jedoch für eine durch alle Meßpunkte einer Meßreihe verlaufende Gerade zu niedrig.

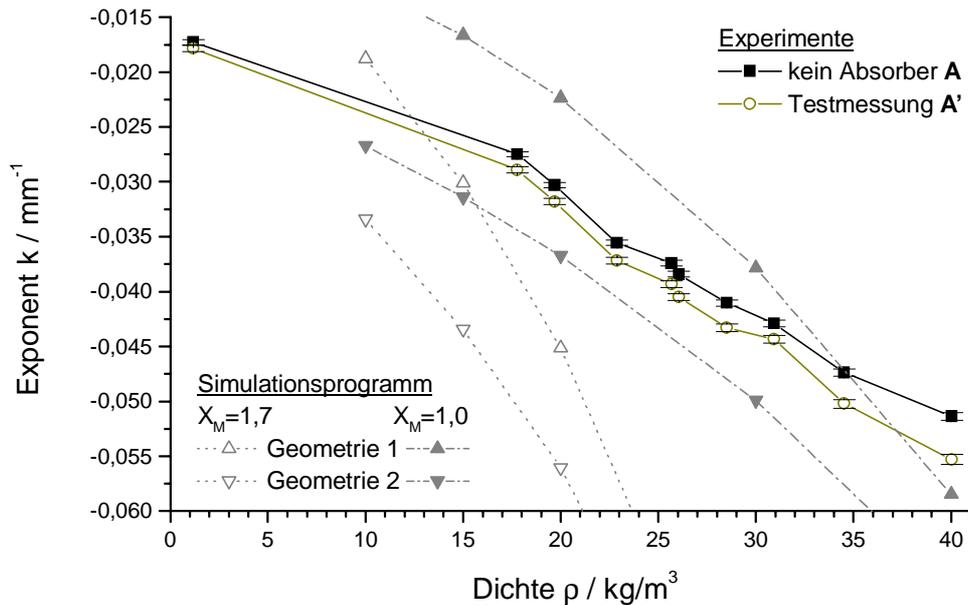


**Abbildung 5.14: Abhängigkeit des Exponenten von der Mediendichte, Experimente mit seitlichen Streumedienn (Stahlplatten)**

Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei dem zugeschnittenen Detektorsystem mit zunehmender Entfernung von der Positronenquelle ein immer kleiner werdender Anteil der Annihilationen erfaßt wird, da der Akzeptanzbereich dieses Detektorsystems wesentlich kleiner ist als der des PET-Scanners. Der Zuwachs der Koinzidenzraten in weiter entfernten Detektorpaaren bei einer Dichteabnahme fällt damit kleiner aus. Damit wird die Abnahme der Koinzidenzrate „überschätzt“, der Betrag des Exponenten wird mit geringer werdender Dichte zu groß bestimmt. Dieses Verhalten zeigen auch die aus den Ergebnissen der Simulationsrechnung abgeleiteten Exponenten (Abb. 5.15).

Die Rechnungen mit dem Simulationsprogramm wurden für die beiden in Abschnitt 2.4.5 diskutierten Geometrievarianten (siehe Tabelle 2.5 auf Seite 41) ausgeführt. So liegen die Werte für die Geometrievariante 2, deren Aufbau dem in diesem Kapitel besprochenen Detektorsystem sehr ähnelt, deutlich unter den für die Geometrie 1 ermittelten Exponenten. Das Simulationsprogramm geht dabei jedoch von einer größeren Anzahl von Detektoren gleicher Breite aus, siehe Abschnitt 2.4.5. Im Vergleich der experimentellen Daten mit den aus Simulationsrechnungen ermittelten Exponenten zeigt sich auch für das neue Detektorsystem, daß bei der

Wahl der Umwegfaktoren, die aus [Thüm74] entnommen wurden, die Werte der mit dem Simulationsprogramm berechneten Exponenten vom Betrag her zu groß berechnet werden.

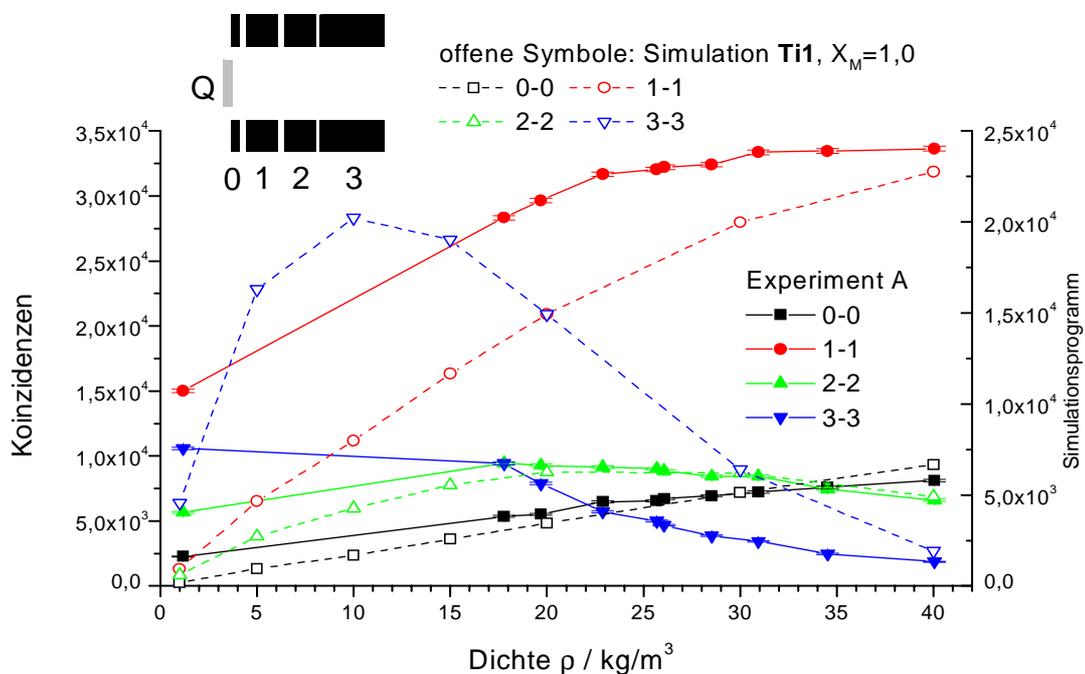


**Abbildung 5.15: Vergleich der Dichteabhängigkeit berechneter und experimenteller Exponenten, ohne Absorber**

Die Vorgehensweise der Berechnung und die durch Variation der Umwegfaktoren bewirkten Veränderungen des Ergebnisses wurden bereits in der Diskussion zur Abbildung 3.20 auf Seite 82 erläutert. Die dort vorgeschlagene Wahl der Umwegfaktoren ( $X_M = 1$ ) führt auch für das neue Detektorsystem zu einer guten Übereinstimmung der Exponenten aus den Experimenten und dem Simulationsprogramm. Eine weitere Verkleinerung der Umwegfaktoren ist physikalisch unsinnig, da die mittlere Reichweite der Positronen dann größer ist als die mittlere Bahnlänge. Gegen die relativ großen, von THÜMMEL angegebenen Umwegfaktoren spricht auch die in [Krie89] angegebene Charakterisierung, daß sich die Umwegfaktoren für die mittlere Reichweite für leichte Elemente (kleine Ordnungszahlen) nur wenig von 1 unterscheiden. Rechnungen mit dem Programmpaket GEANT bestätigen hingegen die von Thümmel angegebenen Werte (siehe Anhang D „Berechnung von Umwegfaktoren mit dem Programmpaket GEANT“ auf Seite 148). Die Interpretation dieses Verhaltens besteht darin, daß mit der Variation des Parameters Umwegfaktor Effekte wie die Messung von Streukoinzidenzen und zufälligen Koinzidenzen, die vom Simulationsprogramm nicht berücksichtigt werden können, durch eine Korrektur der Reichweite der Positronen ausgeglichen werden.

Die für  $X_M = 1$  erreichte gute Übereinstimmung gilt auch für die Ereigniszahlen selbst. Der Verlauf der experimentellen Kurve wird (bis auf einen konstanten Faktor) mit guter Genauigkeit vorhergesagt. Dieser Vergleich ist für die Koinzidenzkanäle direkt gegenüberliegender Detektoren und die mit dem Simulationsprogramm für  $10^8$  Positronen berechneten Ereigniszahlen in Abbildung 5.16 dargestellt. Für die Berechnung von Detektorsystemen mit Detekto-

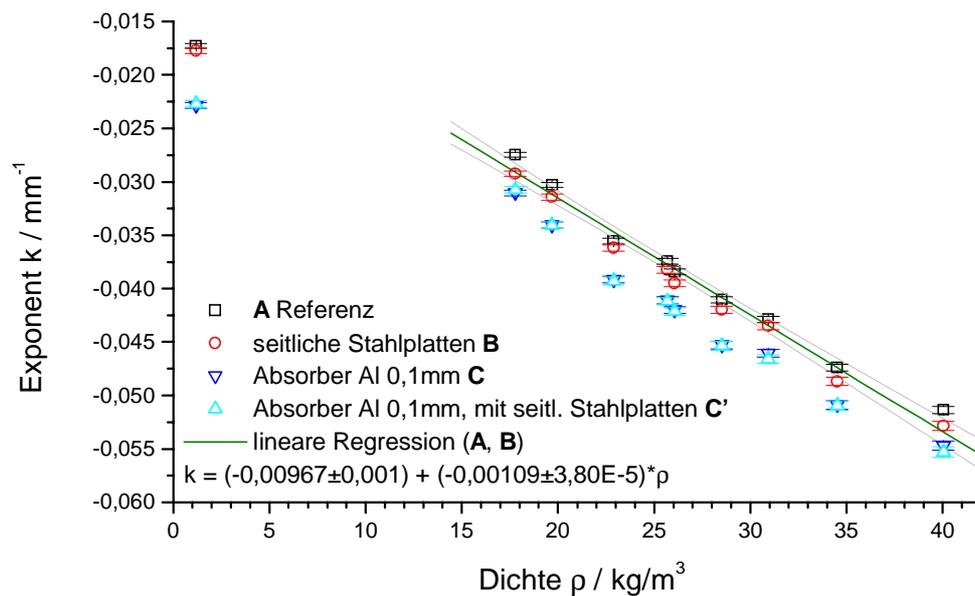
ren unterschiedlicher Breite wurde das Programm geringfügig erweitert. Abweichungen bestehen in der Nachweeffektivität einzelner Koinzidenzkanäle und einer zu niedrigen Vorhersage der Koinzidenzraten der Detektorpaare in der Nähe der Positronenquelle, vor allem bei geringen Dichten. Streukoinzidenzen aus der Quelle und der Quellenhalterung können hier die höheren experimentellen Werte bewirken. Eine systematische Untersuchung der optimalen Wahl des Umwegfaktors für eine Vielzahl von Versuchsaufbauten unterschiedlicher Geometrie wurde bisher nicht durchgeführt, so daß eine endgültige Vorschrift zur Kalibrierung des Meßverfahrens auf der Basis des Simulationsprogrammes nicht angegeben werden kann. Eine Plausibilitätsprüfung von Meßergebnissen und eine Abschätzung unbekannter Dichten (beispielsweise eine Minimalschätzung anhand der Simulationsergebnisse für  $X_M=1$ ) sind jedoch möglich.



**Abbildung 5.16: Vergleich experimenteller Ereigniszahlen der Meßreihe A (Meßzeit 70s) mit Ergebnissen des Simulationsprogrammes für den optimierten Detektoraufbau (Ereigniszahlen für  $10^8$  Positronen)**

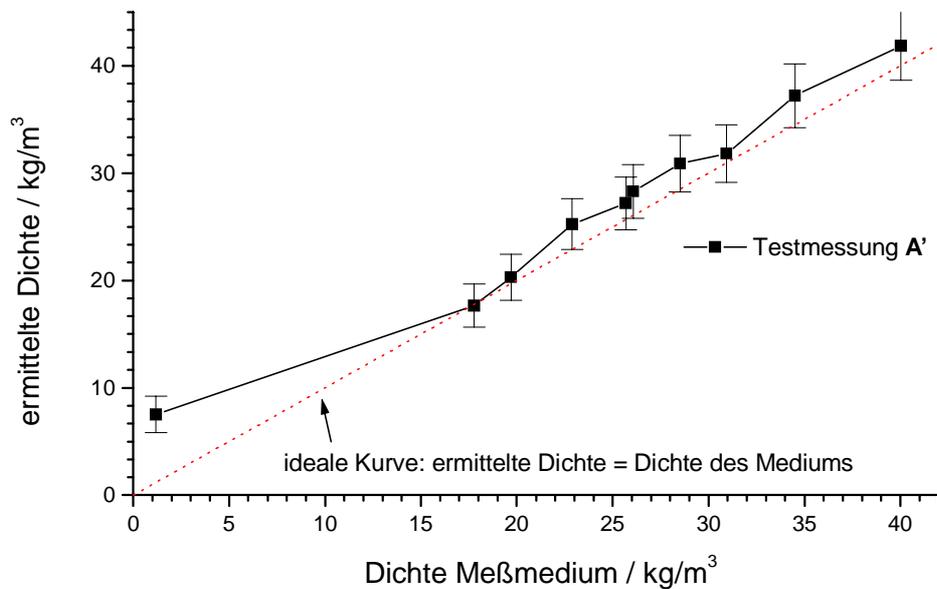
Für die Messungen ohne zusätzliche Absorber und diejenigen Messungen, bei denen die Aluminiumfolie als Absorber eingesetzt wurde, kann die Abhängigkeit des Exponenten zur Messung der Dichte anhand eines linearen Exponent-Dichte-Zusammenhanges gemäß Gl.(3.7) genutzt werden. Die Abbildung 5.17 zeigt, daß für diese Meßreihen auch keine wesentlichen Abweichungen zwischen den Exponenten gleicher Meßreihen mit und ohne Stahlplatten auftreten. Diese Abweichungen gehen nur für wenige Meßpunkte über die durch die statistischen Schwankungen der Ereignisrate hervorgerufenen Schwankungen der Exponenten hinaus. Die Meßpunkte mit Aluminium-Absorber hingegen sind deutlich verschoben. Die Kalibrierung (Geradenparameter) wurde daher aus den Meßwerten der Meßreihen ohne Absorber, mit und ohne seitlich angebrachte Stahlplatten ermittelt. Dabei wurden die Messungen ohne Schaumstoff (Luft als zu untersuchendes Medium) ausgelassen. Im Unterschied zu den Ergebnissen

am PET-Scanner ist die statistische Sicherheit der Luft-Messungen ebenfalls hoch, die für diese Messungen erhaltenen Exponenten liegen jedoch deutlich unterhalb der Geraden, die bei einer linearen Regression nur durch die Exponenten der Messungen mit Schaumstoffen erhalten wird. Die Lage der Regressionsgeraden, die auf diese Weise gewonnen wird, zeigt die Abbildung 5.17. Neben der Regressionsgeraden ist auch der 95%-Vertrauensbereich der Parameter dieser Geraden eingezeichnet.



**Abbildung 5.17: Vergleich der Meßpunkte mit und ohne Stahlplatten, Bestimmung der Parameter einer Regressionsgeraden (nur durch die Meßpunkte ohne zusätzliche Absorber – Meßreihen A und B)**

Auf der Basis dieser Regressionsgeraden wurden die Dichten einer unabhängigen Meßreihe ermittelt. Die Ergebnisse dieser Bestimmung sind in Abbildung 5.18 den bekannten Dichten der einzelnen Schaumstoffblöcke gegenübergestellt. Der verwendete Datensatz *Testmessung A'* aus Abbildung 5.13 ging nicht in die Parameterbestimmung ein. Dabei handelt es sich um einen Vorversuch. Aus Abbildung 5.13 ist ersichtlich, daß die Meßpunkte dieser Meßreihe von denen der Meßreihe *kein Absorber* abweichen, ohne daß beabsichtigte Änderungen am Versuchsaufbau durchgeführt wurden. Die leichte Variation ist vermutlich auf geringfügige Dejustierungen der Lage der Positronenquelle oder einer Detektorhälfte bei der Vorbereitung der Meßreihen A-E zurückzuführen. Dies ist möglich, da die einzelnen Baugruppen nicht unverrückbar mit dem Labortisch verbunden waren. Die anhand der Kalibrierung ermittelten Dichtewerte liegen daher gegenüber den Idealwerten leicht erhöht. Der aus den statistischen Fehlern des für die Messung benutzten Datensatzes und den Fehlern der Kalibrierparameter resultierende relative Fehler der ermittelten Dichtewerte liegt für die Messungen von Dichten  $\geq 20 \text{ kg/m}^3$  unter 10%, sonst unter 12%. Eine Ausnahme bildet die Bestimmung der Dichte von Luft, die auch außerhalb des kalibrierten Dichtebereiches liegt. Hier beträgt der durch statistische Unsicherheiten der Ereigniszahlen verursachte relative Fehler 35%.



**Abbildung 5.18: Ergebnisse einer Testmessung mit dem nicht zur Kalibrierung verwendeten Datensatz *Testmessung A'* nach Abbildung 5.13**

Durch den statistischen Charakter der Messungen der Ereignisrate setzt ein niedriger Fehler entsprechend hohe Zählraten in den Koinzidenzkanälen voraus. Bei einer Erhöhung des Abstandes der Detektorhälften voneinander oder dem Einsatz einer niedrigeren Quellenaktivität müssen daher die Meßzeiten entsprechend erhöht werden. Die hier vorgestellten Experimente illustrieren das Verhalten des vorgestellten Meßverfahrens bei Einsatz einer  $^{45}\text{Ti}$ -Positronenquelle mit einer Aktivität in der Größenordnung der Freigrenzenaktivität dieses Nuklids (5MBq).

#### 5.2.4 Prüfung der Überlegungen zum Detektordesign

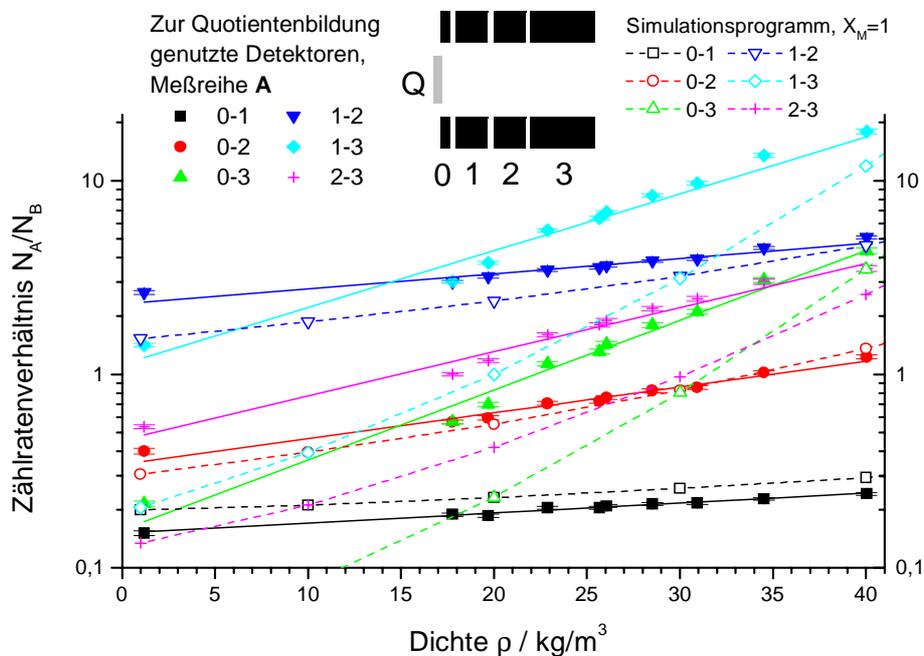
Zum Abschluß der Diskussion der Meßergebnisse ist zu prüfen, ob die in Abschnitt 4.1.3 getroffenen Modellannahmen die Eigenschaften des Detektorsystems richtig wiedergeben konnten. Im vorhergehenden Abschnitt wurden die Zählraten mit Korrekturen versehen, so wurden die unterschiedlichen Nachweeffektivitäten der Koinzidenzkanäle und das Abklingen der Quellenaktivität korrigiert. Im Resultat dieser Korrektur wird eine exponentielle Abnahme der Zählrate mit zunehmender Entfernung des Detektorpaares von der Positronenquelle gefunden. Der Exponent der Abnahme wird durch eine Regression, bei der die Zählrate mehrerer Detektorpaare eingeht, ermittelt und aus diesem die Mediendichte bestimmt (Abbildung 5.12). Nun wird eine andere Verfahrensweise betrachtet: die Bestimmung der Dichte des untersuchten Mediums erfolgt aus dem Verhältnis der Zählraten verschiedener Detektorpaare. Diese Vorgehensweise wurde bereits im Abschnitt 4.1.3 zum Design des Detektorsystems diskutiert.

Die Quotienten der Zählrate sind für die Meßreihe A in Abbildung 5.19 dargestellt. In dieser Darstellung sind darüber hinaus die Zählratenverhältnisse, die aus dem Ergebnis des Simulationsprogrammes erhalten werden (vergleiche Abb. 5.16), dargestellt. Da jeweils durch die Zähl-

rate des weiter entfernten Detektorpaares dividiert wurde, ist nach dem in Gleichung (4.8) aufgestellten Modell eine exponentielle Zunahme des Quotienten zu erwarten. Da für ein betrachtetes Detektorpaar die Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  und  $\alpha_j$  unverändert bleiben, können diese zu einem Vorfaktor  $K_{ij}$  zusammengefaßt werden. Die logarithmische Darstellung muß dann den Zusammenhang

$$\ln \frac{N_i}{N_j} = K_{ij} + a\rho(x_{D,i} - x_{D,j}) \text{ bzw. } \rho = \frac{\ln[N_i/N_j] - K_{ij}}{a \cdot (x_{D,i} - x_{D,j})} \quad (5.1)$$

wiedergeben, der zur Dichtebestimmung genutzt werden kann. Die Größe  $K_{ij}$  enthält neben dem genannten Vorfaktor auch den Beitrag des bisherigen Parameters  $b$  (siehe Gl.(4.8)). Da  $a$  negativ ist und das Detektorpaar  $j$  weiter von der Quelle entfernt liegt, nimmt das Verhältnis der Zählraten mit zunehmender Dichte zu (Abb. 5.19). Die Anstiege der Kurven in dieser Darstellung müssen sich voneinander unterscheiden, da die paarweise Kombination von Detektorpaaren  $i$  und  $j$  stets einen unterschiedlichen Abstand der Koinzidenzkanäle aufweist.

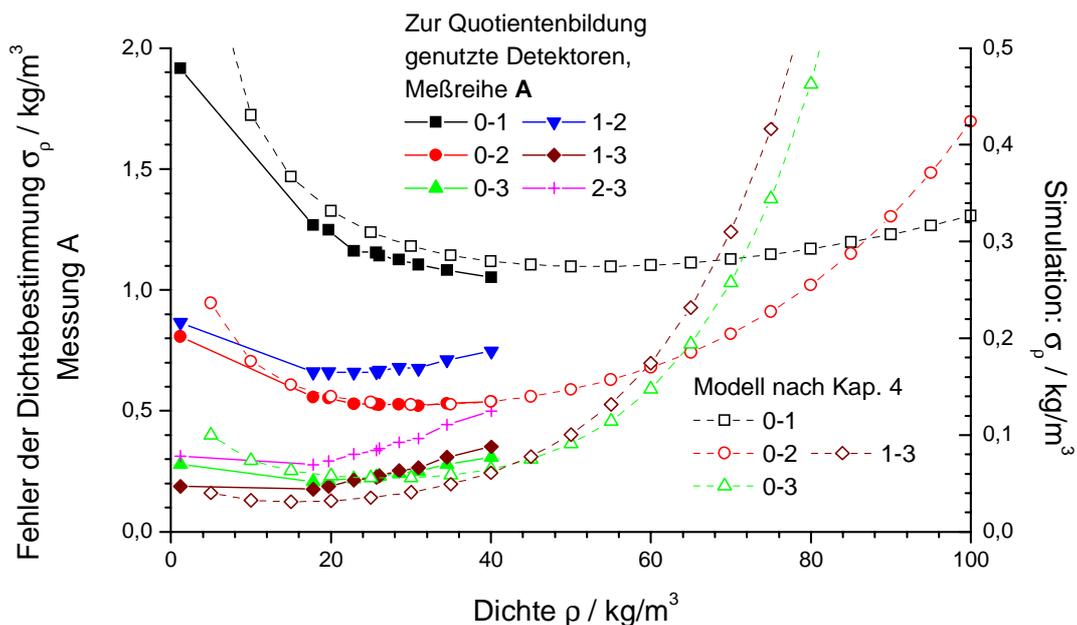


**Abbildung 5.19: Verhältnis der Zählraten verschiedener Detektorpaare unterschiedlicher Breite mit einer Regressionsgerade durch die Meßpunkte, Meßreihe A und Simulationsprogramm ( $10^8$  Positronen)**

In die Darstellung in Abbildung 5.19 wurden die aus dem Ergebnis des Simulationsprogrammes berechneten Quotienten mit hohlen Symbolen, die durch gestrichelte Linienzüge verbunden sind, eingetragen. Die durchgezogenen Linien sind Regressionsgeraden durch die korrespondierenden experimentellen Daten. Für die Koinzidenzkanäle 0-1, 0-2 und 1-2 stimmt der Wertebereich und das Verhalten der mit dem Simulationsprogramm ermittelten Quotienten mit den experimentellen Werten gut überein. Für einige der Koinzidenzkanäle sind bedingt durch Abweichungen zwischen den experimentellen und den im Simulationsprogramm

berechneten Ereignisraten (siehe Abb. 5.16) erhebliche Unterschiede zwischen den entsprechenden Quotienten zu verzeichnen. Zum Teil äußern sich diese Abweichungen lediglich in einem Offset in der halblogarithmischen Darstellung, was auf Toleranzen in der Nachweiseffektivität beteiligter Koinzidenzkanäle schließen läßt. Dadurch wird nochmals bestätigt, daß allein mit dem Simulationsprogramm keine Kalibrierung des Meßverfahrens erfolgen kann. Um die Auswirkungen unterschiedlicher Nachweiseffektivität kompensieren zu können, ist in jedem Fall eine experimentelle Bestimmung entsprechender Korrekturfaktoren erforderlich.

Zur Abschätzung des Fehlers der Dichtebestimmung wird wie in Abschnitt 4.1.3 vorgegangen, indem nur der Einfluß des statistischen Fehlers Berücksichtigung findet (siehe Gleichung (4.3) auf Seite 93). Dazu wurden zunächst die Koeffizienten  $a$  und  $K_{ij}$  aus den Meßdaten bestimmt, indem die Parameter der in Abbildung 5.19 dargestellten Regressionsgeraden berechnet wurden. Bei dieser Regression wurden die Zählratenverhältnisse wiederum anhand ihres relativen Fehlers gewichtet. Mit den dabei ermittelten Koeffizienten wurde der in Abbildung 5.20 dargestellte Fehler einer Dichtemessung für verschiedene Detektorkombinationen nach Gleichung (4.5) berechnet. Die Fehlerbeiträge der Koeffizienten und der Kristallpositionen wurden bei dieser Abschätzung nicht berücksichtigt, um die Ergebnisse mit denen der Vorüberlegungen (Abbildung 4.4) vergleichen zu können. Die außer acht gelassenen Fehlerbeiträge führen zu einer weiteren Anhebung des Dichtefehlers. Eine weitergehende Analyse, die diese Fehler einschließt, muß jedoch berücksichtigen, daß die Fehler der Geradenparameter von denen der Kristallpositionen nicht mehr statistisch unabhängig sind.



**Abbildung 5.20: Fehler der Dichtebestimmung aus dem Quotienten verschiedener Detektorpaare – nur Beiträge der statistischen Fehler der Zählraten, Meßreihe A bzw. Modell nach Kapitel 4**

Zum Vergleich mit Abbildung 4.4 sind in der Abbildung 5.20 auch Kurven enthalten, die für einige Detektorkombinationen den mit dem in Abschnitt 4.1.3 vorgestellten Modell berechne-

ten Fehler zeigen. Dazu wurde aus dem in Abbildung 4.4 dargestellten Fehlermaß  $F$  der Fehler  $\sigma_\rho = F/\sqrt{C_N}$  der Dichtemessung ermittelt. Die Konstante  $C_N$  wurde abgeschätzt, indem der für Messungen am PET-Scanner ermittelte Wert des Parameters  $C=23,33 \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s})$  mit der Meßzeit  $t_M=70\text{s}$  für die Meßreihe A multipliziert wurde. Da der Parameter  $C$  für eine andere Quellenaktivität bestimmt wurde, können sich die Werte des auf diese Weise ermittelten Meßfehlers von den aus den Meßdaten abgeleiteten Werten um einen konstanten Faktor unterscheiden, was in Abbildung 5.20 durch eine entsprechende Skalierung der rechten Ordinatenachse ausgeglichen wird. Es zeigt sich, daß der mit dem Modell (Abschnitt 4.1.3) vorausberechnete Kurvenverlauf des Fehlers für verschiedene Detektorkombinationen von den experimentellen Werten mit sehr guter Genauigkeit reproduziert wird. Im experimentell überprüften Dichtebereich weisen auch die Kombinationen 1-3 und 0-3 den geringsten Fehler der ermittelten Dichte auf. Dadurch wird die Richtigkeit der getroffenen Modellannahmen bestätigt. Die gute Übereinstimmung mit dem Modell gibt desweiteren Grund zur Annahme, daß bei Akzeptanz eines steigenden Meßfehlers der Dichtemeßbereich auch ohne Wechsel des Positronenemitters bis auf  $100\text{kg}/\text{m}^3$  erweitert werden kann. Die bei Messungen in diesem Dichtebereich jeweils optimale Detektorkombination kann der Abbildung 4.4 entnommen werden (beispielsweise die Kombinationen 0-1 und 0-2).

### 5.3 Schlußfolgerungen

Es wurde ein zugeschnittenes Detektorsystem aufgebaut und in Betrieb genommen, das Anihilationsrateverteilungen in Medien geringer Dichte, wie Schäumen, auf der Basis einer Koinzidenzmeßtechnik ermittelt. Es wurde in zwei Varianten gezeigt, daß der Meßaufbau zur Bestimmung der Mediendichte geeignet ist. Anhand einer Kalibrierung wurden die Dichtewerte eines unabhängigen Meßdatensatzes ermittelt. Dabei konnten die mit einem hochauflösenden PET-Scanner gewonnenen Ergebnisse mit dem zugeschnittenen Detektorsystem in gleicher Qualität reproduziert werden. Bei Betrachtung der Dichtemessung, ausgehend vom Verhältnis der Zählraten verschiedener Koinzidenzkanäle, konnten die beim Design des Detektorsystems getroffenen Annahmen bestätigt werden.

Die Abhängigkeiten für Absorber, die dicker oder dichter als der genannte Aluminiumabsorber sind, zeigen die Grenzen des vorgestellten Dichtemeßverfahrens für reale Systeme auf. Diese Absorberschichten können beispielsweise durch Bildung eines Flüssigkeitsfilmes infolge von Kondensationseffekten auf der Quellenoberfläche entstehen. Eine plötzliche Filmbildung auf der Quellenoberfläche würde daher zur Verfälschung der Meßinformation führen. Da eine Erkennung der Filme mit dem Verfahren nicht möglich ist, muß die Filmbildung bei Anwendung dieses Meßverfahrens daher sicher ausgeschlossen werden.

Mit dem Simulationsprogramm können die Ergebnisse der Experimente mit guter Übereinstimmung berechnet werden, sofern die Umwegfaktoren so gewählt werden, daß die mittlere Reichweite der CSDA-Reichweite entspricht. Auf der Basis der Rechenergebnisse ist auch ohne vorherige Kalibrierung zumindest eine Abschätzung gemessener Dichten möglich. Die Bestimmung von Korrekturfaktoren zur Kompensation unterschiedlicher Nachweiseffektiv-

täten muß auch für eine solche Abschätzung erfolgen, da andernfalls falsche Resultate erzielt werden.

Die statistische Sicherheit der Messungen wird verbessert, wenn die Information möglichst vieler Koinzidenzkanäle in die Auswertung einfließt. Dann können die erforderlichen Quellenaktivitäten beziehungsweise die Meßzeiten reduziert werden. Erweiterungen der bisher benutzten Auswertalgorithmen sollten deshalb die Zählraten von Koinzidenzkanälen benachbart gegenüberliegender Kristalle ebenfalls mit zur Dichtebestimmung nutzen, da auf diese Weise die statistische Sicherheit der ermittelten Parameter ohne Erhöhung der Quellenaktivitäten verbessert werden kann.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, bei der Bestimmung der Dichte aus dem Quotienten der Zählrate verschiedener Koinzidenzkanäle gezielt die für die jeweilige Dichte optimale Kombination zu verwenden. Für verschiedene Dichtebereiche gibt es dabei verschiedene optimale Detektorkombinationen, die anhand des vorgestellten Modells benannt werden können.

---

## 6 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Anwendung von Positronenemittern zur berührungslosen Bestimmung der Dichte von Medien geringer Dichte, wie Schaumstoffen, flüssigen Schäumen und komprimierten Gasen. Für das Meßverfahren wird die Abhängigkeit der Reichweite von Positronen von der Dichte des zu untersuchenden Mediums ausgenutzt. Zur Messung werden aus der Positronen-Emissions-Tomographie bekannte Techniken (Koinzidenzmeßtechnik) und Detektorsysteme (BGO-Szintillationsdetektoren) genutzt.

Für medizinische Anwendungen der PET-Technik spielt die Reichweite der Positronen lediglich die Rolle eines die Ortsauflösung der Tomographen begrenzenden Faktors. Dieser Fehlerbeitrag ist jedoch nicht dominierend, da durch den hohen Wasseranteil in biologischem Gewebe die Dichte immer in der Nähe von  $1\text{ g/cm}^3$  bzw.  $1000\text{ kg/m}^3$  liegt. Dadurch beträgt die Positronenreichweite nur wenige Millimeter. Bei den oben genannten Zweiphasenströmungen gasförmig/flüssig mit einem hohen Gasanteil kann die Reichweite jedoch wesentlich größere Dimensionen annehmen. Annihilationsverteilungen mit einer Ausdehnung von etwa 10 Zentimetern können leicht mit handelsüblichen PET-Detektorsystemen vermessen werden. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung der Möglichkeiten, durch eine Messung einer eindimensionalen Ortsabhängigkeit der Annihilationsrate, die außerhalb des zu untersuchenden Mediums detektiert werden kann, die mittlere Dichte des Mediums zu bestimmen.

In einem ersten Schritt wurde versucht, die Ausbreitung von Positronen in Medien des interessierenden Dichtebereiches numerisch zu simulieren. Mit dem vorgestellten Simulationsprogramm wurden die Auswirkungen verschiedener Einflußfaktoren auf die Messung, die bei der Anwendung der Positronenstrahlung zu erwarten sind, untersucht. Die Ergebnisse der Rechnungen liefern Aussagen zur Reichweiteverteilung der Positronen und zu möglichen Ereigniszahlen von Detektorsystemen. Einflüsse der Wahl des Positronenemitters, der Dicke des Positronenemitters, der Wirkung absorbierender Schichten auf dessen Oberfläche, der Wahl der Detektoren und der Variation der Dichte des Meßmediums wurden untersucht.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen zeigen, daß ein derartiges Dichtemeßverfahren technisch realisierbar ist. Die Simulation betrachtet dabei ein Modellmedium homogener Dichteverteilung, dessen atomare Zusammensetzung derjenigen von Polystyrenschäumstoff entspricht. Es werden Rechnungen für den Einsatz der Positronenemitter  $^{68}\text{Ga}$  und  $^{45}\text{Ti}$  in einem Dichtebereich von  $10\text{ kg/m}^3$  bis  $40\text{ kg/m}^3$  vorgestellt. Mit kommerziell verfügbaren oder durch Aktivierung vor Ort herstellbaren Positronenemittern werden Verteilungen der Annihilationsrate berechnet, die sich über eine meßtechnisch günstig erfaßbare Dimension der Größenordnung 10cm bis 20cm erstrecken. Für verschiedene Varianten der Geometrie des Detektorsystems werden daraus auch Verteilungen der Koinzidenzrate berechnet. Es zeigt sich, daß die Anwesenheit von absorbierenden Schichten auf der Oberfläche des Positronenemitters für eine praktische Anwendung des Verfahrens Probleme birgt. Dadurch wird das Energiespektrum der in das Meßmedium emittierten Positronen modifiziert. Um diesen Einfluß kompensieren zu können, müssen die Parameter des Absorbers bekannt sein.

Da die Reichweite der Positronen auch von der Energie abhängt, kann der Dichtebereich eines Meßsystems durch die Wahl des Positronenemitters und der Detektoranordnung variiert werden. Bei Beibehaltung der diskutierten Varianten der Detektorgeometrie können die vorgestellten Ergebnisse beispielsweise auf einen erweiterten Dichtebereich bis  $100\text{kg/m}^3$  extrapoliert werden, wenn anstelle des  $^{45}\text{Ti}$ -Emitters das Nuklid  $^{82}\text{Rb}$  verwendet wird. Die Ergebnisse der Rechnungen waren Motivation für die Experimente zur Dichtemessung in Modellmedien.

In einem zweiten Schritt wurde die Reichweiteverteilung in Modellmedien experimentell untersucht. Als Modellmedien dienten Polymerschäume. Die Untersuchungen wurden an einem hochauflösenden PET-Scanner durchgeführt. Die von dem verwendeten PET-Scanner gemessenen Ereigniszahlverteilungen liefern ein detailreiches Abbild der im untersuchten Objekt vorliegenden Verteilung der Annihilationsorte. Zur Visualisierung der Annihilationsortverteilung wurde eine Rückprojektion der Ereignisse in die Mittelebene zwischen beiden Detektorhälften vorgenommen. Mit der Mittelebenen-Rückprojektion können Intensitätsverteilungen bestimmt werden. Diese entsprechen der vorherrschenden Verteilung der Annihilationsrate, sofern die Annihilationen im wesentlichen in Gebieten in Nähe der Mittelebene konzentriert sind. Die Intensitätsverteilungen bestätigen eindrucksvoll die Ergebnisse des Simulationsprogrammes für die Variation der Dichte des Mediums.

Ein Schwerpunkt der Auswertung bestand in der Quantifizierung der Dichte des untersuchten Mediums, ausgehend von den Ereigniszahlen der Koinzidenzkanäle des Detektors. Aus der Vielzahl von Koinzidenzkanälen, die vom Scanner bereitgestellt werden, wurden dazu einfache Detektorsysteme mit verringerter räumlicher Auflösung modelliert. Mit den Modelldetektoren, die aus Spalten der Kristallmatrix der Detektorköpfe zusammengesetzt wurden, sind die Möglichkeiten zur Realisierung eines Dichtemeßverfahrens untersucht worden. Die Zählrate, die in diesen Modelldetektoren erfaßt wird, klingt mit zunehmender Entfernung der Detektoren von der Positronenquelle exponentiell ab. Dieses Verhalten und die Änderung des Exponenten bei Variation der Dichte wurden vom Simulationsprogramm richtig vorhergesagt.

Ausgehend von einem Modell, das die Zählrate in Abhängigkeit von der Dichte und der Entfernung des Detektors von der Positronenquelle beschreibt, wird ein Verfahren zur Bestimmung der Dichte aus den Datensätzen für die Modelldetektoren vorgeschlagen. Am Beispiel einer Testmessung wird gezeigt, daß dieses Verfahren unbekannte Dichten richtig ermitteln kann. Der statistische Fehler des Verfahrens hängt von den Ereigniszahlen in den Koinzidenzkanälen, und damit von der Aktivität der Quelle und der verwendeten Meßzeit ab. Im Falle der Beispielmessung liegen die statistischen Fehler im Bereich unter 15% des Meßwertes.

Diese Ergebnisse sind der Ausgangspunkt für den Aufbau eines zugeschnittenen, kostengünstigen Meßsystems zur Dichtemessung mit Positronenstrahlung. Ausgehend vom Modell der Koinzidenzzählraten wurden die Überlegungen, die zur gewählten Konstruktion des Detektorsystems führten, diskutiert. Die Realisierung der Elektronikkomponenten erfolgte in Form von CAMAC-Modulen, die durch einen PC gesteuert werden. Das zugeschnittene Detektorsystem wurde aufgebaut und in Betrieb genommen.

Analog zur Auswertung der Messungen am PET-Scanner wurde gezeigt, daß dieser Meßaufbau zur Bestimmung der Mediendichte der verwendeten Modellschäume geeignet ist. Anhand

---

einer Kalibrierung wurden die Dichtewerte eines unabhängigen Meßdatensatzes ermittelt. Dabei konnten die mit dem hochauflösenden PET-Scanner gewonnenen Ergebnisse mit dem zugeschnittenen Detektorsystem in gleicher Qualität reproduziert werden. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Dichte besteht in der Auswertung des Quotienten der Zählrate verschiedener Koinzidenzkanäle. Für wechselnde Dichtebereiche gibt es dabei verschiedene optimale Detektorkombinationen, die mit einem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Modell ermittelt werden können.

Mit dem Simulationsprogramm können die Ergebnisse der Experimente bei einer speziellen Wahl der verwendeten Umwegfaktoren mit guter Übereinstimmung berechnet werden. Nach der Bestimmung der Korrekturfaktoren zur Kompensation unterschiedlicher Nachweiseffektivitäten in den Koinzidenzkanälen des Detektorsystems ist auf der Basis der Rechnungsergebnisse eine Abschätzung der vorliegenden Dichte möglich.

Weitere Untersuchungen zum Dichtemeßverfahren könnten neben Optimierungen im Rahmen der Anpassung des Verfahrens an eine konkrete Meßaufgabe auch die vollständigen Simulation der Messung mit einem Transportcode beinhalten, um den Beitrag zufälliger Koinzidenzen und von Streukoinzidenzen zum Ergebnis der Messungen zu analysieren. Dadurch könnten für wichtige Stoffsysteme optimierte Umwegfaktoren angegeben werden, die eine Erstellung von Kalibrierkurven mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Simulationsprogramm gestatten. Als ein weiteres Ziel von Untersuchungen kann die Anwendung anderer Positronenquellen genannt werden, speziell im Hinblick auf die Erweiterung des Dichtemeßbereiches durch ein anderes Positronenspektrum oder eine praxisgerechtere, längere Halbwertszeit des Emitters. Hier erscheint insbesondere der Einsatz der Nuklide  $^{82}\text{Rb}$ ,  $^{56}\text{Co}$  und  $^{140}\text{Pr}$  erstrebenswert.

Im Ergebnis der im Rahmen dieser Dissertation durchgeführten Arbeiten ist ein Prototyp eines neuen Dichtemeßsystems für Medien geringer Dichte entstanden, der für eine Praxiserprobung zur Verfügung steht.



---

## Literaturverzeichnis

- [Ang58] Anger H.O.: Scintillation Camera. Rev. Sci. Instr. 29 (1958) 27-33
- [Bart68] Barthels H.: Meßverfahren für Zweiphasenströmungen, Chem. Ing. Tech. 40 (1968) H11, 530-537, Verlag Chemie GmbH, Weinheim.
- [Behr69] Behrens H., Jänecke J.: Numerische Tabellen für Beta-Zerfall und Elektronen-Einfang. Landolt-Börnstein, Neue Serie. Gruppe I Band 4. Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York 1969
- [Berg88] Berger M.J.: NIST X-Ray and  $\gamma$ -Ray Attenuation Coefficients and Cross Sections Database Version 2, NIST Standard Reference Database 8, 1988
- [Berg89] van den Bergen E.A. et al.: Industrial Applications of positron emission computed tomography, Nucl. Geophys. Vol. 3 No. 4 (1989) 407-418
- [Bevi92] Bevington P.R., Robinson D.K.: Data Reduction and Error Analysis for the physical sciences. McGraw-Hill Inc. New York 1992. ISBN 0-07-911243-9
- [Both33] Bothe W.: Durchgang von Elektronen durch Materie. in: Geiger H. und Scheel K. [Hrsg.], Handbuch der Physik Bd. XXII/2 Negative und Positive Strahlen, 2. Auflage, Julius Springer Verlag Berlin, 1933. S. 1-74.
- [Bron89] Bronstein I.N., Semendjajew K.A.: Taschenbuch der Mathematik. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig. 1989
- [Cher94] Cherry S.R.: Recent Advances in Instrumentation for Positron Emission Tomography. Nucl. Instr. Meth. A 348 (1994) 572-576
- [Colo65] Colombino P., Fiscella B., Trossi L.: Study of positronium in water and ice from 22°C to -144°C by annihilation quantum measurements. Nuovo Cimento 38 (1965) 707-723
- [DeBe50] DeBenedetti S., Cowan C.E., Konneker W.R. and Primakoff H.: On the angular distribution of two-photon annihilation radiation. Phys. Rev. Vol. 77 No. 2 (1950) 205-212
- [Delh84] Delhaye J.M., Cognet C. (Hrsg.): Measuring Techniques in Gas-Liquid Two-Phase Flows. IUTAM Symposium Nancy / France 1983. Springer-Verlag, Berlin 1984
- [Dere79] Derenzo S.E.: Precision measurement of Annihilation Point Spread Distributions for medical important Positron Emitters, in: Hasiguti R.R., Fujiwara K. [editors], Positron Annihilation, Proceedings of the 5th Intl. Conf. on Positron Annihilation, Lake Yamanaka Japan. The Japan Institute of Metals, Sendai 1979.
- [Dere82] Derenzo S.E., Budinger T.F., Huesman R.H., Cahoon J.L.: Dynamic Positron Emission Tomography in Man using Bismuth Germanate Crystals, in: Coleman P.G., Sharma S.C., Diana L.M. [editors], Positron Annihilation, Proceedings of the 6th Intl. Conf. on Positron Annihilation, The University of Texas at Arlington, North Holland Publishing, Amsterdam 1982.
- [Deut53] Deutsch M.: Annihilation of Positrons. Progress Nucl. Physics 3 (1953) 131-159
- [Dimi86] Dimitriev P.P.: Radionuclide Yield in Reactions with Protons, Alpha Particles and Helium-3. Handbook. 1986. INDC(CCP)-263/G+CN+SZ

- [Dörs92] Dörschel B., Schuricht V. Steuer J.: Praktische Strahlenschutzphysik. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 1992.
- [Dunn96] Dunn W.L., Russell M.K., Wieland B.W. and Yacout A.M.: Monte Carlo Analysis of Micro-fiber Targets for Production of  $^{15}\text{O}$ -Ozone. IRRMA 1996 conference, Raleigh, NC, USA - to be published in Appl. Radiat. Isot. O228. Abstract Book: ISBN 0-89448-615-2
- [Eng95] Enghardt W.: Persönliche Mitteilung zum Programm RANGE, 1995
- [Fano52] Fano, U. (1952) Tables for the Analysis of Beta Spectra, NBS Applied Mathematics Series 13, National Bureau of Standards, Washington 1952
- [Furu71] Furukawa M., Shizuri K. et al.: Production of  $^{26}\text{Al}$  and  $^{22}\text{Na}$  from Proton Bombardment of Si, Al and Mg. Nucl. Phys A174 (1971) 539-544
- [GEA94] GEANT – Detector Description and Simulation Tool. CERN Program Library W5013, Edition March 1994
- [Gehr95] Gehrtsen C.: Physik. in Bearbeitung von H. Vogel. Springer Verlag, Berlin, 1995 ISBN 3-540-59278-4
- [Hama97] Hamamatsu News. Hamamatsu Photonics Deutschland GmbH. Werksinformationen, verschiedene Ausgaben 1996-1997
- [Hard67] Harder D., Poschet G.: Transmission und Reichweite schneller Elektronen im Energiebereich 4 bis 30 MeV. Physics Letters Vol. 24B Nr. 10 (1967) 519-521.
- [Hard74] Harder D.: Korpuskularstrahlung, in: Jaeger R.G. und Hübner W. [Hrsg.], Dosimetrie und Strahlenschutz. Physikalisch-technische Daten für die Praxis, 2. völlig neubearbeitete Aufl., Stuttgart, Georg Thieme Verlag, 1974. S. 90-112.
- [Hari63] Harigel G., Scheer M., Schultze K.: Blasenkammerexperimente zur Abbremsung relativistischer Elektronen. Z. Naturforsch. 18a (1963) 675-687
- [Hasch96] Hasch B.G.: Die physikalischen Grundlagen einer Verifikation des Bestrahlungsplanes in der Schwerionen-Tumorthherapie mit der Positronen-Emissions-Tomographie. Dissertation, TU Dresden 1996
- [Hawk86] Hawkesworth M. R. et al.: A positron camera for industrial application. Nucl. Instr. Meth. A253 (1986) 145-157
- [Hawk96] Hawkesworth M.R. and Parker D.J.: Emission tomography. in: Process Tomography ed. by M.S. Beck. Butterworth-Heinemann 1996
- [Hens96a] Hensel F.: in: Research Centre Rossendorf Inc. – Institute for Safety Research: Annual Report 1995, FZR-152, 1996
- [Hens96b] Hensel F.: Untersuchung von Zweiphasenströmungen gasförmig/flüssig mit Positronenemittern. Meßtechnik zur Untersuchung von Vorgängen in thermischen Energieanlagen: Tagung Dresden, Dresden: TU Dresden, 1996 ISBN 3-86005-168-7, S. 101-110
- [Hens97] Hensel F.: Studies of Liquid-Gaseous Two-Phase Systems by Positron Emitting Radiotracers, IRRMA 1996 conference, Raleigh, NC, USA - Appl. Radiat. Isot. Vol. 48 No. 10-12 (1997) 1485-1492 / Abstract Book: ISBN 0-89448-615-2
- [Hens98] Hensel F., Rohde U.: Measurement and Simulation of the Turbulent Dispersion of a Radioactive Tracer in a Two-Phase Flow System. in „Advances in Fluid Mechan-

- ics II“ ed. by M. Rahman, G. Comini and C.A. Brebbia. Computational Mechanics Publications, Southampton UK, 1998. ISBN 1-85312-589-X
- [Hori97] Hori K., Fujimoto T., Kawanishi K., Nishikawa H.: Advanced High Speed X-Ray CT Scanner for Measurement and Visualisation of Multi-Phase Flow. OECD/CSNI Specialist Meeting on Advanced Instrumentation and Measurement Techniques (Proceedings), Santa Barbara, USA, March 17-20, 1997
- [ICRU84] ICRU Report 37 (1984) Stopping Powers for Electrons and Positrons, Bethesda, ISBN 0-913394-31-9
- [Jack75] Jackson J.D.: Classical Electrodynamics. 2nd Ed., J. Wiley & Sons, New York, 1975
- [Jone88] Jones O.C.: Experimental Methods in two-phase flow, in: Nuclear Reactor Safety Heat Transfer, Proceedings of the international centre for Heat and Mass transfer 12, Hemisphere Publishing Corp., 1988
- [Jonk92] Jonkers G. et al.: Surface catalysis studied by in situ positron emission, Nature 63 (1992) 355
- [Kell73] Keller K.A., Lange J., Münzel H., Pfennig G.: Q-Werte und Anregungsfunktionen von Kernreaktionen. Landolt-Börnstein, Neue Serie. Gruppe I Band 5 Teil b. Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York 1973
- [Kern95] Kern T.: Modellierung der axialen Gasgehaltsverteilung bei transienten Vorgängen in einer Zweiphasenströmung. Diplomarbeit, TU Dresden 1995
- [Krie89] Krieger H., Petzold W.: Anwendungen in der Strahlentherapie und in der klinischen Dosimetrie. in: Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz. Band 2, B. G. Teubner Stuttgart, 1989. S. 42-47.
- [Lauk97] Lauckner K.: Dissertationsschrift, in Vorbereitung.
- [L'Ecu88] L'Ecuier P.: Efficient and Portable Combined Random Number Generators, Communications of the ACM. Volume 31 No. 6 1988, 742-749,774
- [Lede78] Lederer C.M., Shirley V.S.: Table of Isotopes. 7th Edition, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California Berkeley. A Wiley - Interscience Publication. John Wiley & Sons Inc. 1978
- [Leo87] Leo, W.R. Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. A How-to Approach. Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York 1987
- [Magu97] Maguire R.P., Missimer J.H., Emert F., Townsend D.W., Dollinger H. and Leenders K.L.: Positron Emission Tomography of Large Rock Samples Using a Multiring PET Instrument. IEEE Transactions on Nuclear Science NS-44 No. 1, February 1997, 26-30
- [Mane53] Manegold E.: Schaum. Straßenbau, Chemie und Technik Verlagsgesellschaft 1953
- [Maye74] Mayer-Kuckuk T.: Physik der Atomkerne, B.G. Teubner, Stuttgart 1974
- [Mayi82] Mayinger F.: Strömung und Wärmeübergang in Gas-Flüssigkeits-Gemischen. Springer Verlag Wien, 1982
- [Merk96] Reagenzien, Chemikalien, Diagnostika. Katalog Laborchemikalien 1996. Merck KGaA, 1996

- [Mill93] Millies M.: Fluidodynamik, Vermischung und Stoffübergang in Zirkulationszellen in Blasensäulen. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 3 Nr. 307 (1993) 100-108
- [Mott52] Mott N.F., Massey H.S.W. The Theory of Atomic Collisions. Clarendon Press, Oxford 1952
- [Naum98] Naumann B.: Persönliche Kommunikation: Durchführung und Ergebnisse von Positronentransportrechnungen mit dem Programmpaket Geant 3.21, Institut für Kern- und Hadronenphysik des FZR, 1998
- [Okam87] Okamoto K. (ed.) Nuclear Data for Medical Radioisotopes produced by Accelerators, Proceedings of the IAEA Consultants' Meeting, Tokyo April 20-24, 1987, INDC(NDS)-195/GZ
- [Olli97] Ollinger J.M. and Fessler J.A.: Positron Emission Tomography. IEEE Signal Processing Magazine 14(1), January 1997, p. 43-55
- [Orig4] Origin 4.0: Data Analysis and Technical Graphics for Windows. User Manual. Microcal Software, Inc. 1995
- [Pahl95] Pahl M.H., Franke D.: Schaum und Schaumzerstörung – Ein Überblick. Chem. Ing. Tech. 67 (1995) Nr. 3 S. 300-312
- [Park94] Parker D.J., Hawkesworth M.R., Broadbent C.J., Fowles P., Fryer T.D., McNeil P.A. (1994) Industrial positron-based imaging: principles and applications. Nucl. Instr. Meth. A 348 p 583-592
- [Pawe95] Pawelke J.: Methodische Untersuchungen zum Einsatz der Positronen-Emissions-Tomographie in der Leichten-Tumorthherapie. Dissertation, FZR-97, 1995
- [Pawe96] Pawelke J., Byars L., Enghardt W. et al. (1996) The investigation of different cameras for in-beam PET imaging. Phys. Med. Biol. 41, 279-296
- [PHE96] Prasser H.-M., Hensel F., Enghardt W.: Verfahren zur Messung der integralen Massefeuchte in Zweiphasenströmungen, Patentanmeldung EP 0 691 537 A1, 1996 (Offenlegungsschrift, Patentblatt 1996/02)
- [Pres92] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.: Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, Cambridge 1992. ISBN 0-521-43108-5
- [Roge92] Rogers J.G., Taylor A.J., Rahimi M.F., Nutt R., Andreaco M., Williams C.W.: An Improved Multicrystal 2-D BGO Detector for PET. IEEE Transactions on Nuclear Science NS-39 No.4 (1992) 1063-1068
- [Rohl94] Rohlf J.W.: Modern Physics from  $\alpha$  to  $Z^0$ . John Wiley & Sons Inc. USA 1994. ISBN 0-471-57270-5
- [Seel81] Seelmann-Eggebert W., Pfennig G., Münzel H., Klewe-Nebenius H.: Karlsruher Nuklidkarte. Kommunschriftenverlag J. Jehle, 5. Auflage, München 1981
- [Selt89] Seltzer S.M.: NIST Electron and Positron Stopping Powers of Materials Database (EPSTAR) Version 2, NIST Standard Reference Database 7, 1989
- [Selt98] Seltzer S.M.: Persönliche Kommunikation zu Definition, Anwendung und Bezugsquellen von Umwegfaktoren (NIST) 1998
- [Simo58] Simons, L.: Positronium. in Handbuch der Physik Bd. 34: Korpuskeln und Strahlung in Materie II, Hrsg. S. Flügge, Springer Verlag Berlin Göttingen 1958

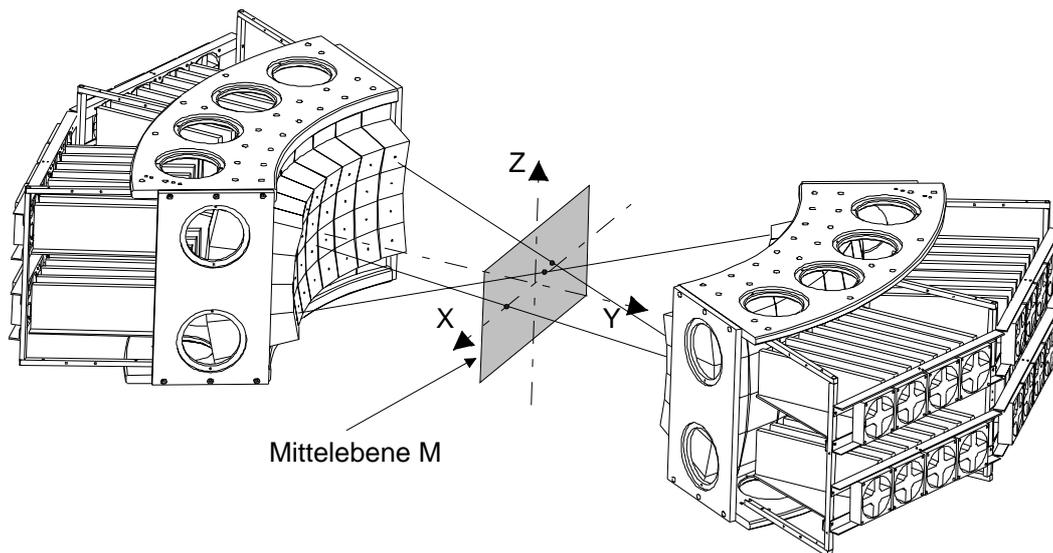
- 
- [Thüm74] Thümmel H.-W.: Durchgang von Elektronen- und Betastrahlung durch Materie-schichten - Streuabsorptionsmodelle. 1. Aufl., Akademie-Verlag Berlin, 1974
- [Town93] Townsend D.W., Defrise M.: Image Reconstruction Methods in Positron Tomogra-phy, (1993) CERN 93-02
- [Wien89] Wienhard K., Wagner R., Heiss W.D.: Grundlagen und Anwendungen der Positro-nen-Emissions-Tomographie. Springer-Verlag, Berlin 1989
- [Will95] Williams R.A., Beck M.S. (Hrsg.): Process Tomography. Principles, techniques and applications. Butterworth-Heinemann Oxford, 1995 ISBN 0-7506-0744-0
- [Www97a] Worldwide Web: <http://www.llnl.gov> bzw. <http://www.slac.stanford.edu>



## Anhang

### Anhang A Mittlebenen-Rückprojektion der Ereignisdaten

Zur Visualisierung der Reichweitenverteilung der Positronen wurde eine Mittlebenen-Rückprojektion der Ereignisdaten durchgeführt. Bei diesem Verfahren werden alle nachgewiesenen Annihilationsereignisse in die Mittlebene zwischen den Detektoren projiziert.



**Abbildung A.1: Prinzip der Mittlebenen-Rückprojektion. Als Mittlebene wird hier der Ausschnitt der durch  $y=0$  beschriebenen Ebene im Raum betrachtet, der innerhalb des geometrischen Akzeptanzbereiches des PET-Scanners liegt.**

Die Mittlebene ist in kleine Flächenelemente unterteilt. Ein Ereignis wird dem Flächenbereich, der den Schnittpunkt der Ereignisgeraden mit der Mittlebene ( $x$ - $z$ -Ebene) enthält, zugeordnet. Die bei der Rückprojektion für die einzelnen Flächenbereiche aufsummierten Intensitäten entsprechen in der grafischen Darstellung einem Pixel. Bei der auf diese Weise durchgeführten Projektion entlang der Verbindungslinie der beiden getroffenen Detektoren, der Ereignisgeraden, geht die Information über die genaue  $y$ -Position des Ereignisses verloren<sup>1</sup>. In Abhängigkeit von der genauen  $y$ -Position und der Lage des Ereigniskanals im Raum weicht diese Zuordnung möglicherweise von den tatsächlichen Koordinaten des Annihilationsereignisses ab. Dieser Effekt führt zu einer verschmierten Abbildung der Annihilationsortverteilung in der Mittlebene. Diese Verschmierung kann verringert werden, indem

- das Auftreten von Annihilationsereignisse auf die Nähe der Mittlebene begrenzt wird oder
- die Neigung der Ereigniskanäle bezüglich der Flächennormalen der Mittlebene ( $y$ -Achse) gering gehalten wird.

1. Streng genommen liegt diese Information gar nicht vor und geht deshalb nicht verloren. Dreidimensional arbeitende Rekonstruktionsverfahren sind in der Lage, aus einer Vielzahl von Ereignissen eine räumliche Verteilung der Annihilationswahrscheinlichkeit bzw. Aktivitätswahrscheinlichkeit im untersuchten Objekt zu berechnen. Die genauen Koordinaten eines Einzelereignisses können jedoch nicht ermittelt werden.

Bei der Untersuchung der Reichweite von Positronen in den Schaumstoffblöcken ist die Begrenzung der Verteilung auf ein Gebiet in Nähe der Mittelebene nur dadurch möglich, daß die zu erwartenden Reichweiten möglichst gering gewählt werden. Auch unter diesem Aspekt ist die Anwendung des Positronenemitters  $^{45}\text{Ti}$  gegenüber  $^{68}\text{Ga}$  zu bevorzugen. Ausgehend von den Ergebnissen der Simulation sind bei Verwendung dieses Emitters und der genannten Polymerschaumstoffe Verteilungen der Positronenreichweite mit einer maximalen Ausdehnung von 10cm bis etwa 30cm zu erwarten (für Dichten von  $40\text{kg/m}^3$  bis  $10\text{kg/m}^3$ , nach Abbildung 2.20 bzw. Abbildung 2.19). Für die Schaumstoffe mit den kleineren Dichten ist für einen Großteil der Annihilationen die Bedingung der geringen Entfernung der Annihilationsorte von der Mittelebene nicht mehr zutreffend. Daher muß für diese Dichten eine Zunahme des Verschmierungseffektes in Kauf genommen werden.

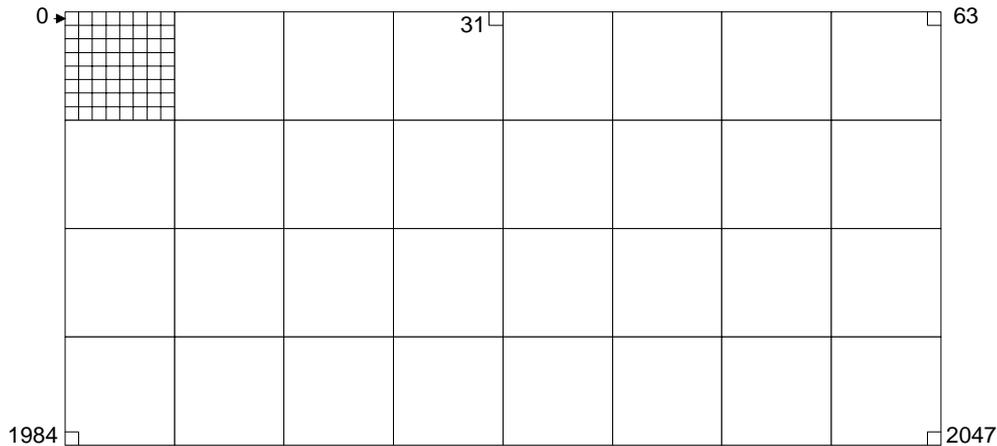
Durch die Einschränkung der Abweichung der Projektionsrichtungen von der Flächennormalen der Mittelebene wird bewirkt, daß die durchgeführte Projektion mehr dem Modell einer parallelen Projektion entspricht. Aus dieser Sicht erscheint die Anordnung der Quelle in Nähe eines Endes des Akzeptanzbereiches vorteilhaft. Dadurch wird für die Pixel der Mittelebene, die in Nähe der Quelle liegen, eine Begrenzung der Projektionswinkel erreicht. Dies geschieht dadurch, daß Annihilationsquanten von Annihilationen, die am Rande des Akzeptanzbereiches stattfindenden, in einem geringeren Raumwinkelbereich von den Detektoren nachgewiesen werden als Annihilationsquanten aus dem Zentrum der Anordnung. Die Einschränkung des Winkelbereiches kann jedoch ebenfalls nur zu partiellen Verbesserungen führen. Auch bei einer reinen Parallelprojektion bleibt das Problem bestehen, daß je nach Entfernung des Annihilationsortes von der Mittelebene die Ereignisse von Positronen unterschiedlicher Reichweite in das gleiche Gebiet der Mittelebene projiziert werden. Daher wurde die Mittelebenen-Rückprojektion bei den Untersuchungen der Positronenausbreitung in den Schäumen nur als Mittel der qualitativen Visualisierung der Annihilationsortverteilungen eingesetzt.

Verfahren zur dreidimensionalen Rekonstruktion der Ereignisdaten kamen nicht zur Anwendung. Entsprechende, für die Anwendung auf die Daten des verwendeten PET-Scanners zugeschnittene Methoden standen zum Zeitpunkt der Messungen nicht zur Verfügung. Durch den begrenzten Raumwinkel des Scanners sind die bei anderen Tomographen verwendeten Rekonstruktionsverfahren hier nicht einsetzbar. Eine Untersuchung spezieller Algorithmen zur Rekonstruktion der örtlichen Annihilationsrate war zu dieser Zeit bereits im Gange [Lauk97].

Zur praktischen Durchführung der Rückprojektion müssen aus den Histogrammdatensätzen die erforderlichen Informationen extrahiert werden. In diesen Datensätzen wird für jede Kombination von Detektorkristallen die Zahl der registrierten Koinzidenzen abgespeichert. Die Speicherung der  $2048 \times 2048$  Koinzidenzkanäle erfolgt in einer Matrixstruktur, die auf den Kristallnummern aufbaut. Das Numerierungsschema der Kristalle ist in Abbildung A.2 dargestellt.

Bedingt durch den Aufbau der Detektorköpfe muß zunächst aus der Kristallnummer der zugehörige Blockdetektor ermittelt werden. Die Position der zu ein und dem selben Blockdetektor gehörenden Kristalle kann mit gleichen Parametern beschrieben werden, den Ebenengleichungen der Stirnflächen des Blockdetektoren und die Position des Zentrums des Blockdetektors.

Diese Größen sind für alle Blockdetektoren bekannt. Aus den genannten Daten wird die Position der involvierten Kristalle im jeweiligen Blockdetektor und im normalen kartesischen Koordinatensystem bestimmt. Der Schnittpunkt der Verbindungsgeraden der Kristalle mit der Mittelebene legt das Pixel fest, zu dessen Inhalt der betrachtete Koinzidenzkanal beiträgt. Die Intensität, mit der ein Koinzidenzkanal zur Rückprojektion beiträgt, wird aus für diesen Kanal geltenden den geometrischen Verhältnissen berechnet. Die Korrektur der geometrischen Detektorakzeptanz, die wesentlichen Einfluß auf diese Berechnung hat, wird im Abschnitt 3.2.1 beschrieben.



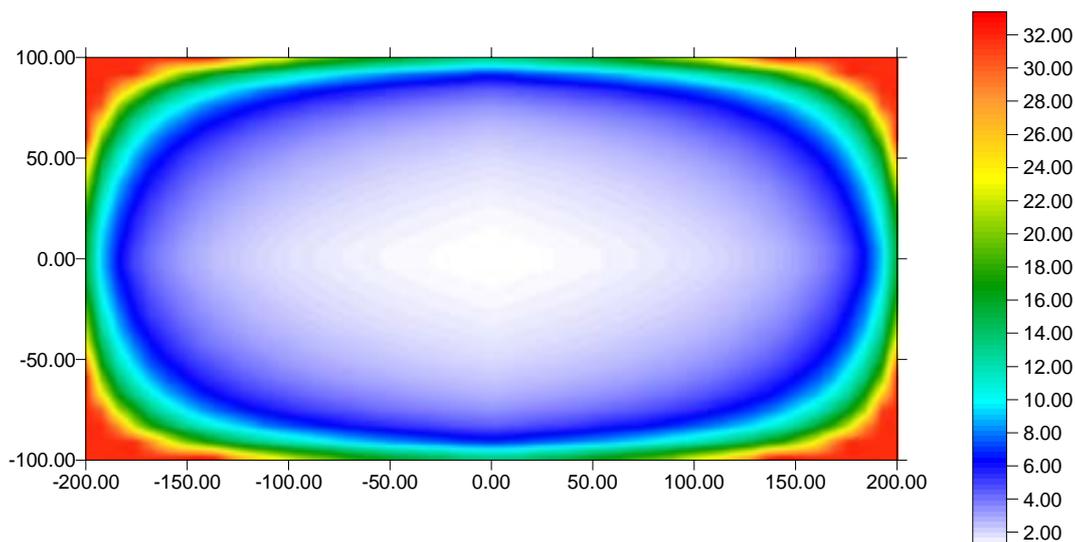
**Abbildung A.2: Konventionen der Numerierung: Ein Detektorkopf besteht aus 4×8 Blockdetektoren mit jeweils 8×8 Detektorkristallen. Die Kristalle werden zeilenweise fortlaufend nummeriert, die so erhaltene Kristallnummer läuft von 0 bis 2047**

Zur Bestimmung der Position der Detektorkristalle wurde zunächst die Mitte des betreffenden Kristalls berechnet. Es zeigte sich jedoch, daß bei diesem Verfahren störende Rückwirkungen der Kristallposition mit der konkreten Wahl der Größe einzelner Bildpunkte (Pixel) in der Mittelebene auftreten können. Es kommt dann zur Ausbildung von Moiré-Mustern in der Mittelebene, bei denen in einigen Pixeln wird künstlich Aktivität angehäuft wird. Diese Musterung entsteht, da die Schnittpunkte der Verbindungslinie zweier Detektoren (Ereignislinie) mit der Mittelebene in der Mittelebene nicht gleichmäßig verteilt sind, sondern in Abhängigkeit von der Geometrie des Scanners bestimmte geometrische Strukturen ausbilden. In Abhängigkeit von der genauen Wahl der Aufteilung der Mittelebene tragen dann durch die Überlagerung dieser geometrischen Strukturen mit der Pixelgröße und -Lage unterschiedlich viele Ereigniskänäle einem Pixel bei. Diese Moiré-Musterung kann unterdrückt werden, wenn ein Ereigniskanal nicht einem festen Punkt, sondern einem zufälligen Punkt aus der Menge aller Punkte der Mittelebene, mit denen die betrachtete Ereignislinie zwischen den Detektorkristallen konstruierbar ist, zugeordnet wird. Daher wird die Kristallposition für jedes Ereignis als zufälliger Punkt der Stirnfläche der Kristalle bestimmt. Der Durchstoßungspunkt der Verbindungsgeraden dieser Punkte durch die Mittelebene legt das Pixel fest, dem das Ereignis zugeordnet wird. Bei dieser Bestimmungsmethode traten die genannten Moiré-Musterungen nicht mehr auf. Dieses Verfahren ist zudem der Realität besser angepaßt, da auch in der Realität

keine Aussagen über die Orte der Wechselwirkung der Gammaquanten mit dem Kristallmaterial getroffen werden können.

Neben dieser Korrektur der Nachweiseffektivität der einzelnen Koinzidenzkanäle ist eine weitere Korrektur erforderlich. Von dieser Korrektur wird die stark unterschiedliche Anzahl von Koinzidenzkanälen erfaßt, die zur Information in einem Pixel der Mittelebene beitragen können. Dadurch, daß der PET-Scanner ausgehend zum Rand der Anordnung hin nur noch einen zunehmend eingeschränkten Raumwinkel überdeckt, liefern nur noch wenige Koinzidenzkanäle Beiträge zu Pixeln, die am Rand der Mittelebene liegen. Dadurch sind die Randpunkte der Mittelebene gegenüber zentralen Punkten benachteiligt. Um diesen Effekt zu quantifizieren, wurde eine Mittelebenen-Rückprojektion berechnet, bei der jeder Koinzidenzkanal die gleiche Anzahl Ereignisse aufweist. Zur Unterdrückung der Bildung von Moiré-Mustern wurden auch hier die Endpunkte der Verbindungsgeraden auf den Detektorkristallen jeweils zufällig bestimmt.

Im Ergebnis dieser Berechnung wird eine Annihilationsortverteilung auf der Mittelebene erhalten, die nur die Einflüsse der nach außen hin abnehmenden Zahl der zur Registrierung von Annihilationen zur Verfügung stehenden Ereigniskanäle beinhaltet. Diese Verteilung wird im folgenden als Koinzidenzkanalverteilung bezeichnet. Die Intensitätswerte der Koinzidenzkanalverteilung werden nun zu einer abschließenden Korrektur der aus den Histogrammdateien erzeugten Rückprojektionen verwendet. Somit ist ein Rückschluß auf die tatsächlich vorliegenden Annihilationsraten möglich. Zur Korrektur wird aus der Koinzidenzkanalverteilung eine Korrektionsmatrix berechnet, deren Elemente (Pixel) die Kehrwerte der entsprechenden Elemente der Koinzidenzkanalverteilung beinhalten. Die Abbildung A.3 gibt die typische Wertverteilung in einer solchen Korrektionsmatrix wieder.



**Abbildung A.3: Korrektionsmatrix für die häufig verwendete Mittelebene mit  $160 \times 80$  Pixeln der Abmessung  $2,5 \times 2,5 \text{ mm}^2$ .**

Das Maximum der Korrektionskanalverteilung wird vor der Berechnung der Korrektionsmatrix auf 1 normiert. Aus praktischen Gründen erfolgte eine Begrenzung des maximalen Korrektions-

tionsfaktors der Matrix auf 32, da andernfalls einzelne, im Randbereich der Mittlebene registrierte Ereignisse überbewertet werden. Dies betrifft dann zu, wenn insgesamt nur wenige Ereignisse für eine Rückprojektion zur Verfügung stehen.

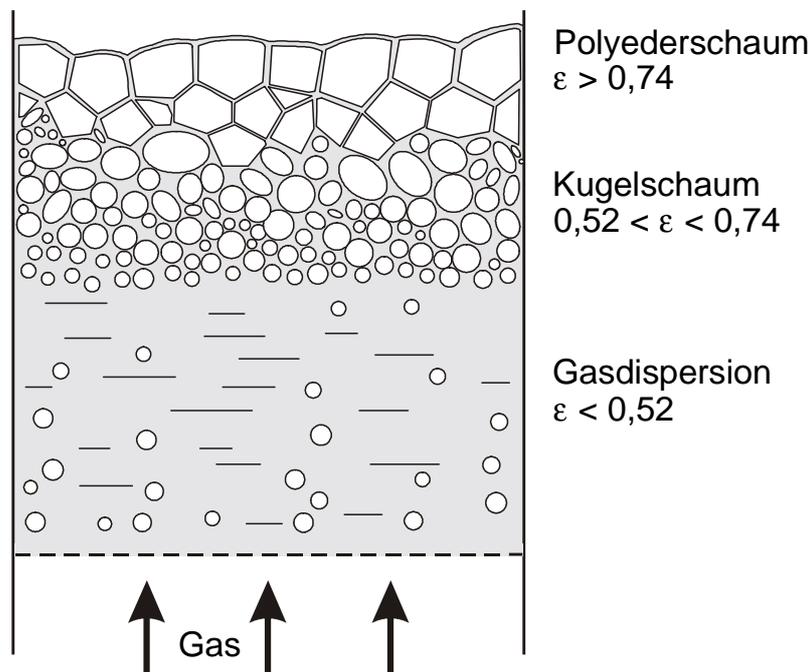
Die damit durch die Rückprojektion und anschließende Anwendung der Korrektionsmatrix berechnete Verteilung wird im Text als Intensitätsverteilung bezeichnet. Durch die angewandten Korrekturen sollte insbesondere die Zahl der Annihilationen in Nähe der Mittlebene proportional wiedergegeben werden. Tests mit einer Flächenquelle, die homogen mit Aktivität belegt ist, konnten dies bestätigen. Der Erfolg der angewandten Korrekturen darf aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß auf diese Weise lediglich die experimentell ermittelten Ereigniszahlen in eine Intensität überführt werden, die der Zahl stattfindender Annihilationen proportional ist und mit dieser Intensität Vergleiche zwischen verschiedenen Regionen der Mittlebene ermöglicht werden. Die in den Außenbereichen der Mittleben ermittelten Intensitäten weisen durch die geringere Anzahl auswertbarer Koinzidenzen jedoch einen wesentlich höheren statistischen Fehler auf als im Innenbereich bestimmte Intensitäten.

Die Annihilationsereignisse punktförmiger Quellen an Positionen in der Mittlebene werden bei Anwendung des beschriebenen Verfahren als gaußförmige Verteilung der Intensität in der Mittlebene abgebildet. Die Halbwertsbreite dieser Verteilungen wurde mit 6mm bis 8mm (in Nähe des Randes der Mittlebene) bestimmt.

## Anhang B Schaummodell – Geometrie der Polymerschäume

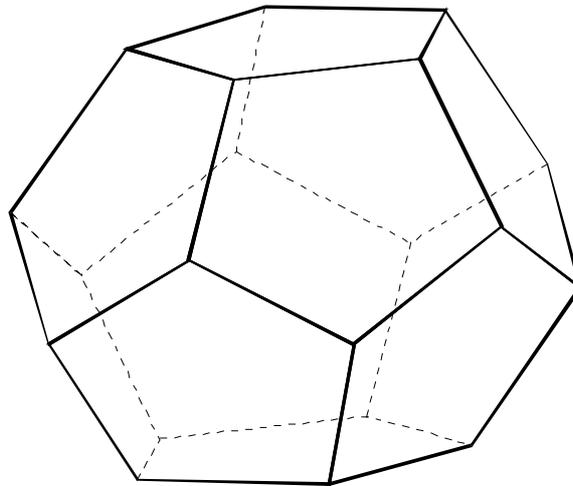
### B1 Eigenschaften des regulären Pentagondodekaeders des Polyederschaums

Die Herausbildung der Struktur eines Schaumes wird im folgenden anhand der Vorstellungen zur Schaumbildung bei Begasung einer Flüssigkeit diskutiert. Hervorgerufen wird die Schaumentstehung in begasten Flüssigkeitssäulen durch eine Behinderung des Überganges des in Gasblasen aufsteigenden Gases in den Raum oberhalb des Gemischspiegels. Oberflächenkräfte verhindern dabei das Zerplatzen der Blasen. Da aus der Blasensäule ständig neue Gasblasen nachgeliefert werden, kommt es zur Herausbildung einer Schaumschicht. Die Schaumschicht liegt definitionsgemäß oberhalb des Gemischspiegels der Blasensäule.



**Abbildung B.1: Entstehung und Klassifizierung von Schaum in Blasensäulen**

Unterhalb des Gemischspiegels liegen zunächst kleine Gasblasen in einer Dispersion vor (siehe Abb. B.1). Der volumetrische Gasgehalt beträgt hier  $\epsilon < 52\%$ . Beim Übergang in die Schaumzone ist der Flüssigkeitsanteil noch so groß, daß sich die Blasen nicht beeinflussen. Es bildet sich Kugelschaum, der Gasanteil liegt im Bereich  $52\% \leq \epsilon \leq 74\%$ . Durch die Wirkung der Schwerkraft läuft die Flüssigkeit zwischen den Kugeln nach unten ab, der Gasgehalt nimmt daher mit wachsender Entfernung vom Flüssigkeitsspiegel zu. Diese Drainage führt zur Verringerung des Abstandes der Blasen voneinander, die Blasen werden deformiert. Dadurch steigt der Gasgehalt an. Zusätzlich verursacht die Koaleszenz kleinerer Blasen die Bildung größerer Blasen. Die Zwischenräume zwischen den Gasblasen nehmen die Form einzelner dünner, angenähert ebener Lamellen an. Aus Stabilitätsgründen bilden sich Polyeder, bei denen jeweils drei Lamellen genau unter einem Winkel von  $120^\circ$  aufeinander stehen. Bei Gasgehalten  $\epsilon > 74\%$  dominieren die Polyeder, man spricht vom Polyederschaum.

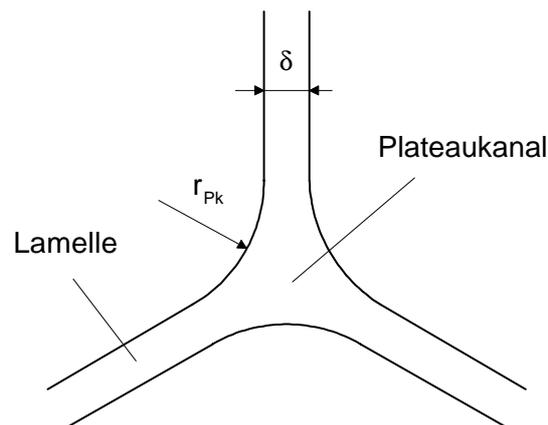


**Abbildung B.2: Ansicht eines Pentagon-Dodekaeders**

Der Polyederschaum lässt sich durch Pentagondodekaeder modellieren. Diese Gebilde bestehen aus 12 regelmäßigen Fünfecken (Abb. B.2). Die Flächen der einzelnen Fünfecke stoßen unter einem Winkel von  $120^\circ$  aufeinander und bilden auf diese Weise die sogenannten Plateaukanälchen. Der Übergang zwischen benachbarten Lamellen verläuft aus energetischen Gründen gekrümmt; durch die Oberflächenspannung ist der statische Druck im Plateaukanal gegenüber dem Druck in der Lamelle geringer. Dieser Druckunterschied bewirkt die Drainage der Flüssigkeit aus der Lamelle in den Plateaukanal, in dem durch die Wirkung der Schwerkraft der Ablauf erfolgt. Dieses Modell wird bereits von Manegold beschrieben [Mane53].

Die Parameter der Schaumblase (Dodekaeder) sind

- die Kantenlänge  $a$  des Dodekaeders,
- die Lamellendicke  $\delta$  und
- der Krümmungsradius  $r_{pk}$  der Plateaukanälchen.



**Abbildung B.3: Definition von Lamellendicke und Krümmungsradius des Plateaukanals**

Hieraus lassen sich alle Parameter, die zur Ermittlung des Gasgehaltes erforderlich sind, ableiten. Dies sind das Volumen des Dodekaeders sowie die darin anteilig enthaltenen Volumina der Lamellen und der Plateaukanälchen. Das Plateaukanälchen wird in der Regel als Dreieckskanal modelliert [Pahl95][Kern95].

### B2 Modellannahmen für den Polyurethanschaum

Bei mikroskopischer Betrachtung der zur Verfügung stehenden PUR-Schäume konnten keine Lamellen festgestellt werden, es handelt sich um einen offenzelligen Schaum. Die Plateaukanälchen liegen daher als runde Stege vor. Zur Abschätzung der resultierenden Dichte werden die Modelle zur Berechnung des Gasgehaltes der Dodekaederzelle nach [Kern95] wie folgt modifiziert:

- Lamellendicke  $\delta=0$
- Plateaukanälchen sind zylindersymmetrisch, die charakteristische Größe ist  $d_{pk}$

Für die Querschnittsfläche des Plateaukanals gilt somit:

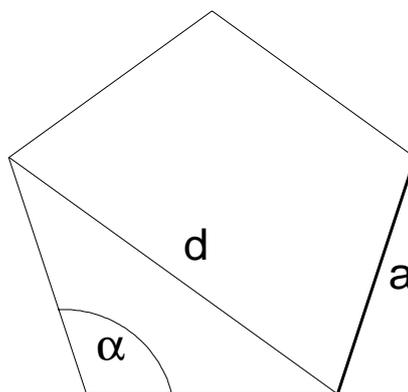
$$A_{pk} = \frac{\pi}{4} d_{pk}^2 \quad (\text{B.1})$$

Von den Parametern des Pentagon-Dodekaeders ist experimentell die Diagonale  $d$  der Fünfeck-Flächen zugänglich. Aus der Länge der Diagonalen kann die Kantenlänge  $a$  der Fünfecke zu

$$a = \frac{d}{2 \cdot \sin(\alpha/2)} \quad (\text{B.2})$$

berechnet werden. Der Winkel  $\alpha$  beträgt  $108^\circ$ . Das Volumen des Dodekaeders berechnet sich aus der Kantenlänge eines Pentagons zu

$$V_D = \frac{1}{4}(15 + 7 \cdot \sqrt{5}) \cdot a^3. \quad (\text{B.3})$$



**Abbildung B.4: Kenngrößen des Pentagon-Dodekaeders: Kantenlänge  $a$  und Länge der Diagonalen  $d$  der Seitenflächen**

Im Fall des Polyederschaummodells mit Flüssigkeiten setzt sich der Anteil der Flüssigphase aus den in den Plateaukanälchen und in den Lamellen enthaltenen Volumina zusammen. Für die Polyurethanschäume entfällt aufgrund der zu Null angenommenen Lamellendicke der Anteil der Schaumlamellen. Das Volumen des in den Plateaukanälchen enthaltenen Materials liefert Beiträge zum Polymergehalt verschiedener Dodekaeder. Pro Dodekaeder ergibt sich nach [Kern95] folgendes Volumen:

$$V_{Pk} = 10 \cdot A_{Pk} \cdot a \quad (\text{B.4})$$

Der volumetrische Gasgehalt  $\varphi$  ist definiert als Verhältnis des Gasvolumens in einem Raumelement zum gesamten Volumen des Raumelements. Das Gasvolumen im Dodekaeder ergibt sich aus dem Volumen des Dodekaeders abzüglich des Polymervolumens. Somit gilt

$$\varphi = \frac{V_D - V_{Pk}}{V_D} \quad (\text{B.5})$$

Die mittlere Dichte  $\bar{\rho}$  eines Schaumstoffblockes ergibt sich damit zu

$$\bar{\rho} = \varphi \cdot \rho_{Luft} + (1 - \varphi) \cdot \rho_{Polymer} \quad (\text{B.6})$$

Mit diesem Modell wurde anhand der bei Polyurethanschäumen gemessenen Stegdicken und Längen der Diagonalen der Fünfecke geprüft, ob die Annahmen zur Struktur der Schäume korrekt sind. Das Modell reproduziert die realen Dichten in guter Näherung. Die Abweichungen sind auf Verdickungen an den Kreuzungspunkten der Stege zurückzuführen, siehe auch Abschnitt 3.1.2 auf Seite 54 dieser Arbeit.

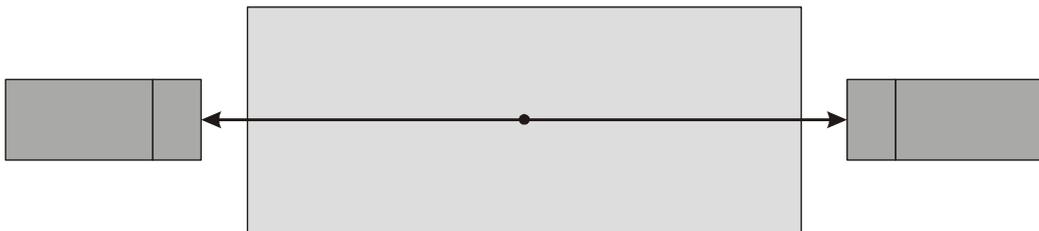
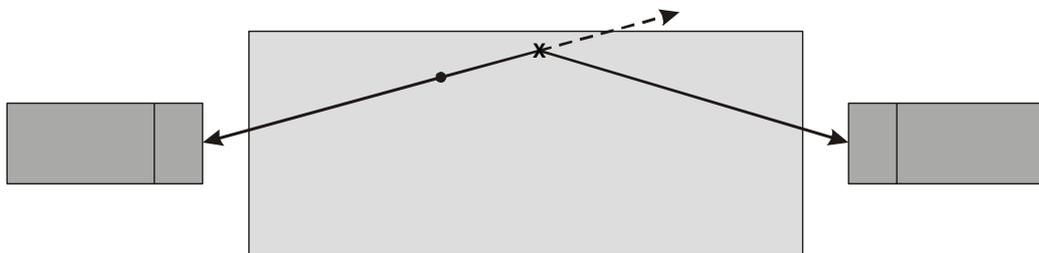
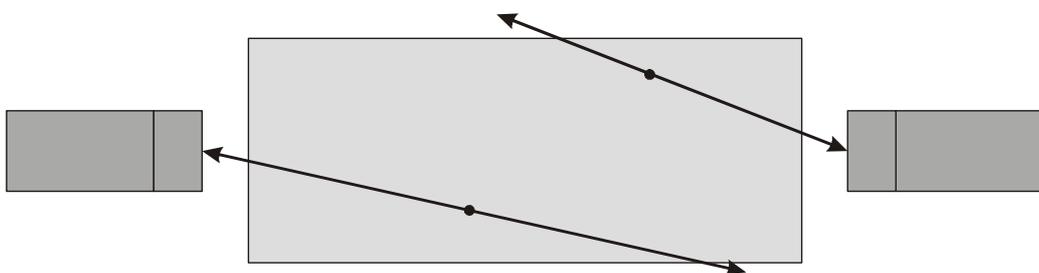
**Tabelle B.1 Dichte von Polyurethanschäumen für die Modellierung mit der Lamellendicke  $\delta=0$**

Größe	Formelzeichen	MA1920	MA4060
Stegdicke / mm	$d_{Pk}$	0,045	0,045
Länge der Diagonalen / mm	$d$	0,55	0,4
Fläche Plateaukanal / mm <sup>2</sup>	$A_{Pk}$	0,00159	0,00159
Kantenlänge des Fünfecks / mm	$a$	0,340	0,247
Volumen Polyeder / mm <sup>3</sup>	$V_D$	0,301	0,116
Volumen Polymer / mm <sup>3</sup>	$V_{Pk}$	0,00541	0,00393
volumetrischer Gasgehalt	$\varphi$	0,982	0,966
Dichte Polymer / kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{Polymer}$	1050	1050
Dichte Luft / kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{Luft}$	1,18	1,18
mittlere Dichte / kg/m <sup>3</sup>	$\bar{\rho}$	20,0	36,7



**Anhang C Klassifizierung der Koinzidenz-Fehlermöglichkeiten**

Obwohl bei einer koinzidenten Messung von Ereignissen die zwei Ereignisse innerhalb des Koinzidenzzeitfensters registriert wurden, ist es nicht unbedingt erforderlich, daß im Akzeptanzbereich der beteiligten Detektoren eine Annihilation stattgefunden hat. Die folgenden Abbildungen illustrieren die Fehlermöglichkeiten.

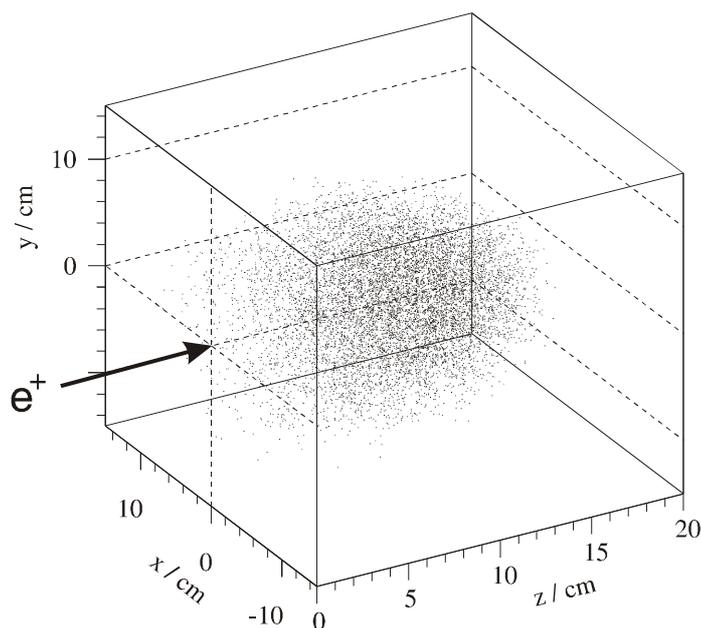
**Abbildung C.1: Echte Koinzidenz (erwünscht)****Abbildung C.2: Streukoinzidenz: Durch einen Streuprozess wird ein  $\gamma$ -Quant aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt, es verliert dabei jedoch Energie.****Abbildung C.3: Zufällige Koinzidenz: Innerhalb des Koinzidenzzeitfensters wird von einem der Detektoren zufällig ein weiteres  $\gamma$ -Quant registriert.**

## Anhang D Berechnung von Umwegfaktoren mit dem Programmpaket GEANT

Die in Abschnitt 5.2.3 „Dichtemessung“ diskutierten Unsicherheiten bei der Wahl der Umwegfaktoren führten zu weiteren Recherchen nach Umwegfaktoren für die verwendeten Medien im gewünschten Energiebereich. Dabei wurde festgestellt, daß Übersichtsveröffentlichungen, in denen Zahlenwerte für viele verschiedene Stoffsysteme zusammengestellt werden, praktisch nicht existieren. Die Autoren von Monographien und Zeitschriftenartikeln lassen sich in zwei Gruppen einteilen, von denen eine Gruppe für den fraglichen Energiebereich der Positronen und Streumediten mit geringer effektiver Ordnungszahl Umwegfaktoren  $X_P$  (Mittelwert der Bahnlänge der Teilchen geteilt durch die extrapolierte Reichweite  $R_P$ ) in der Nähe von 1,0 angibt [Krie89], und andere Autoren, die Werte im Bereich um 1,5 angeben [Thüm74]. Dabei wird eine Vielzahl gering variierender Definitionen von Umwegfaktoren angegeben.

Nach SELTZER ist die Verwendung von Umwegfaktoren umstritten, sie finden derzeit nur noch selten Anwendung. Verlässlichere Ergebnisse werden erzielt, wenn die Endpunkte der Bahnen direkt mit einem Monte-Carlo-Transportcode berechnet werden [Selt98].

Dieser Befund motivierte eine eigene Überprüfung der aus der Literatur bekannten Umwegfaktoren. Dazu wurden Monte-Carlo-Rechnungen des Positronentransportes mit dem Programmpaket GEANT [GEA94] durchgeführt [Naum98]. Das Programmpaket GEANT simuliert die Ausbreitung verschiedener Teilchen, darunter Positronen, Elektronen und  $\gamma$ -Quanten im Energiebereich von 10keV bis 10GeV und alle dabei auftretenden Wechselwirkungsprozesse. Zur Untersuchung der Positronenbahnen werden die Teilchen in Form eines monoenergetischen Strahles in das zu untersuchende Medium eingeschossen. Das Medium erstreckt sich dabei über den Halbraum mit  $z > 0$  (Abbildung D.1).



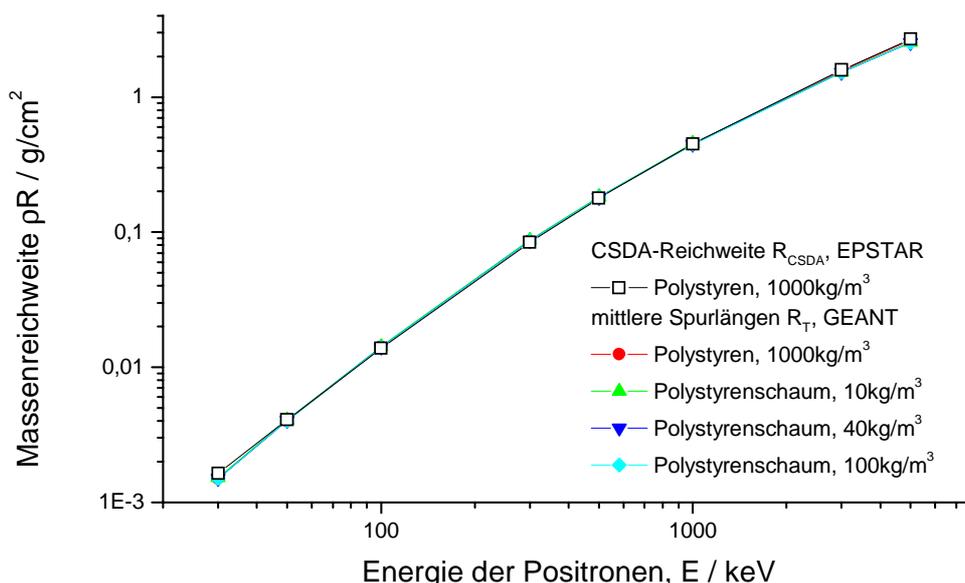
**Abbildung D.1: Geometrische Verhältnisse bei der Simulation am Beispiel einer Rechnung für Stickstoff mit einer Dichte von  $25\text{kg/m}^3$ , Energie der Positronen 1MeV**

Die Endpunkte der Positronenbahnen in diesem Halbraum wurden für mehrere Stoffsysteme berechnet, deren atomare Zusammensetzung in Tabelle D.1 angegeben ist. Weitere Bestandteile können bei der Berechnung vernachlässigt werden.

**Tabelle D.1 Atomare Zusammensetzung der verwendeten Materialien (Polystyrenschäume sind homogene Mischungen aus Luft und Polystyren)**

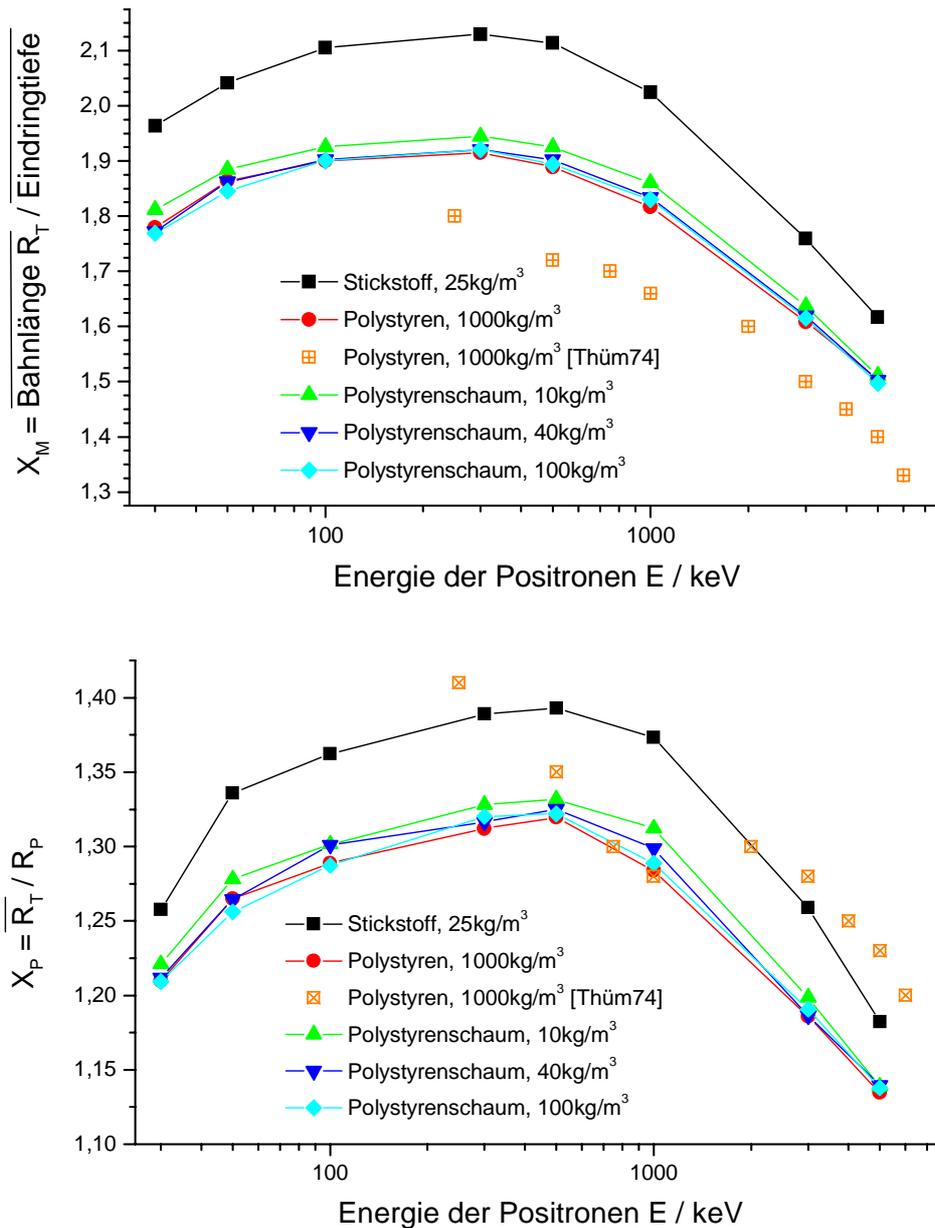
Material	$(C_2H_8)_n$	N	Ar	O
Stickstoff 24kg/m <sup>3</sup>	0	1	0	0
Polystyren 1000kg/m <sup>3</sup>	1	0	0	0
Polystyrenschaum 10kg/m <sup>3</sup>	0,8815	0,0895	0,0015	0,0275
Polystyrenschaum 40kg/m <sup>3</sup>	0,9703	0,0224	0,0004	0,0069
Polystyrenschaum 100kg/m <sup>3</sup>	0,98815	0,00895	0,00015	0,00275

Für jedes Positron wurde die Bahnlänge  $R_T$  ermittelt, ebenso stehen die Koordinaten des Annihilationsortes zur Verfügung. Die  $z$ -Komponente des Annihilationsortes entspricht der Eindringtiefe des Teilchens. Der Mittelwert  $\overline{R_T}$  der berechneten Bahnlängen wird in Abbildung D.2 in Form der Massenreichweite ( $\rho R$ ) mit denjenigen Massenreichweiten, die vom Programmpaket EPSTAR [Selt89] berechnet werden, verglichen. Die EPSTAR-Werte wurden bei den Berechnungen mit dem in Abschnitt 2.4 vorgestellten Simulationsprogramm verwendet. Die Massenreichweiten aus beiden Datenquellen stimmen sehr gut überein. Damit sind auch Aussagen zu den mit GEANT berechneten Umwegfaktoren direkt übertragbar.



**Abbildung D.2: Vergleich der mit GEANT und EPSTAR [Selt89] berechneten Massenreichweiten der Polystyrenschäume**

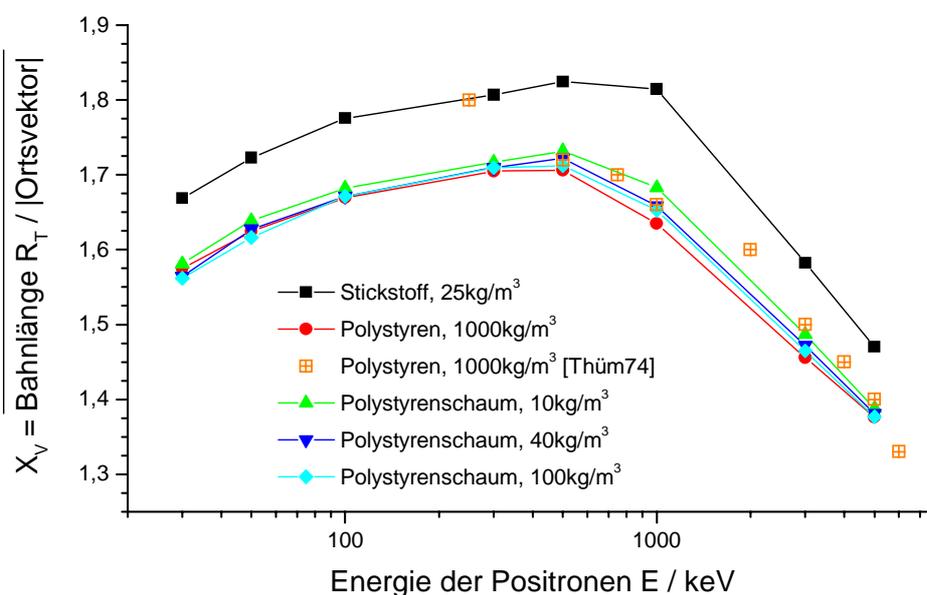
Die Umwegfaktoren wurden entsprechend den in Abschnitt 2.2.4 dargestellten Definitionen berechnet. Für den Umwegfaktor  $X_P$  wurde aus den Annihilationsorten eine Transmissionskurve berechnet. Aus dieser Kurve wurde durch Extrapolation der Tangente an den Punkt der mittleren Reichweite definitionsgemäß der Schnittpunkt mit der Abszisse als extrapolierte Reichweite bestimmt. Der Umwegfaktor  $X_M$  ergibt sich als Quotient aus der gemittelten Bahnlänge und der gemittelten Eindringtiefe des Teilchens.



**Abbildung D.3: Übersicht über Umwegfaktoren, die mit dem Programm GEANT berechnet wurden, im Vergleich zur Literaturangabe von THÜMMEL [Thüm74]**

Die Abbildung D.3 zeigt, daß im Falle von Polystyren die von THÜMMEL angegebenen Abhängigkeiten und Werte im wesentlichen reproduziert werden können, auch wenn keine exakte Übereinstimmung erzielt wird. Der Umwegfaktor  $X_P$  zeigt dabei für einige Energiewerte eine

relativ gute Übereinstimmung, wobei die Sprünge des Umwegfaktors bei Erhöhung der Energie der Positronen nicht nachvollzogen werden können. Die von THÜMMEL angegebenen Umwegfaktoren  $X_M$  hingegen sind durchweg geringer als die mit GEANT berechneten Werte. Die Benutzung der GEANT-Werte würde zu einer noch stärkeren Verkürzung der mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Simulationsprogramm berechneten Reichweiten führen. An die in dieser Simulation verwendete Modellierung optimal angepaßt wäre ein Umwegfaktor, der die Bahnlänge zur Entfernung des Annihilationsortes vom Eintrittsort in das zu untersuchende Medium (Betrag des Ortsvektors) ins Verhältnis setzt. Dieser Umwegfaktor  $X_V$  steht in der Literatur nicht zur Verfügung, kann aber aus den GEANT-Daten berechnet werden und ist in Abbildung D.4 dargestellt.



**Abbildung D.4: Übersicht über die Energieabhängigkeit des gemittelten Verhältnisses der Bahnlängen zur Entfernung des Annihilationsortes auf direktem Wege (Umwegfaktor  $X_V$ )**

Es zeigt sich, daß eine sehr gute Übereinstimmung mit den Angaben für  $X_M$  von THÜMMEL besteht, obwohl dessen Angaben ausdrücklich als Verhältnis der mittleren Bahnlänge zur mittleren Reichweite ausgewiesen sind. Dadurch wird die Verwendung dieser Werte der Umwegfaktoren, wie in Abschnitt 2.3.4 diskutiert, nachträglich bestätigt. Die Ergebnisse der GEANT-Rechnungen zeigen auch, daß die Verwendung von Umwegfaktoren im vorgestellten Simulationsprogramm erforderlich ist, um zu einer physikalisch richtigen Modellierung zu gelangen. Deren Verwendung bleibt jedoch problematisch, vor allem weil experimentelle Daten zur Bahnlänge nur in Sonderfällen verfügbar sind [Hari63]. Für die Dichtemessung wird die beste Übereinstimmung experimenteller Daten mit den Ergebnissen des Simulationsprogrammes im Fall der in Abschnitt 5.2 angegebenen Wahl der Umwegfaktoren mit  $X_M=1$  erzielt. Eine weitergehende Untersuchung der Ursache, weshalb diese Wahl die experimentellen Ergebnisse am besten wiedergibt, sollte mit einer Modellierung des gesamten Versuchsaufbaus mit einem

Monte-Carlo-Strahlungstransportcode, beispielsweise mit dem Programmpaket GEANT erfolgen, um auch die Ausbreitung und den Nachweis der Gammaquanten zu modellieren.

### Anhang E Berechnung des Energiespektrums für Nuklidgemische

Die Berechnung der Energieverteilung beliebiger Positronenquellen erfolgt nach der in Abschnitt 2.2.3 auf Seite 10 angegebenen Gleichung (2.9) als Linearkombination der einzelnen Teilspektren des gleichen Nuklids oder unterschiedlicher Nuklide. Die auf diese Weise gewonnene Energieverteilung kann als Eingabedatensatz für den Zufallszahlengenerator des Simulationsprogrammes dienen. Praktisch wird die genannte Vorgehensweise dadurch vereinfacht, daß in den verwendeten Wertetabellen der Fermifunktion nach [Fano52] die Fermifunktionen für alle Nuklide für gleiche Impulswerte tabelliert ist. Die unterschiedlichen  $N_E(E)$  haben dadurch ihre Stützstellen an gleichen Energiewerten. Zur Berechnung der Emissionsenergien  $E_0$  mit Hilfe des Rejektionsverfahrens werden die benötigten Zwischenwerte von  $N_E(E)$  interpoliert.

Wichtige Eingangsgrößen zur Berechnung der Energiespektren sind die Beiträge der verschiedenen Isotope zur Energieverteilung der Positronen, die durch die relative Aktivität  $A_{r,i}$  des Isotops  $i$  bestimmt ist. Für die Berechnung des Energiespektrums einer Positronenquelle, die durch eine Aktivierung eines Ausgangsmaterials mit Protonen oder  $\alpha$ -Teilchen erzeugt wurde, kann die Aktivität der einzelnen Isotope auf die nachfolgend beschriebene Weise abgeschätzt werden.

Die Teilchen eines auf ein Target gerichteten, beschleunigten Teilchenstrahles lösen bei Erfüllung der energetischen Randbedingungen in diesem Target Kernreaktionen aus. Die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten bestimmter Kernreaktionen werden durch den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  der jeweiligen Reaktion in Abhängigkeit von der Energie des Projektils beschrieben. Die mikroskopischen Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  der Kernreaktionen können Tabellenwerken wie [Kell73] entnommen werden. Aus den mikroskopischen Wirkungsquerschnitten können makroskopische Querschnitte abgeleitet werden, mit deren Hilfe die Gesamtzahl  $N$  der bei einer Aktivierung des Targets erzeugten aktivierten Kerne zu

$$N = N_0 \times \left( 1 - e^{-\frac{N_A \cdot \rho \cdot \sigma}{M} \cdot d} \right) \approx N_0 \times \frac{N_A \cdot \rho \cdot \sigma}{M} \cdot d \quad (\text{E.1})$$

abgeschätzt werden kann. Dabei ist  $N_0$  die Zahl der Projektile, die auf das Target geschossen werden. Sie läßt sich aus der im Strahltarget deponierten Ladung  $Q$  und der Ladung der Projektile (im Falle des Protons: eine Elementarladung) berechnen:  $N_0 = Q/e$ . Der Klammerausdruck von Gleichung (E.1) bezeichnet den Teil der Projektile, die in der Metallfolie Kernumwandlungen auslösen. Der Exponent der Exponentialfunktion entspricht dem makroskopischen Wirkungsquerschnitt der Reaktion. Darin ist  $N_A$  die Avogadrokonstante,  $\rho$  die Dichte des Targetmaterials,  $d$  dessen Dicke,  $M$  die molare Masse des Targetmaterials und  $\sigma$  der resultierende Wirkungsquerschnitt aller Reaktionen, die aus der atomaren Zusammensetzung des Materials mit der Formel

$$\sigma = \sum_{i,k} c_j \cdot \sigma_{j,k} \quad (\text{E.2})$$

bestimmt werden kann. In Gleichung (E.2) erfaßt die Summation über  $j$  die Bestandteile des Targets (nicht aktivierte Nuklide  $j$  mit deren relativer Häufigkeit  $c_j$ ) und  $k$  die für ein Targetmaterial möglichen Reaktionsprodukte.

Die Aktivität der erzeugten Nuklide kann berechnet werden, indem die Anzahl der erzeugten Atome des betreffenden Reaktionsprodukts  $N_k$  mit der Zerfallskonstante  $\lambda_k$  multipliziert wird. Dabei müssen alle möglichen Wege zur Erzeugung des Nuklids  $k$  berücksichtigt werden.

$$A_k = \lambda_k \cdot N \cdot \sum_i \frac{c_j \cdot \sigma_{j,k}}{\sigma} \quad (\text{E.3})$$

Praktisch wurde zur Aktivierung eine 0,25 mm dicke Folie des Targetmaterials benutzt, in der die Aktivierung durch Protonenbeschuß erfolgt. Die Änderung der Energie der Protonen durch Bremsung im Folienmaterial wurde mit einem Programm nach ENGHARDT berechnet. Dieses Programm berechnet den Energieverlust der Protonen beim Durchgang durch beliebige Materialschichten auf der Grundlage der relativistischen BETHE-BLOCH-Formel [Leo87], [Engh95]. Die Änderungen der Energie der Protonen beim Durchgang durch eine 0,25 mm dicke Metallfolie sind gering. Sie betragen im Mittel 3-5 MeV bei einer anfänglichen Energie der Protonen von 14 MeV. Obwohl die Wirkungsquerschnitte der Kernreaktionen im Normalfall energieabhängig sind ( $\sigma = \sigma(E_{\text{Proton}})$ ) ergeben sich nach [Kell73] durch den genannten Energieverlust nur unwesentliche Veränderungen in den Anregungsfunktionen der Kernreaktionen zur Erzeugung der in Kapitel diskutierten Positronenemitter. Daher werden die Wirkungsquerschnitte  $\sigma_{j,k}$  der Kernreaktionen über die gesamte Targetdicke als konstant angenommen. Die atomare Zusammensetzung des Targetmaterials ändert sich aufgrund der geringen zu erzeugenden Aktivitäten während der Aktivierung praktisch nicht. Eine Prüfung dieser Annahme erfolgte durch den Wechsel der Einbaulage der Quelle (Wechsel der zum untersuchenden Medium weisenden Oberfläche der Positronenquelle). Die Annahme eines Aktivitätsprofils in der Quelle würde bei diesem Wechsel zu einer veränderten Energieverteilung der Positronen und damit zu einer veränderten Verteilung der für ein bestimmtes Medium gemessenen Koinzidenzraten führen. Im Rahmen der zur Verfügung stehenden Meßgenauigkeit konnten bei Messungen mit Schaumstoffblöcken in den Versuchsaufbauten nach Kapitel 3 und Kapitel 5 keine Unterschiede in den Koinzidenzraten festgestellt werden.

Wären die Targets dicker, so wäre sicherlich ein Zugang aus Sicht der Ausbeute für dicke Targets (thick target yield, TTY [Dimi86]) angebracht, womit die Änderung des Wirkungsquerschnittes im Target erfaßt wird. Hier ist dieser Ansatz jedoch nicht sinnvoll, da gezielt möglichst geringe Foliendicken gewählt wurden, um die Absorption der Positronen im Quellenmaterial und damit die Verschiebung der Energieverteilung der Positronen gering zu halten.



---

## Formelverzeichnis

- $A$  ..... Massenzahl bzw. Aktivität in Bq
- $c$  ..... Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $2,99792458 \times 10^8$  m/s
- $e$  ..... Elementarladung  $1,6021773 \times 10^{-19}$  C
- $E_M$  ..... Maximalenergie des Positrons in eV
- $E_0$  ..... Startenergie des Positrons (bei Beginn der Abbremsung) in eV
- $F(Z, \eta)$  Fermifunktion
- $h$  ..... Planck'sches Wirkungsquantum  $6,6260755 \times 10^{-34}$  Js
- $I$  ..... mittleres Ionisationspotential in eV
- $m_0$  ..... Ruhemasse des Elektrons  $9,1093897 \times 10^{-31}$  kg
- $E_0$  ..... Ruheenergie des Elektrons 511 keV
- $M$  ..... molare Masse in kg/kmol
- $n$  ..... Neutron
- $N_A$  ..... Avogadrokonstante  $6,0221367 \times 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>
- $N(E)$  ... Häufigkeitsverteilung, hier als Funktion der Energie
- $r_e$  ..... klassischer Elektronenradius  $e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_0 c^2$
- $S$  ..... Energieverlust  $dE/dx$
- $u$  ..... atomare Masseneinheit.
- $Z$  ..... Ordnungszahl
- $\epsilon$  ..... Energie, reduzierte  $E/m_0 c^2$
- $\eta$  ..... Impuls, reduzierter  $p/m_0 c$
- $\varphi$  ..... volumetrischer Gasgehalt, Anteil des Gasvolumens am Gesamtvolumen
- $\rho$  ..... Dichte in kg/m<sup>3</sup>
- $\nu_e$  ..... elektronisches Neutrino
- $\mu_0$  ..... Induktionskonstante  $4\pi \times 10^{-7}$  Vs A<sup>-1</sup> m<sup>-1</sup>
- $\epsilon_0$  ..... Dielektrizitätskonstante  $= (\mu_0 \times c^2)^{-1} = 8,854187817 \times 10^{-12}$  As V<sup>-1</sup> m<sup>-1</sup>

## Definitionen

$$\beta = v/c$$

$$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$$

$$\hbar = h/2\pi$$

$$\varphi = \frac{V_G}{V_G + V_F} \text{ (Gasgehalt)}$$

## Abkürzungen

BGO .. Wismutgermanat  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$

CFT.... Constant Fraction Trigger

FA..... Fast Amplifier, schneller Vorverstärker

LOR... Line of Response; Ereignislinie, entlang der eine detektierte Annihilation stattgefunden haben sollte – Verbindungslinie der nachweisenden Detektoren

LSO ... Luthetiumorthosilikat  $\text{Lu}_2\text{SiO}_5:\text{Ce}$

EDTA. EthylenDiaminTetraAacetat(säure),  $\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}_8$

PEPT.. Positron Emission Particle Tracking, eine Methode zur Verfolgung markierter Partikel mit einer speziellen PET-Methode

PET.... Positron Emission Tomography, Positronen-Emissions-Tomographie

PMT... PhotoMultiplier Tube, Sekundärelektronenvervielfacher

PrA .... PreAmplifier, Vorverstärker (VV)

SCA... Single Channel Analyser, Einkanalanalysator – prüft, ob die Höhe eines Eingangsimpulses im Fenster  $U \dots U+\Delta U$  liegt

SEV ... SekundärElektronenVervielfacher, kurz auch Photovervielfacher

SpA.... Spectroscopic Amplifier, spektroskopischer Verstärker – Ausgangsspannung ist proportional dem Integral des eingehenden Impulses (Ladungsmenge)

TAC... Time to Amplitude Converter, Zeit-Impulshöhen-Konverter – wandelt die Zeitdifferenz zwischen Erscheinen des Start- und Stoppsignals in einen Spannungsimpuls um

## Versicherung

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Dresden, den 2. Oktober 1998

gez. Frank Hensel

## Erklärung

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Sicherheitsforschung des Forschungszentrums Rossendorf e.V. angefertigt. Die wissenschaftliche Betreuung erfolgte durch Frau Prof. Dr. rer. nat. habil. B. Dörschel seitens der Fachrichtung Physik der Technischen Universität Dresden und durch Herrn Dr.-Ing. H.-M. Prasser seitens des Institutes für Sicherheitsforschung des Forschungszentrums Rossendorf e.V.

Die Promotionsordnung der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Dresden wird von mir anerkannt.

Dresden, den 2. Oktober 1998

gez. Frank Hensel

## Danksagung

Die vorliegende Dissertation wurde am 2. Oktober 1998 an der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Dresden eingereicht und am 16. Februar 1999 erfolgreich verteidigt. All jenen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich hiermit meinen herzlichen Dank aussprechen.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Frank-Peter Weiß danke ich für die Initiierung der Arbeit, seine wissenschaftliche Betreuung und Beratung. Herr Prof. Weiß ermöglichte zudem meine Tätigkeit im Institut für Sicherheitsforschung des Forschungszentrums Rossendorf e.V., an dem die vorliegende Arbeit entstand.

Frau Prof. Dr. rer. nat. habil. Birgit Dörschel danke ich für die wissenschaftliche Betreuung seitens der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften, sowie für viele wertvolle Hinweise, Anregungen und Diskussionen – speziell aus dem Blickwinkel der Anwendung von Ergebnissen der Strahlenschutzphysik.

Insbesondere möchte ich meinem Abteilungsleiter Herrn Dr. Horst-Michael Prasser für die Betreuung bei der Bearbeitung des Themas, die interessante Aufgabenstellung, sein Interesse am Fortgang der Arbeiten und vielfältige Fachdiskussionen danken.

Allen Mitarbeitern der Abteilungen Experimentelle Fluidodynamik und Störfallanalyse danke ich für die freundliche und aufgeschlossene Arbeitsatmosphäre und die Unterstützung, die ich hier erfahren durfte. Besonderer Dank gebührt auch den Mitarbeitern der Werkstatt für den Einsatz bei der Vorbereitung einer Vielzahl von Experimenten.

Desweiteren möchte ich auch Herrn Dr. Harald Prade, Herrn Dr. Wolfgang Enhardt und den Mitarbeitern des Detektorlabors des Institutes für Kern- und Hadronenphysik des FZR danken, deren gastfreundliche Aufnahme, Kooperation sowie ungezählte Tips, Hinweise und Diskussionen zum Erfolg des experimentellen Teils der Arbeit beitrugen.

An der Vorbereitung und am Erfolg verschiedener Experimente haben desweiteren die Mitarbeiter der Zentralabteilung neue Beschleuniger und der Abteilung PET-Tracer, insbesondere Herr Dr. Hartmut Guratzsch und Herr Dr. Jörg Steinbach beträchtlichen Anteil, wofür ich an dieser Stelle ebenfalls meinen Dank aussprechen möchte.

Nicht zuletzt danke ich besonders meinen Eltern für ihre ständige moralische und finanzielle Unterstützung, die meine Studien erst ermöglichten.

Dresden, den 23. Februar 1999

Frank Hensel