

HZDR-020

EXPERIMENTE ZUR ENTSTEHUNG VON TITAN-44 IN SUPERNOVAE

Konrad Schmidt

Wissenschaftlich-Technische Berichte
HZDR-020 · ISSN 2191-8708

WISSENSCHAFTLICH-
TECHNISCHE BERICHTE

hzdr



HELMHOLTZ
| ZENTRUM DRESDEN
| ROSSENDORF

Wissenschaftlich-Technische Berichte
HZDR-020

Konrad Schmidt

**EXPERIMENTE ZUR ENTSTEHUNG
VON TITAN-44 IN SUPERNOVAE**

HZDR

 **HELMHOLTZ
ZENTRUM DRESDEN
ROSSENDORF**

Druckausgabe: ISSN 2191-8708

Elektronische Ausgabe: ISSN 2191-8716

Die elektronische Ausgabe erscheint unter Creative Commons License (CC BY-NC-ND):

Qucosa: <http://fzd.qucosa.de/startseite/>

Die vorliegende Arbeit wurde sowohl als Diplomarbeit am Institut für Kern- und Teilchenphysik der Technischen Universität Dresden, sowie als Wissenschaftlich-Technischer Bericht des Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf mit der Berichtsnummer **HZDR-020** veröffentlicht.

2012

Herausgegeben vom

Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf e.V.

Postfach 51 01 19

D-01314 Dresden

Bundesrepublik Deutschland/Germany



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN



HELMHOLTZ
ZENTRUM DRESDEN
ROSSENDORF

Experimente zur Entstehung von Titan-44 in Supernovae

Diplomarbeit
zur Erlangung des wissenschaftlichen Grades
Diplom-Physiker

vorgelegt von

Konrad Schmidt
geboren am 09. 10. 1984 in Bernburg

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Technische Universität Dresden

und

Institut für Strahlenphysik
Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf

Fassung vom März 2012

Eingereicht am 16.02.2011

1. Gutachter: Prof. Dr. Kai Zuber
2. Gutachter: Dr. Daniel Bemmerer

Kurzdarstellung

In dieser Diplomarbeit wurde das astrophysikalisch interessante Resonanztriplett der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ bei 4,5 MeV untersucht. Am 3-MV-Tandetron des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf wurden dafür die Energien von Protonen- und α -Strahlen kalibriert, Anregungsfunktionen im Energiebereich der drei Resonanzen aufgenommen, vier CaO-Targets aktiviert und deren Struktur mittels der Reaktion $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ überprüft. Im Felsenkeller-Niederniveaumesslabor wurde anschließend die Aktivität der Proben gemessen. Schließlich konnte die Summe der Resonanzstärken bei 4497 und 4510 keV α -Energie im Laborsystem zu $(12,8 \pm 2,3)$ eV und die Summe der Resonanzstärken des gesamten Triplets, d.h. zusätzlich bei 4523 keV, zu $(12,0 \pm 2,0)$ eV bestimmt werden. Bei der ersten Resonanzstärke konnte die Unsicherheit im Vergleich zur Literatur von 19 % auf 18 % verbessert werden. Außerdem bieten die Daten der vorliegenden Arbeit die Grundlage, zukünftig die Unsicherheiten noch erheblich weiter zu reduzieren.

Abstract

In this thesis the astrophysically interesting resonance triplet of the $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ reaction at 4.5 MeV has been studied. For this purpose energies of proton and α beams provided by 3 MV Tandetron at Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf have been calibrated. Excitation functions of energy regions near the resonances and in-beam spectra of four different targets have been measured. The $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ reaction has been used to scan the structure of the activated targets. Afterwards their activity has been measured in the underground laboratory Felsenkeller Dresden. Hence the sum of resonance strengths at laboratory α energies of 4497 and 4510 keV of (12.8 ± 2.3) eV has been determined as well as the sum of the total triplet strength, including 4523 keV, of (12.0 ± 2.0) eV. In the case of the first resonance, the uncertainty was decreased from 19 % to 18 %. Furthermore the results of this work establish a basis for reaching much lower uncertainties in the future.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xi
1. Einleitung	1
1.1. Supernovae	1
1.2. Entstehung von Titan-44	2
1.3. Motivation	4
2. Grundlagen	7
2.1. Der Atomkern	7
2.1.1. Eigenschaften des Atomkerns	7
2.1.2. Radioaktiver Zerfall	8
2.1.3. Elektroneneinfang und Beta-Plus-Zerfall	10
2.2. Strahlungseinfang	12
2.2.1. Der Q-Wert	12
2.2.2. Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie	13
2.2.3. Doppler- und Rückstoßverschiebung	15
2.2.4. Angeregte Kernzustände	16
2.2.5. Übergangswahrscheinlichkeiten	18
2.2.6. Winkelkorrelation	19
2.3. Reaktionsraten	20
2.3.1. Wirkungsquerschnitt	20
2.3.2. Breit-Wigner-Resonanzformel	21
2.3.3. Die Ausbeute	23
2.3.4. Thermonukleare Reaktionsrate	26
2.4. Gammaspektrometrie	31
2.4.1. Gammastrahlungsquellen	31
2.4.2. Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie	31

2.4.3.	Wechselwirkungen im Detektor und resultierende Spektrallinien . . .	33
2.4.4.	Zählstatistik	36
2.4.5.	Energieauflösung	38
2.4.6.	Energiekalibrierung der Gammadetektoren	39
2.4.7.	Nachweiswahrscheinlichkeit	39
2.4.8.	Summationseffekte	40
3.	Messaufbau	43
3.1.	Der Ionenstrahl	43
3.1.1.	Überblick	43
3.1.2.	Erzeugung	43
3.1.3.	Beschleunigung	43
3.1.4.	Targetkammer	45
3.2.	Targets	45
3.3.	Detektoren und Elektronik	48
4.	Ergebnisse der Messungen	53
4.1.	Energiekalibrierung	53
4.2.	Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren	53
4.3.	Energiekalibrierung des Tandetrans	60
4.4.	Anregungsfunktion der Resonanzen	64
4.5.	Aktivierungen der Calciumtargets	69
4.6.	Struktur der Calciumtargets	71
4.7.	Gammaspektren im Felsenkeller	72
5.	Diskussion der Ergebnisse	77
5.1.	Aktivitäten der Targets	77
5.1.1.	Vorhersage der Aktivität mittels der Resonanzstärken aus der Literatur	77
5.1.2.	Abschätzung der Aktivität mittels Gammaspektren während der Ak- tivierung	78
5.1.3.	Berechnung der Aktivität mittels Gammaspektren im Felsenkeller .	80
5.2.	Resonanzstärken	80
5.2.1.	Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO	80
5.2.2.	Fehlerbetrachtung für die Resonanzstärke bei unbekanntem Elemen- tenverhältnis im CaO	81
6.	Zusammenfassung	85

A. Anhang	87
A.1. Herleitung der Halbwertsbreite der Ausbeutekurve	87
A.2. Das Residuum	88
A.3. Koeffizienten für die Winkelkorrelation	89
A.4. Verfügbare Titan-44-Standardquellen	89
B. Bericht	91
B.1. Zusammenfassung	91
B.2. Summary	91
B.3. Einleitung	92
B.4. Charakterisierung	92
B.4.1. Image-Plate-System	92
B.4.2. Funktionsprinzip	93
B.4.3. Bearbeitung der Messwerte	95
B.4.4. Auswertung	96
B.5. Kalibrierung	109
B.5.1. Kalibrierpräparate	110
B.5.2. Messaufbau am HZDR	110
B.5.3. Energiekalibrierung	111
B.5.4. Positionsabhängigkeit	113
B.5.5. Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit	116
B.5.6. Ermittlung der Aktivitäten der Titanquellen	119
B.6. Zusammenhang zwischen PSL und Aktivität	127
B.7. Diskussion	128
B.8. Erneute Bestimmung der Aktivität 2011	129
Literaturverzeichnis	131

Abbildungsverzeichnis

1.1. Cassiopeia A und Massenschnitt	3
1.2. Gammalinien von IBIS und COMPTEL	4
2.1. Besetzungszahlen und Aktivitäten beim Ti-44 Zerfall	9
2.2. Energieverteilungsfunktion von Ionen in Materie	14
2.3. Schematische Darstellung des Strahlungseinfangs	16
2.4. Allgemeines Energieniveauschema	18
2.5. Thermonukleare Reaktionsrate bei der Titan-44 Entstehung	30
2.6. Wechselwirkungsverlauf im Detektor mit möglichem Spektrum	33
2.7. Berechnung der Linienfläche	36
2.8. Vereinfachtes Zerfallsschema eines Summationseffekts	41
3.1. Ionenstrahlschema	44
3.2. Schema der Targetschichten	46
3.3. Alpha- und Protonenstrahl nach 90 nm Gold	47
3.4. Alpha- und Protonenstrahl in Calciumoxid	49
3.5. Fotografie und Schema der Detektoranordnung	50
3.6. Schema der verwendeten Geräte	51
4.1. Kalibrierfunktionen der Gammadetektoren	54
4.2. Fitkurven der Nachweiswahrscheinlichkeiten	58
4.3. Anregungsfunktionen für die Kalibrierung des Tandetrans	62
4.4. Fitfunktion und Residuum für die Kalibrierung des Tandetrans	64
4.5. Anregungsfunktionen der Hauptresonanzen	65
4.6. Spektren während der Aktivierung von GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14	67
4.7. Spektren der Aktivierung von GSI-CaO-15 und Energieniveauschema	68
4.8. Hochenergetische Gammalinien während der Aktivierungen	69
4.9. Ionenstrahlschema bei GSI-CaO-15	70
4.10. Targetscans	71
4.11. HZDR- und Felsenkellerspektren von GSI-CaO-14	73

4.12. Felsenkellerspektren von GSI-CaO-7 und GSI-CaO-15	74
4.13. Felsenkellerspektrum der Standardprobe PSI-Ti44-P160	75
B.1. Titan-44 Standardquellen	93
B.2. Schema des Image-Plate-Aufbaus	94
B.3. Funktionsweise einer Image-Plate	94
B.4. Image-Plate mit aufgelegter Quelle	95
B.5. Aufnahme einer Punkt- und Flächenquelle	97
B.6. IP-Aufnahme der P60-Quelle	97
B.7. IP-Aufnahme der P160-Quelle	98
B.8. IP-Aufnahme der P690-Quelle	98
B.9. IP-Aufnahme der F130-Quelle	99
B.10. IP-Aufnahme der F320-Quelle	99
B.11. IP-Aufnahme nach 15 Minuten	100
B.12. IP-Aufnahme nach 30 Minuten	101
B.13. IP-Aufnahme nach 60 Minuten	101
B.14. PSL in Abhängigkeit von der Bestrahlungszeit	102
B.15. Aufnahmen zur Untersuchung des Koordinatensystems	102
B.16. Rand der Image-Plate	104
B.17. Gaußfunktionen der Niveaulinien	105
B.18. Halbwertsbreiten der P60-Quelle	106
B.19. Aufnahmen der Flächenquellen zur Bestimmung ihrer Schwerpunkte	108
B.20. Aufnahmen der Punktquellen zur Bestimmung ihrer Schwerpunkte	109
B.21. Schematischer Messaufbau für Messung der Gammaenergien	110
B.22. Quellhalter in der Bleiburg	111
B.23. Gammaspektren der Kalibrierpräparate	112
B.24. Kalibrierkurve des Detektors in Bleiburg B	112
B.25. Skizzen des Probenhalters	114
B.26. Abstände zwischen Quelle und Detektor	115
B.27. Positionsabhängigkeit auf dem Quellträger	116
B.28. Kalibrierkurve der Nachweiswahrscheinlichkeit	120
B.29. Gammaspektren der Titanquellen	121
B.30. Vergleich der am PSI und am HZDR ermittelten Aktivitäten	126
B.31. Zusammenhang zwischen PSL und Aktivität	127

Tabellenverzeichnis

1.1. Klassifikation von Supernovae, nach [Fil97]	2
2.1. Calciumisotope	8
3.1. Targetliste	46
3.2. Übersicht der Detektoren.	50
4.1. Kalibrierquellen	54
4.2. Nachweiswahrscheinlichkeiten der Kalibrierquellen	55
4.3. Intensitäten und Winkelkorrelationen für Gammas des Silicium-28	55
4.4. Hochenergetische Nachweiswahrscheinlichkeiten	57
4.5. Parameter für Nachweiswahrscheinlichkeiten	60
4.6. Resonanzen für Tandetron-Kalibrierung	63
4.7. Energieverluste nach 90 nm Gold	66
4.8. Energetische Targetdicken	72
5.1. Vorhergesagte Aktivität mit der Ladung auf dem Target	79
5.2. Abgeschätzte Aktivität mit den Spektren der Bestrahlung	79
5.3. Aktivitäten im Felsenkeller	80
5.4. Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO	81
5.5. Spektrallinien bei 2882 keV von GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15	81
5.6. Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren für 2882 keV	81
5.7. Winkelkorrelation für Gammas des Scandium-41	82
5.8. Ausbeute und effektives Bremsvermögen für GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15	83
A.1. Koeffizienten für die Winkelkorrelation	89
A.2. Aktivitäten der Standardquellen	89
B.1. Analyserapportausschnitt des PSI	92
B.2. Genauigkeit des Koordinatensystems	103
B.3. Halbwertsbreiten der P60-Quelle	106

B.4. Koordinaten der Schwerpunkte der Flächenquellen	108
B.5. Koordinaten der Schwerpunkte der Punktquellen	109
B.6. Kalibrierpräparate	110
B.7. Daten für Energiekalibrierung des Detektors	111
B.8. Untersuchung der Positionsabhängigkeit	113
B.9. Unkorrigierte Nachweiswahrscheinlichkeiten der Kalibrierpräparate	117
B.10. Korrigierte Nachweiswahrscheinlichkeiten der Kalibrierpräparate	118
B.11. Werte zur Berechnung der Titan-Aktivitäten	120
B.12. Werte zur Berechnung der Summenlinie	123
B.13. Ergebnisse der Aktivitätsmessungen	125
B.14. Aktivitäten und PSL-Summen der Ti-Quellen	127
B.15. Ergebnisse der Aktivitätsmessungen 2011	129

1. Einleitung

1.1. Supernovae

Charakteristisch für eine Supernova ist ein einmaliger, extrem starker Helligkeitsausbruch. Dieser folgt der Explosion eines Sterns. Dann herrschen Bedingungen, bei denen es zur Dissoziation von Atomen kommt. Die dabei freiwerdenden Neutronen können sich an anderen dissoziierenden Kernen anlagern. Das ist die Voraussetzung für die Entstehung neuer Elemente, die schwerer als Eisen sind. Dies bedeutet, dass ein Teil der sich hier auf der Erde befindlichen Materie die Asche einer Supernovaexplosion ist.

Bei einer Supernova kann man ihre Lichtkurve und ihr Emissionsspektrum beobachten. Aufgrund der unterschiedlichen Spektrallinien und Helligkeitsverläufe lassen sich Supernovae in mehrere Typen einordnen. Die Nomenklatur ist jedoch historisch bedingt. Die Bezeichnungen Typ I und Typ II waren nach [Min41] eine erste Unterscheidung. Eine Übersicht über die Klassifikation nach [Fil97] ist in Tab. 1.1 aufgeführt.

Eine Supernova vom Typ I ist dadurch gekennzeichnet, dass keine Wasserstofflinien im Spektrum auftauchen. Sie entsteht aus einem Doppelsternsystem, bei dem Masse vom Riesenstern auf einen Weißen Zwerg überströmt. Durch den Massenzuwachs nähert sich die Masse des Weißen Zwergs der kritischen Chandrasekhar-Grenze¹. Der resultierenden Temperaturerhöhung folgt eine explosionsartige Zündung des Kohlenstoffbrennens, was den Stern schließlich zerreißt.

Beim Typ Ia ist der Verlauf dieser thermonuklearen Supernova stets identisch, was sie zu einer möglichen Standardkerze macht. Das Fehlen der Wasserstofflinien im Spektrum ist darin begründet, dass auch beim Typ Ib die Wasserstoffhülle vor der Explosion des Sterns abgestoßen wird. Beim Typ Ic kommt es zusätzlich auch noch zur Abstoßung der Heliumhülle, was das Fehlen der Absorptionslinie des Heliums erklärt.

Bei Supernovae vom Typ II kommt es zur Explosion massereicher Sterne. Diese haben in einer Zwiebschalenstruktur verschiedene Brennschalen. Kommt es nun zum Erlöschen der im Inneren stattfindenden Fusionsprozesse, folgt der Kollaps zu einem Neutronenstern oder

¹Diese Grenze [Cha84] wurde nach dem indisch-amerikanischen Astrophysiker Subrahmanyan Chandrasekhar (1920-1994) benannt, der sie entdeckte und dafür den Nobelpreis erhielt.

Tabelle 1.1.: Klassifikation von Supernovae, nach [Fil97]

Typ	Ia	Ib	Ic	II-L	II-P
<i>Spektrallinie</i>	<i>kurz nach dem Helligkeitsmaximum</i>				
Wasserstoff	ohne			mit	
Silicium	tief	schwach		möglich	
neutrales Helium	schwach	mit	schwach	möglich	
<i>Spektrallinien</i>	<i>einige Monate nach dem Helligkeitsmaximum</i>				
Eisen, Cobalt	mit	ohne		möglich	
Sauerstoff, Calcium	ohne	mit		möglich	
Radiofrequenzbereich	ohne	mit		mit	
<i>Helligkeitsverlauf</i>					
Dauer des Anstiegs	einige Tage			Stunden bis wenige Tage	
Abfall	erst steil (ca. 3 mag in ca. 30 d) dann flach und glatt (ca. 1 mag in ca. 70 d)			erst linear (1 mag/20 d) dann steil und flach wechselnd	erst steil, dann Plateau, danach steiler, später flacher

zu einem Schwarzen Loch. Die dabei freiwerdende Energie wird teilweise auf die äußere Hülle übertragen, was zu einer explosionsartigen Abstoßung führt. Da sich somit der Radius des Sterns ungefähr verzehntausendfach, wächst auch die Oberfläche, woraus ein extremer Anstieg der Leuchtkraft resultiert. Dieser verläuft bis zu einem Spitzenwert der absoluten Helligkeit, welcher jedoch bei Supernovae des Typs II eine sehr breite Streuung aufweist.

Obwohl auch der anschließend folgende Helligkeitsverlauf sehr unterschiedlich ist, lassen sich Supernovae vom Typ II dennoch in zwei Hauptgruppen einteilen. Folgt dem Helligkeitsmaximum ein linearer Abfall, handelt es sich um eine Supernova vom Typ II-L. Kann jedoch die weitere Expansion der lichtausstrahlenden Oberfläche den Rückgang der Helligkeit kompensieren, ergibt sich ein Plateau der Lichtkurve, was beim Typ II-P der Fall ist.

Nach einigen Monaten oder Jahren ist die Hülle schließlich soweit expandiert, dass sie durchsichtig wird. Dies zeigt z. B. die Aufnahme des Supernovaüberrests Cassiopeia A in Abb. 1.1(a).

1.2. Entstehung von Titan-44

Wenn es bei einem entwickelten, massereichen Stern mit Schalenstruktur zum Kernkollaps kommt, breiten sich Schockwellen aus. In diesen ereignet sich die explosive Nukleosynthese. In einem Abstand kleiner als eintausend Kilometer von der α -reichen Ausfrierungszone kommt es nach [TWHH96] u. a. zur Entstehung des Nuklids (Abschn. 2.1.1) Titan-44.



(a) Supernovaüberrest Cassiopeia A von [FL06].

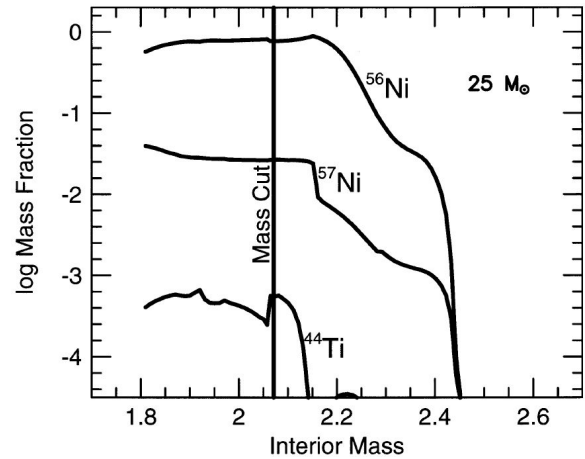
(b) Massenprofil von ^{44}Ti für ein $25M_{\odot}$ -Kernkollapssupernovamodell aus [DT98].

Abbildung 1.1.: Die Aufnahme in (a) zeigt die jüngsten bekannten Überreste einer Supernova in der Milchstraße. Die Lage des Massenschnitts in (b) entscheidet, ob ^{44}Ti in einer Supernova nachweisbar ist.

Das Modell einer Supernova beruht vor allem auf der Zusammensetzung des explodierenden Sterns. In Abb. 1.1(b) ist der ^{44}Ti -Anteil als Funktion der Masse innerhalb eines $25M_{\odot}$ -Sterns dargestellt. Die vertikale Linie ist der Massenschnitt (engl. mass cut). Nach [DT98] bildet Masse innerhalb des Schnitts einen Neutronenstern, alles außerhalb wird ausgestoßen. Demnach lässt sich aus einer ^{44}Ti -Detektion die Lage des Massenschnitts ableiten, womit der ^{44}Ti -Anteil in Supernovae eine sehr empfindliche Variable für Supernovamodelle [TCD⁺06] ist.

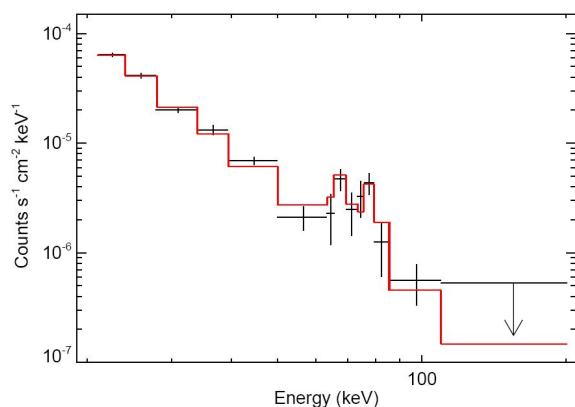
Da ^{44}Ti ein instabiler Kern ist (Abschn. 2.1.2), können von ihm und seinem Tochterkern Scandium-44 ausgehende γ -Linien (Abschn. 2.4.3) beobachtet werden.

Beispielsweise wird in [RVD⁺06] berichtet, dass mit IBIS² [ULD11] die niederenergetischen γ -Linien bei 67,9 und 78,4 keV des ^{44}Ti (Abb. 1.2(a)) in den Supernovaüberresten Cassiopeia A (Abb. 1.1(a)) detektiert wurden.

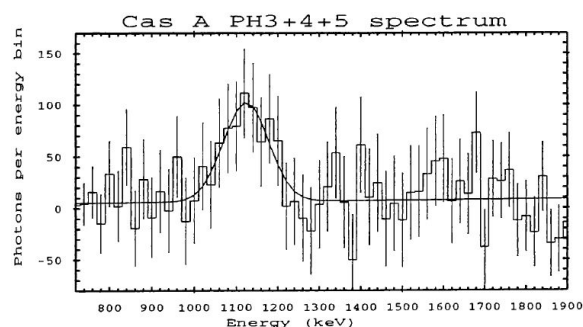
Außerdem konnte nach [IDB⁺94] in Cassiopeia A auch die hochenergetische γ -Linie des ^{44}Sc (Abb. 1.2(b)) mit COMPTEL³ [Cen05] nachgewiesen werden.

²Der bildgebende Sensor IBIS (Imager on Board the Integral Satellite) arbeitet im Energiebereich von 15 keV bis 10 MeV und ist ein Instrument des Gammastrahlen-Observatoriums INTEGRAL (International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory) der Europäischen Weltraumorganisation (ESA).

³Das bildgebende Compton-Teleskop COMPTEL (Imaging Compton Telescope) deckte einen Energiebereich von 0,8 bis 30 MeV ab und war ein Instrument vom Compton-Gammastrahlungsteleskop CGRO (Compton Gamma Ray Observatory). CGRO war bis zum 4. Juni 2000 im Umlauf und eines der großen weltraumgestützten Teleskope der Nationalen Luft- und Raumfahrtbehörde der USA (NASA).



(a) IBIS-Spektrum von Cassiopeia A aus [RVD⁺06].



(b) COMPTEL-Spektrum von Cassiopeia A aus [IDL⁺97].

Abbildung 1.2.: Spektrum (a) zeigt die beiden ^{44}Ti -Linien. Die ^{44}Sc -Linie in (b) ergibt sich aus der Summe der Spektren aller Beobachtungszeiträume.

1.3. Motivation

Wie in [TCD⁺06] festgestellt wird, stimmt in unserer Galaxie die Supernovarate nicht mit der Anzahl der detektierten ^{44}Ti - γ -Strahlungsquellen überein.

Da es in unserer Galaxie zu drei Supernovae pro Jahrhundert kommt und ^{44}Ti gemäß [AGM⁺06] eine Halbwertszeit (Abschn. 2.1.2) von 58,9 Jahren hat, sollte es auch diverse ^{44}Ti - γ -Strahlungsquellen geben.

Im Gegensatz dazu gelang ein eindeutiger Nachweis der ^{44}Ti -Linien nur bei Cassiopeia A. In der späten Lichtkurve von SN 1987A⁴ konnte eine ähnliche ^{44}Ti -Menge nur festgestellt werden, indem im Überrest der Supernova die radioaktive Energiedeposition und der Photonentransport modelliert wurden.

Eine mögliche Ursache für diesen Widerspruch könnte in der Beobachtung liegen. Einerseits müssen die zur Verfügung stehenden Geräte für die Detektion des ^{44}Ti immer weiter verbessert werden. Andererseits konnte bisher nur ein geringer Bruchteil unserer Galaxie abgesucht werden, da der signifikante Nachweis eine lange Beobachtung erfordert.

Ebenfalls könnten die aktuellen Stern- und Supernovamodelle die Diskrepanzen verursachen. Das Modell einer Supernova ist sehr komplex und hängt von etlichen Parametern ab, wie z. B. Reaktionsraten (Abschn. 2.3). Somit sind vor allem die kernphysikalischen Grundlagen für die Entstehung und die Vernichtung von ^{44}Ti besonders wichtig.

In der vorliegenden Arbeit wird die Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ (Abschn. 2.2) untersucht, welche bei der Titanentstehung wichtig ist [TCJM98]. Dafür kommen zwei Verfahren zur Anwendung.

⁴Diese Supernova explodierte am 23. Februar 1987 in der Großen Magellanschen Wolke.

1. Mit Hilfe von γ -Detektoren (Abschn. 3.3) werden die während der Reaktion emittierten γ -Linien (Abschn. 2.2) aufgezeichnet und ausgewertet.
2. Das erzeugte ^{44}Ti wird anschließend anhand seiner durch den Zerfall emittierten γ -Strahlung (Abschn. 2.1.3) ausgewertet.

In Zukunft sind zusätzlich der Nachweis des erzeugten ^{44}Ti mittels Beschleunigermassenspektrometrie und die Untersuchung der $^{44}\text{Ti}(\alpha, p)^{48}\text{V}$ -Reaktion geplant. Letztere ist die Vernichtungsreaktion, bei der das Titan in der α -reichen Phase (Abschn. 1.2) zu Vanadium reagiert.

Speziell soll in dieser Arbeit das Resonanztriplett bei ca. 4,5 MeV α -Energie im Laborsystem (Abschn. 2.3.2) untersucht werden, da die drei Resonanzen nach Abb. 2.5, S. 30, im Temperaturbereich größer als ca. vier Gigakelvin den größten Anteil an der thermonuklearen Reaktionsrate (Abschn. 2.3.4) haben. Für die Berechnung der Reaktionsrate ist es nötig, die Resonanzstärken (Abschn. 2.3.2) zu ermitteln. Dies gelang bereits 1980 einer kanadischen Gruppe [DSS80], jedoch mit einer relativen Unsicherheit von über 20 %. Nach [VOT⁺07] konnte ein Experiment in inverser Kinematik, d.h. mit der Reaktion $^4\text{He}(^{40}\text{Ca}, \gamma)^{44}\text{Ti}$, die Stärke der Hauptresonanz nur mit einer Genauigkeit von 14 % bestimmen. Für die zweitstärksten Resonanz ergab sich eine Unsicherheit von 23 %.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Unsicherheiten der Resonanzstärken zu verringern.

2. Grundlagen

2.1. Der Atomkern

2.1.1. Eigenschaften des Atomkerns

Ein Atomkern besteht aus A Nukleonen. Diese setzen sich aus Z positiv geladenen Protonen und N elektrisch neutralen Neutronen zusammen, wobei die Massenzahlen über

$$A = Z + N \quad (2.1)$$

miteinander verbunden sind. Somit kann ein Atomkern des chemischen Elements X durch den Ausdruck A_ZX_N unverwechselbar beschrieben werden. Der so eindeutig spezifizierte Kern wird als Nuklid bezeichnet. Unterschiedliche Nuklide haben einzigartige physikalische Eigenschaften.

Beispielsweise beschreibt die Ordnungszahl $Z = 22$ in Verbindung mit $N = 22$ Neutronen eindeutig das Nuklid ${}^{44}\text{Ti}$. Dieses ist wie auch ${}^{40}\text{Ca}$ ein sog. α -Nuklid, da es aus α -Teilchen zusammengesetzt werden kann und somit

$$Z = N = \frac{A}{2} \quad (2.2)$$

gilt.

Nuklide mit identischer Protonenzahl werden Isotope genannt. Da die Anzahl der Protonen auch das chemische Element bestimmt, gehören Isotope stets zu genau einem Element. Dies bedeutet weiter, dass verschiedene Isotope zwar unterschiedliche physikalische, jedoch weitgehend gleiche chemische Eigenschaften aufweisen. Zum Beispiel besteht natürlich vorkommendes Calcium aus sechs verschiedenen Isotopen, welche in Tab. 2.1 zu finden sind. Besonders hervorzuheben sind hier die Isotope ${}^{40}\text{Ca}^1$ und ${}^{44}\text{Ca}^2$.

Bei näherer Betrachtung der Atom- bzw. Kernmassen³ ist Folgendes festzustellen: Wird

¹Das Isotop ${}^{40}\text{Ca}$ ist wichtig für die ${}^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma){}^{44}\text{Ti}$ -Reaktion (Abschn. 2.2.1).

²Das Isotop ${}^{44}\text{Ca}$ entsteht nach [Cla03, S. 194] fast ausschließlich durch den Zerfall des radioaktiven ${}^{44}\text{Ti}$ (Abschn. 2.1.2).

³Da die Masse eines Protons ca. 1836 mal so groß wie die des Elektrons ist, wird hier der Unterschied

Tabelle 2.1.: Prozentuale Häufigkeiten (aus [Wib07]) im natürlichen Isotopengemisch des Calciums

Isotop	^{40}Ca	^{42}Ca	^{43}Ca	^{44}Ca	^{46}Ca	^{48}Ca
Häufigkeit	96,941 %	0,647 %	0,135 %	2,086 %	0,004 %	0,187 %

die experimentell bestimmte Masse [AWT03] des Kerns für jedes Nuklid durch seine Massenzahl A dividiert, stimmen die Ergebnisse nicht überein. Es gilt, dass die Masse eines Atomkerns m_K kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile ist. Dieser Unterschied entspricht der Bindungsenergie E_B der Nukleonen, die wegen der Einstein-Beziehung

$$E_B = \Delta mc^2 \quad (2.3)$$

einem Massendefekt Δm äquivalent ist. Dieser lässt sich mit der Protonenmasse m_p und der Neutronenmasse m_n durch

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_K \quad (2.4)$$

darstellen. Demnach wird die Bindungsenergie E_B beim Aufbau eines Kerns aus einzelnen Nukleonen frei. Die Bindungsenergie des Nuklids ^{44}Ti z.B. beträgt 37,548 MeV [Cla03].

2.1.2. Radioaktiver Zerfall

Bei einem einzelnen radioaktiven Atomkern lässt sich nicht vorhersagen, wann er zerfällt. Handelt es sich jedoch um eine große Anzahl instabiler Kerne N , lassen sich Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Ablauf des Zerfalls machen. Dabei gibt die Zerfallskonstante λ die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Kern in einer bestimmten Zeit zerfällt. Die Anzahl der Zerfälle je Zeiteinheit heißt Aktivität A und wird durch die Differentialgleichung

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (2.5)$$

beschrieben. Durch Integration dieser Gleichung lässt sich auf die Anzahl der instabilen Kerne

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2.6)$$

schließen, die nach der Zeit t verbleiben, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ genau N_0 Ausgangskerne vorlagen.

Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ gibt an, wann die Hälfte der Ausgangskerne zerfallen ist. Damit

zwischen Atom- und Kernmasse vernachlässigt.

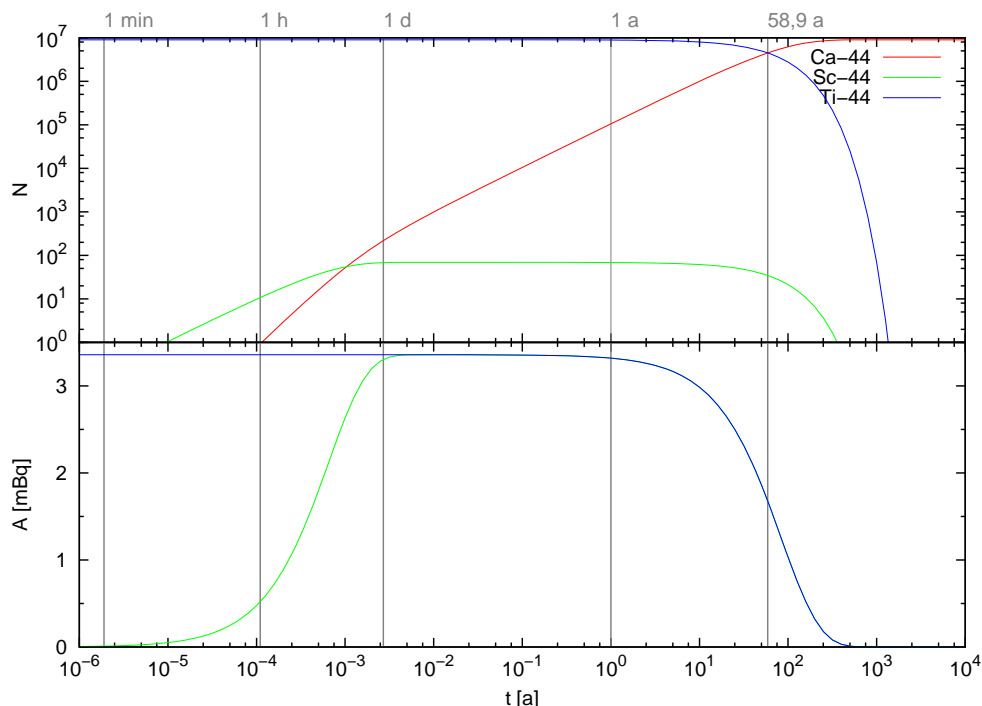


Abbildung 2.1.: Anzahl der Kerne N und Aktivitäten A in Millibecquerel beim Zerfall des instabilen Mutternuklids ^{44}Ti , welches in das ebenfalls instabile Tochternuklid ^{44}Sc und schließlich in das stabile Enkelnuklid ^{44}Ca zerfällt.

steht sie über

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Leftrightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.7)$$

mit der Zerfallskonstante im Zusammenhang.

Die mittlere Lebensdauer τ gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl auf $1/e$ der Ausgangskerne gesunken ist. Mit dem Zerfallsgesetz, Gl. (2.6), wird die reziproke Relation zur Zerfallskonstante

$$\frac{1}{e} N_0 = N_0 e^{-\lambda \tau} \quad \Leftrightarrow \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \quad (2.8)$$

ersichtlich.

Wenn ein radioaktiver Mutterkern zerfällt, besteht die Möglichkeit, dass wieder ein nicht stabiler Tochterkern entsteht. Ein Bsp. hierfür ist der Zerfall des radioaktiven ^{44}Ti -Kerns. Hierbei ist die Halbwertszeit des Mutternuklids nach [AGM⁺06] von $T_{1/2}(^{44}\text{Ti}) = 58,9 \text{ a}$ viel größer als die des Tochterkerns Scandium mit $T_{1/2}(^{44}\text{Sc}) = 3,891 \text{ h}$. Der ^{44}Sc -Tochterkern ^{44}Ca ist hingegen stabil. Der Verlauf der Besetzungszahlen und Aktivitäten ist in Abb. 2.1 dargestellt, wobei davon ausgegangen wird, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ keine Tochter- bzw. Enkelnuklide, aber $N_0 = 9 \cdot 10^6$ Mutterkerne vorliegen.

Unter anderem in [Dem04, S. 40] wird erläutert, wie sich die Besetzungszahlen bei ei-

nem instabilen Tochterkern verhalten. Mit den dort aufgeführten Gleichungen wurden die Kurven für dieses Bsp. erzeugt, um sie folgend qualitativ zu beschreiben.

Die Anzahl der Mutterkerne ^{44}Ti nimmt zunächst ($T_{1/2}(^{44}\text{Ti}) = 58,9 \text{ a}$) nur sehr langsam ab. Der erste ^{44}Sc -Kern entsteht nach ca. fünf Minuten, der erste ^{44}Ca -Kern nach ungefähr einer Stunde.

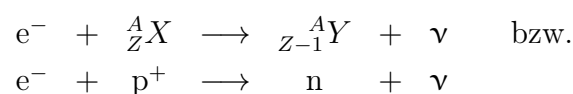
Da die Zerfallswahrscheinlichkeit des ^{44}Sc -Nuklids viel größer als die des ^{44}Ti -Nuklids ist, zerfallen die ^{44}Sc -Kerne sehr schnell weiter. Dies ist in diesem Bsp. daran zu erkennen, dass die Anzahl der Scandiumkerne nach etwa einem Tag einen Sättigungswert von 69 Kernen erreicht, somit nimmt die Zahl der Calciumkerne stetig zu. Ab diesem Zeitpunkt wird die Aktivität vollkommen durch das Titan-44 dominiert. Dementsprechend zerfallen pro Zeiteinheit bereits nach einem Tag genau so viele Tochter- wie Mutterkerne. Dies ist ein wichtiger Fakt für die Untersuchung der $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion, da bereits ein Tag nach der Aktivierung die Anzahl der entstandenen ^{44}Ti -Kerne bestimmt werden kann. D. h. durch die Messung der ^{44}Sc -Zerfälle kann direkt die Aktivität einer Titanprobe bestimmt werden.

Wegen der vernachlässigbaren Anzahl der ^{44}Sc -Kerne schneiden sich die Besetzungszahlkurven von Mutter- und Enkelkern genau nach der Halbwertszeit des ^{44}Ti -Nuklids. Somit sind ebenfalls die Aktivitäten zu diesem Zeitpunkt auf die Hälfte des Anfangswertes gesunken. Schließlich sinkt auch die Anzahl der Scandiumkerne, da im weiteren Verlauf nicht mehr ausreichend Titankerne zerfallen.

2.1.3. Elektroneneinfang und β^+ -Zerfall

Ein instabiler Kern kann durch Emission von α -, β - und γ -Strahlung, durch Elektroneneinfang oder innere Konversion in einen neuen Zustand übergehen. Da dies z. B. bei den Nukliden ^{44}Ti und ^{44}Sc über den Elektroneneinfang und bei ^{44}Sc zusätzlich⁴ über den β^+ -Zerfall erfolgt, sollen diese Prozesse nun beschrieben werden.

Elektroneneinfang Hierbei wird ein Elektron e^- aus der Atomhülle von seinem Atomkern eingefangen. Damit kann sich ein Proton p in ein Neutron n umwandeln, wobei ein Neutrino ν emittiert wird. Dies bedeutet für den Kern, dass sich die Ordnungszahl verringert, die Massenzahl aber erhalten bleibt. Dieser Prozess kann durch

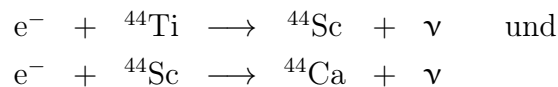


⁴Gemäß [CJA99] beträgt der Anteil des β^+ -Zerfalls beim ^{44}Sc 94 %.

dargestellt werden und ist möglich, da Elektronen der Atomhülle eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Atomkern haben. Beispielsweise ist sie für Elektronen der K-Schale im Kern maximal. Bei diesem Prozess spricht man auch vom K-Einfang. Ist die Energiedifferenz zwischen Mutter- und Tochterkern größer als die Bindungsenergie eines Hüllenelektrons, ist auch der Einfang aus höheren Schalen möglich.

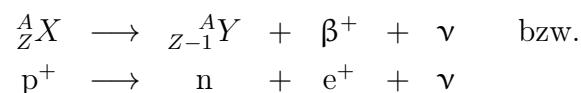
Das so entstandene Loch wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt. Da diese höhere Schale einem höheren Energieniveau entspricht, wird die frei werdende Energie schließlich entweder durch charakteristische Röntgenstrahlung oder durch ein sogenanntes Auger-Elektron emittiert.

Ein weiteres Merkmal für den Elektroneneinfang ist das monochromatische Neutrino, dessen Energie eindeutig festgelegt ist, da die Energiedifferenz zwischen Mutter- und Tochterkern auf nur zwei Körper verteilt wird. Dabei ist wegen der vernachlässigbaren Masse des Neutrinos der Energieanteil des Tochterkerns ebenfalls vernachlässigbar. Die Prozesse



sind Beispiele für den Elektroneneinfang.

Beta-Plus-Zerfall Während eines β^+ -Zerfalls wandelt sich ein Proton in ein Neutron um, wobei ein Positron e^+ und ein Neutrino emittiert werden. Analog zum Elektroneneinfang wird dabei die Ordnungszahl verringert und die Massenzahl bleibt erhalten. Bei der Darstellung des Prozesses

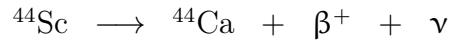


ist zu beachten, dass bei der Reaktion der Nuklide die Atomhülle vernachlässigt wird. Da die Elektronenanzahl gleich der Ordnungszahl Z sein muss, wandelt sich beim β^+ -Zerfall entweder ein positiv geladenes Ion X^+ in ein neutrales Atom Y oder ein neutrales Atom X in ein negativ geladenes Ion Y^- um.

Sowohl die Energie des Neutrinos, als auch die des Positrons haben beim β^+ -Zerfall ein kontinuierliches Spektrum, da die Energie des Zerfalls auf drei Körper aufgeteilt wird, wobei der Energieanteil des Tochterkerns vernachlässigbar ist.

Das Positron wird anschließend in der den Kern umgebenden Materie abgebremst. Trifft es dann auf ein Elektron, entsteht Vernichtungsstrahlung, d. h. zwei γ -Quanten mit einer γ -Energie von je $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$.

Dies entspricht auch der Energie, die für einen β^+ -Zerfall grundsätzlich nötig ist, da das Positron erst während des Zerfalls entsteht. Da die Zerfallsenergie beim ^{44}Ti zum ^{44}Sc nach [CJA99, S. 359] nur $(267,5 \pm 1,9)$ keV beträgt, ist demnach der β^+ -Zerfall vollständig unterdrückt und es kann nur zum Elektroneneinfang kommen. Jedoch ist



ein Bsp. für den β^+ -Zerfall.

2.2. Strahlungseinfang

2.2.1. Der Q-Wert

Eine Vielzahl von Reaktionen in der nuklearen Astrophysik lässt sich folgendermaßen beschreiben. Ein ruhender Targetkern⁵ T wandelt sich beim Auftreffen eines energiereichen Projektils P um, wobei ein weiteres Teilchen emittiert wird. Wenn das ausgestrahlte Teilchen ein Gammaquant γ ist, wird die Kernumwandlung als Strahlungseinfang mit der Schreibweise $T(P,\gamma)X$ bezeichnet. Da die gesamte relativistische Energie erhalten bleiben muss, kann im Laborsystem die Energiebilanz⁶

$$m_T c^2 + m_P c^2 + E_P^{\text{Lab}} = m_X c^2 + E_X^{\text{Lab}} + E_\gamma \quad (2.9)$$

aufgestellt werden, wobei m_T , m_P bzw. m_X die Ruhemassen des Target-, Projektil- bzw. erzeugten Kerns und E_P^{Lab} , E_X^{Lab} bzw. E_γ die kinetischen Energien des Projektilkerns, des erzeugten Kerns bzw. die des emittierten Gammas sind.

Im Abschn. 2.1.1 wurde gezeigt, dass die Summe der Massen der Konstituenten größer ist als die Masse des Gesamtkerns. Ähnliches ist auch hier der Fall: Die Kernmasse m_X kann sich von der Summe aus Projektil- und Targetkernmasse unterscheiden. Dementsprechend folgt aus Gl. (2.9), dass auch die kinetischen Energien vor und nach der Reaktion nicht übereinstimmen müssen. Dieser Energieunterschied wird als Q -Wert bezeichnet, und lässt sich durch

$$Q = m_T c^2 + m_P c^2 - m_X c^2 \quad (2.10)$$

$$= E_X^{\text{Lab}} + E_\gamma - E_P^{\text{Lab}} \quad (2.11)$$

⁵Target (engl.; „Ziel(scheibe)“)

⁶Diese Energiebilanz ist nur korrekt für den Fall, dass der Kern nach der γ -Emission in den Grundzustand (Abschn. 2.2.4) übergeht.

ausdrücken. Wird bei der Reaktion Energie frei, nennt man sie exotherm und der Q -Wert ist positiv. Ist er negativ, nennt man die Reaktion endotherm.

Ein Bsp. für einen Strahlungseinfang ist die $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion. Bei dieser trifft das Projektil α auf das Target ^{40}Ca , das sich dann unter Emission eines γ -Quants⁷ in einen ^{44}Ti -Kern umwandelt. Mit dem Q -Wert-Rechner [PS03] können Q -Werte bestimmt werden. Das Ergebnis für diese Reaktion

$$Q(^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}) = +(5127,1 \pm 0,7) \text{ keV} \quad (2.12)$$

entspricht dem in [DSB82] experimentell ermittelten Wert.

2.2.2. Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie

Für die Untersuchung des Strahlungseinfangs kann das Target mit einem Teilchenstrahl beschossen werden. Dieser besteht aus einer großen Anzahl von Projektilen, sodass sich statistische Aussagen über die Wechselwirkungen der Ionenstrahlen in Materie formulieren lassen. Dieser Abschnitt erläutert drei Größen, die dabei für die Beschreibung wichtig sind.

Bremsvermögen Nach [Ili07, S. 227] sind Zusammenstöße von geladenen Teilchen mit Absorberatomen statistischer Natur. Wenn die Anzahl der Zusammenstöße je Weglänge sehr groß ist, kann der gesamte Energieverlust durch viele kleine Verluste beschrieben werden. Das Verhältnis von differentiellem Energieverlust dE zu differentieller Weglänge dx wird lineares Bremsvermögen

$$\varepsilon_{\text{lin}}(E) = -\frac{dE}{dx} \quad (2.13)$$

genannt. Da das Bremsvermögen von der Teilchenzahldichte n_T des Absorbers abhängt, kann es auch über

$$\varepsilon(E) = -\frac{1}{n_T} \frac{dE}{dx} \quad (2.14)$$

definiert werden.

Effektives Bremsvermögen Wenn das Target nicht aus einem reinen Element besteht, muss ein effektives Bremsvermögen pro relevantem Kern berechnet werden. Dazu werden die entsprechenden Anteile des Bremsvermögens summiert. Dies soll hier am Beispiel eines Calciumoxidtargets verdeutlicht werden, wobei nur die Reaktion mit dem Nuklid ^{40}Ca

⁷Nach dem Einfang des Projektils kann sich der angeregte Kern (Abschn. 2.2.4) auch über die Emission mehrerer γ -Quanten abregen.

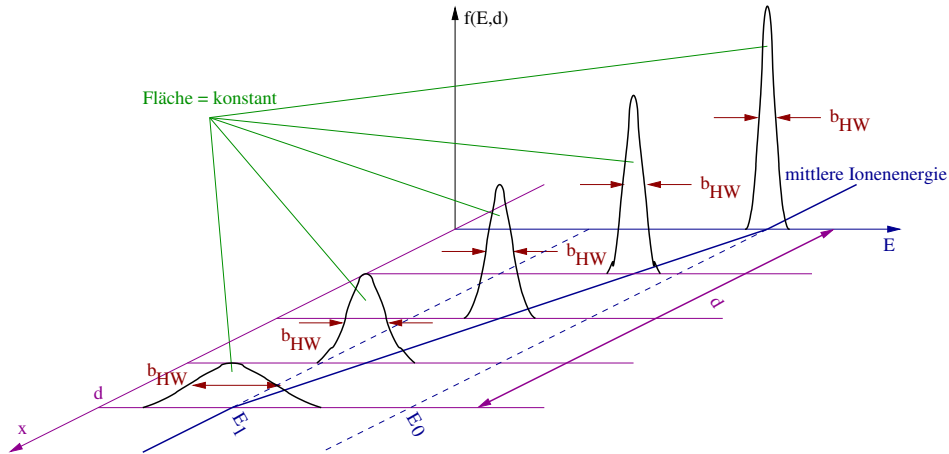


Abbildung 2.2.: Schematische Darstellung der Energieverteilungsfunktion $f(E,d)$ für einen monoenergetischen, geladenen Teilchenstrahl nach verschiedenen Eindringungstiefen x . Nach [WF76, Fig. 6].

interessiert. Das Target besteht aus einem Gemisch aus N_{rele} relevanten und N_{irre} irrelevanten Calciumkernen, sowie aus N_{O} Sauerstoffkernen, die ebenfalls nicht an der interessierenden Reaktion teilnehmen. Wenn das Bremsvermögen ε_{Ca} in allen Calciumisotopen (siehe Tab. 2.1) gleich ist, ergibt sich das effektive Bremsvermögen aus

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{eff}}^{\text{Lab}} &= \frac{N_{\text{rele}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \\ &= \left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}}.\end{aligned}\quad (2.15)$$

Das Verhältnis $N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$ entspricht dabei dem Verhältnis der prozentualen Häufigkeiten aus Tab. 2.1. Unter der Annahme, dass im Gemisch die Anzahl der Sauerstoffkerne N_{O} gleich der Anzahl aller Calciumkerne N_{Ca} ist, gilt

$$N_{\text{O}} = N_{\text{Ca}}.\quad (2.16)$$

Für dieses Bsp. folgt

$$\varepsilon_{\text{eff}}^{\text{SP}} = \frac{m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}} \left[\left(1 + \frac{3,059}{96,941}\right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{100}{96,941} \varepsilon_{\text{O}} \right].\quad (2.17)$$

Energetische Strahlbreite Dringt eine große Anzahl näherungsweise monoenergetischer Ionen in Materie ein, kommt es zum statistisch verteilten Energieverlust. D.h., die mittlere Ionenenergie verringert sich und die Streuung der Energie nimmt zu. Eine schematische Darstellung der Energieverteilungsfunktion ist in Abb. 2.2 zu finden. Wenn die Teilchen-

anzahl konstant ist, muss auch die Fläche unter den Verteilungen konstant bleiben. Für geringe Schichtdicken d kann die mittlere Ionenenergie als linear abnehmend (hier von E_0 auf E_1) angenommen werden.

Eine zweckmäßige Approximation für die Breite der näherungsweise gaußförmigen Energieverteilungsfunktion wurde bereits in [Boh15] abgeleitet, wobei folgende Voraussetzungen gelten: Einerseits muss die Anzahl der Zusammenstöße zwischen den nichtrelativistischen Projektilen und den Absorberelektronen sehr groß sein. Andererseits muss zugleich der mittlere Energieverlust der einfallenden Projektile klein gegenüber ihrer Anfangsenergie sein. Die Halbwertsbreite der Energieverteilung und somit auch die energetische Strahlbreite folgt damit nach [Ili07, S. 235] der Wurzelfunktion

$$b_{\text{HW}}(d) = 2\sqrt{2 \ln 2} \sqrt{4\pi e^4 Z_P^2 Z_T n d}, \quad (2.18)$$

wobei e die Elementarladung, Z_P und Z_T die Ladungszahlen des Projektils und des Targets, n die Teilchenzahldichte und d die Schichtdicke darstellen.

2.2.3. Doppler- und Rückstoßverschiebung

Bei der Berechnung der zu messenden Energie des freiwerdenden γ -Quants E_γ sind nicht nur der Q -Wert (Abschn. 2.2.1) und die Energie des Projektilkerns, sondern auch zwei Korrekturen zu berücksichtigen.

Erstens kommt es auf Grund der Relativbewegung zwischen Quelle und Beobachter zum Doppler-Effekt, da sich der erzeugte Kern mit der Geschwindigkeit

$$v_X^{\text{Lab}} = v_P^{\text{Lab}} \frac{m_P}{m_X} \quad (2.19)$$

bewegt, wobei v_P^{Lab} die Geschwindigkeit des Projektils im Laborsystem ist und m_P bzw. m_X für die Ruhemassen von Projektil und erzeugtem Kern stehen. Daraus folgt die Dopperverschiebung

$$\Delta E_{\text{Dopp}} = E_\gamma \frac{v_X^{\text{Lab}}}{c} \cos \theta \quad (2.20)$$

$$= E_\gamma \frac{\sqrt{2E_P^{\text{Lab}} m_P}}{m_P m_T} \cos \theta, \quad (2.21)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit, E_P^{Lab} die Projektilenergie im Laborsystem, m_T die Targetmasse und θ der Winkel zwischen Strahlachse und Emissionsrichtung des γ -Quants ist. Eine schematische Darstellung der Kinematik gibt Abb. 2.3. Da der Kosinus des rech-

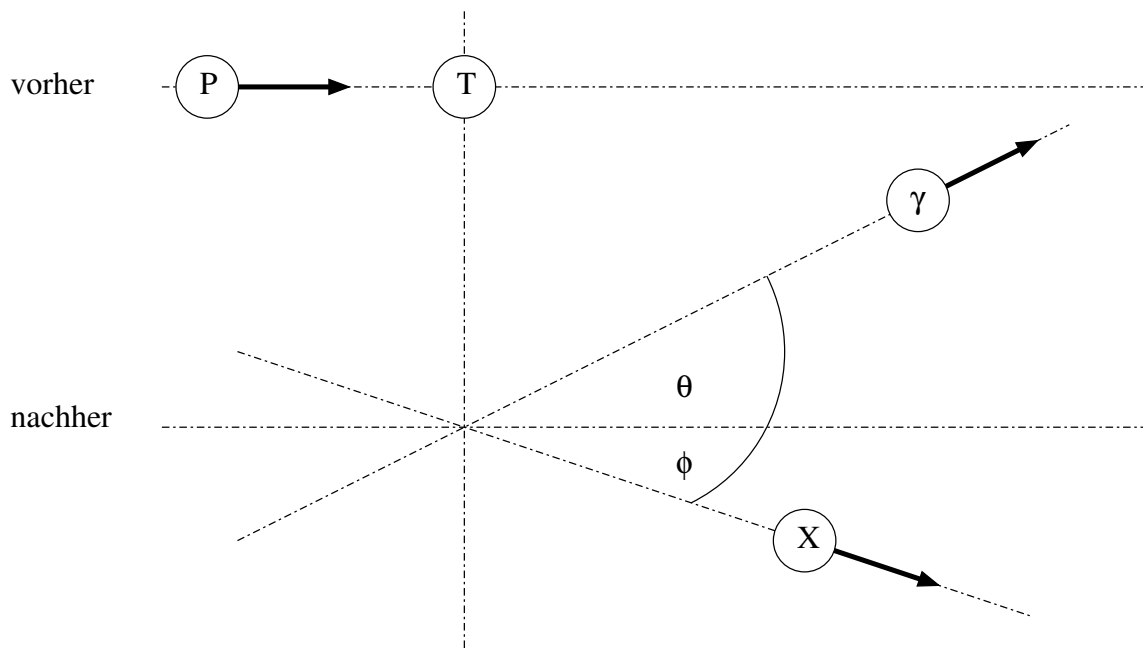


Abbildung 2.3.: Schematische Darstellung des Strahlungseinfangs $T(P,\gamma)X$ im Laborsystem. Dabei ist θ der Winkel zwischen der Strahlachse und der Emissionsrichtung des γ -Quants. Nach [Ili07, Fig. C.1]

ten Winkels verschwindet, tritt dieser Effekt bei γ -Quanten, die senkrecht zur Strahlachse emittiert werden, nicht auf.

Zweitens wird bei der Aussendung des γ -Quants dessen Impuls h/λ vom Kern aufgenommen, was die Impulserhaltung erfordert. Dabei ist h die Planck-Konstante und λ die Wellenlänge des Photons. Dadurch wird die Energie des γ -Quants E_γ um den Anteil $h^2/(2m_X\lambda^2)$ reduziert, den der Kern aufnimmt. Diese Rückstoßenergie wird mittels

$$\Delta E_{\text{Rück}} = \frac{E_\gamma^2}{2m_X c^2} \quad (2.22)$$

berechnet. Jedoch ist diese zweite Korrektur sehr klein und kann in einem γ -Energiebereich zwischen 100 keV und 15 MeV vernachlässigt werden.

2.2.4. Angeregte Kernzustände

Die in Abschnitt 2.2.1 eingeführte frei werdende Energie kann entweder direkt in Form eines einzigen γ -Quants (γ_1 in Abb. 2.4) abgegeben werden, oder der Kern kann sich schrittweise über angeregte Zustände abregen. Ein solcher Kernzustand kann durch seine Anregungsenergie E_x eindeutig beschrieben werden, wobei damit die Energiedifferenz zum Grundzustand quantifiziert wird. Für diesen gilt $E_x = 0$. Um von einem angereg-

ten Anfangszustand E_a in einen Endzustand E_e überzugehen, kann es in der Regel⁸ zur γ -Emission kommen.

Die so erzeugten γ -Quanten lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Einerseits gibt es primäre γ -Quanten, die direkt durch den Strahlungseinfang $T(P,\gamma)X$ erzeugt werden ($\gamma 1$ bis $\gamma 4$ in Abb. 2.4). Andererseits gibt es sekundäre γ -Quanten, welche beim Übergang aus angeregten Zuständen hervorgehen ($\gamma 5$ bis $\gamma 7$ in Abb. 2.4).

Ein Projektilkern P mit der Energie im Laborsystem E_P^{Lab} hat im Schwerpunktsystem eines Strahlungseinfangs die Energie

$$E_P^{\text{SP}} = \frac{m_T}{m_T + m_P} E_P^{\text{Lab}}, \quad (2.23)$$

wobei m_T und m_P die Massen von Target- und Projektilkern sind. Wird dazu der Q -Wert (Abschn. 2.2.1) addiert, ergibt sich die Energie des Kerns zum Zeitpunkt der Reaktion. Ist diese ungleich der Energie eines angeregten Zustands, so kann der Kern in Zustände übergehen, deren Energie E_x geringer ist. Dabei werden primäre γ -Quanten mit der Energie

$$E_\gamma^{\text{prim}} = E_P^{\text{SP}} + Q - E_x + \Delta E_{\text{Dopp}} - \Delta E_{\text{Rück}} \quad (2.24)$$

emittiert. Entspricht die Energie des Kerns zum Zeitpunkt der Reaktion genau einem angeregten Kernzustand

$$E_x = E_P^{\text{SP}} + Q, \quad (2.25)$$

werden die γ -Quanten als primär bezeichnet, welche beim Abregen des durch die Reaktion angeregten Zustands emittiert werden. Bei den restlichen Übergängen werden hingegen sekundäre γ -Quanten der Energie

$$E_\gamma^{\text{sek}} = E_a - E_e + \Delta E_{\text{Dopp}} - \Delta E_{\text{Rück}} \quad (2.26)$$

emittiert. Wie in Abschn. 2.2.3 beschrieben, kann $\Delta E_{\text{Rück}}$ jedoch vernachlässigt werden. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass die Abregung eines Zustands und somit die elektromagnetische Emission eine bestimmte Wahrscheinlichkeit aufweist. Somit hat jeder angeregte Zustand eine mittlere Lebensdauer. Wenn diese groß genug ist, kann in der Zwischenzeit die Geschwindigkeit v_X^{Lab} des erzeugten Kerns auf Null sinken. Dies ist manchmal bei sekundären γ -Quanten zu beobachten, bei denen folglich auch die Dopplerverschiebung

⁸Weitere Möglichkeiten der Abregung sind einerseits die innere Konversion (der Kern gibt seine Anregungsenergie durch direkte Energieübertragung auf ein e^- in der Atomhülle ab, das dann das Atom verlässt, sodass ein einfach positiv geladenes Ion entsteht) und andererseits die innere Paarbildung (bei Kernanregungsenergien oberhalb der zweifachen Ruheenergie des e^- kann im starken Coulomb-Feld des Kerns die Anregungsenergie zur Erzeugung eines e^-e^+ -Paares verwendet werden).

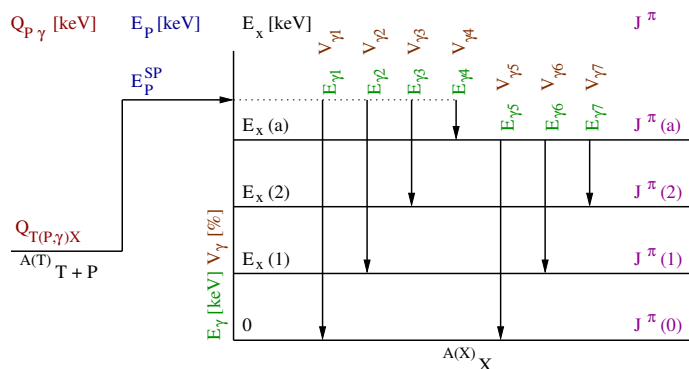


Abbildung 2.4.: Das Energieniveauschema zeigt primäre γ -Quanten (γ_1 bis γ_4), die direkt durch den Strahlungseinfang $T(P,\gamma)X$ erzeugt werden. Durch Emission von sekundären γ -Quanten (γ_5 bis γ_7) der Energie E_γ und des Verzweigungsverhältnisses V_γ ist der Zerfall aus dem Anfangszustand (a) in zwei angeregte Zustände (2), (1) und in den Grundzustand (0) möglich. Links sind Energien E_x , rechts Spins und Paritäten J^π der Zustände angegeben.

vernachlässigt werden kann.

Zwei weitere Eigenschaften eines Kernzustands sind Spin J und Parität π . Diese werden in der Regel auf der rechten Seite eines Energieniveauschemas angegeben. Solch ein allgemeines Schema ist in Abb. 2.4 dargestellt.

2.2.5. Übergangswahrscheinlichkeiten

Abb. 2.4 zeigt auch, dass ein Anfangszustand in mehrere Endzustände zerfallen kann. Unter Berücksichtigung der quantenmechanischen Auswahlregeln⁹ können die Übergangswahrscheinlichkeiten $W(E_\gamma)$ durch Verzweigungsverhältnisse V_γ beschrieben werden.

Da die Zerfallswahrscheinlichkeit Γ der Partialbreite eines γ -Quants entspricht, kann die gesamte γ -Strahlungsbreite Γ_{ges} des Anfangszustands als Summe der einzelnen Partialbreiten zu allen Endzuständen i dargestellt werden als

$$\Gamma_{\text{ges}} = \sum_i \Gamma_i. \quad (2.27)$$

Sollte ein angeregter Zustand nur über die Emission von γ -Strahlung in einen anderen Zustand übergehen, gilt für das Verzweigungsverhältnis in Prozenteinheiten

$$V_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{ges}}} \cdot 100 \%. \quad (2.28)$$

⁹Die wichtigsten quantenmechanischen Auswahlregeln sind sehr knapp in [Ili07, S. 581] zusammengefasst.

Das heißt, damit ist die Wahrscheinlichkeit $W(E_\gamma) = V_i$ gegeben, mit der ein angeregter Zustand unter Aussendung eines γ -Quants in einen energieärmeren Zustand übergeht.

In der Literatur und in evaluierten Tabellen (wie z.B. [Cen11]), sind jedoch nicht die Verzweigungsverhältnisse, sondern die relativen Intensitäten angegeben. Diese werden gebildet, indem der vorherrschende Übergang gleich 100 % gesetzt wird. Zu diesem werden andere Übergänge relativ ins Verhältnis gesetzt.

2.2.6. Winkelkorrelation

Für die γ -Detektion kann in den meisten Experimenten nicht der gesamte Raumwinkel abgedeckt werden. Wenn jedoch nur ein Ausschnitt detektiert werden kann, muss beachtet werden, dass die Intensität (Abschn. 2.2.5) der emittierten γ -Strahlung winkelabhängig ist.

Verantwortlich dafür ist die Erhaltung der Quantenzahlen beim Übergang zwischen angeregten Kernzuständen (Abschn. 2.2.4). Aus der Literatur, wie z. B. [Bie60], kann folgende Schlussfolgerung gezogen werden: Die winkelabhängige Wahrscheinlichkeit für die Emission von γ -Strahlung kann vereinfacht durch die geradzahigen Legendrepolynome P_0 , P_2 und P_4 über

$$W(\theta) = P_0(\cos \theta) + a_2 P_2(\cos \theta) + a_4 P_4(\cos \theta), \quad (2.29)$$

ausgedrückt werden, wobei a_2 und a_4 die Koeffizienten der Legendrepolynome sind. Die Polynome sind u. a. in [BSM05, S. 529] zu finden und werden durch

$$\begin{aligned} P_0(\cos \theta) &= 1, \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1) \quad \text{und} \\ P_4(\cos \theta) &= \frac{1}{8}(35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) \end{aligned} \quad (2.30)$$

ausgedrückt. Um die erforderliche Anzahl der Polynome weiter zu reduzieren, ist es von Vorteil, nur bei speziellen Winkeln zu messen. Da der Kosinus von 90° Null ist, vereinfacht sich die Wahrscheinlichkeit zu

$$W(90^\circ) = 1 - \frac{1}{2} a_2 + \frac{3}{8} a_4. \quad (2.31)$$

Um das zweite Legendrepolynom zu eliminieren, muss

$$\theta = \arccos \sqrt{\frac{1}{3}} \quad (2.32)$$

gelten. Demnach verschwindet das zweite Legendrepolynom bei ca. 55° und 125° , sodass sich

$$\begin{aligned} W(55^\circ) = W(125^\circ) &= 1 + \frac{1}{8} \left(35 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3}} \right)^4 - 30 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3}} \right)^2 + 3 \right) \\ &= 1 + \frac{1}{8} \left(\frac{35}{9} - \frac{90}{9} + \frac{27}{9} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{8} \cdot \frac{28}{9} \\ &= 1 - \frac{7}{18} a_4 \end{aligned} \tag{2.33}$$

ergibt.

2.3. Reaktionsraten

2.3.1. Wirkungsquerschnitt

Die Definition des Wirkungsquerschnitts ist gegeben durch:

1. In einem Teilchenstrahl durchqueren je Zeiteinheit t genau N_P Projektilkerne die Fläche F .
2. Dieser Teilchenstrahl fällt auf N_T Kerne in einem Target, die sich nicht überlagern.
3. Dabei kommt es in der Zeit t zu N_R Reaktionen.

Damit ist der Wirkungsquerschnitt σ nach [Ili07, S. 75] durch

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\text{Anzahl der Wechselwirkungen je Zeit}}{\text{(einfallende Teilchenzahl je Fläche und Zeit) (Targetkernzahl innerhalb des Strahls)}} \\ &= \frac{N_R/t}{[N_P/(tF)]N_T} \end{aligned} \tag{2.34}$$

definiert und somit eine quantitative Größe für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Wechselwirkung. Hierbei ist wichtig, dass der Wirkungsquerschnitt $\sigma = \sigma(E)$ energieabhängig ist, d. h. die Reaktionswahrscheinlichkeit ist abhängig von der Energie der einfallenden Teilchen. Eine mögliche Auswirkung dieser Energieabhängigkeit wird im nächsten Abschnitt behandelt.

2.3.2. Breit-Wigner-Resonanzformel

Bei bestimmten, diskreten Energien, den sogenannten Resonanzenergien E_{Res} , ist die Wahrscheinlichkeit für eine Kernreaktion besonders hoch. Dies zeigt sich im Verlauf des Wirkungsquerschnitts (Abschn. 2.3.1) in Abhängigkeit von der Energie als ein irregulärer Ausschlag, welcher als Resonanz bezeichnet wird. Bei z. B. einem Strahlungseinfang (Abschn. 2.2) entspricht eine Resonanz einem angeregten Kernzustand (Abschn. 2.2.4).

Wenn die Partialbreiten Γ_i (Abschn. 2.2.5) der beteiligten Teilchen über die gesamte Resonanzbreite Γ_{Res} näherungsweise konstant sind, handelt es sich nach [Ili07, S. 191] um eine schmale Resonanz. Von isolierten, schmalen Resonanzen ist die Rede, wenn die Niveaudichte (Abschn. 2.2.4) im erzeugten Kern (Abschn. 2.2.1) so klein ist, dass die Resonanzen sich nicht erheblich in ihrer Amplitude überlagern.

Wirkungsquerschnittsverlauf nach Breit-Wigner Der funktionale Verlauf des Wirkungsquerschnitts im Bereich einer schmalen, isolierten Resonanz lässt sich sehr gut durch die Breit-Wigner-Kurve beschreiben. Sie ist eine nach [BSM05, Gl. 2.226b] durch

$$f(x) = \frac{a}{b^2 + (x - c)^2} \quad (a > 0) \quad (2.35)$$

gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung und das Ergebnis der Fourier-Transformation einer gedämpften Schwingung.

Die Fläche unter dem Wirkungsquerschnitt nach Gl. (2.35) ist proportional zur sog. Resonanzstärke, die über

$$\omega\gamma = \frac{(2J_{\text{Res}} + 1)}{(2J_P + 1)(2J_T + 1)} \frac{\Gamma_{\text{eK}}\Gamma_{\text{aK}}}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.36)$$

definiert ist, wobei J_{Res} , J_P bzw. J_T die Gesamtdrehimpulse der Resonanz, des Projektils bzw. des Targets, Γ_{Res} die gesamte Resonanzbreite und Γ_{eK} bzw. Γ_{aK} die Partialbreiten des Ein- bzw. Ausgangskanals sind.

Weiter lässt sich mit der Einführung der reduzierten Masse der Resonanz

$$\mu_{\text{Res}} = \frac{m_P m_T}{m_P + m_T} \quad (2.37)$$

auch die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz

$$\lambda_{\text{Res}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\mu_{\text{Res}}E_{\text{Res}}^{\text{SP}}}} \quad (2.38)$$

bilden, welche neben der Resonanzenergie im Schwerpunktsystem $E_{\text{Res}}^{\text{SP}}$ die reduzierte Planck-Konstante \hbar beinhaltet. Letztere steht mit der Planck-Konstante h über

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (2.39)$$

im Zusammenhang. Schließlich lassen sich diese Definitionen in die Breit-Wigner-Kurve, Gl. (2.35), über die Substitutionen

$$a = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega \gamma \Gamma_{\text{Res}}, \quad (2.40)$$

$$b = \Gamma_{\text{Res}}/2 \quad \text{und} \quad (2.41)$$

$$c = E_{\text{Res}}^{\text{SP}} \quad (2.42)$$

einsetzen, sodass sich mit $f(x) = \sigma_{\text{BW}}(E)$ der Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{BW}}(E) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega \gamma \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{(E_{\text{Res}}^{\text{SP}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} \quad (2.43)$$

ergibt.

Die Höhe der Resonanzlinie, also der maximale Wirkungsquerschnitt, ist bei der Resonanzenergie zu finden und kann mit

$$\sigma_{\text{BW}}(E = E_{\text{Res}}^{\text{SP}}) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{\pi} \frac{\omega \gamma}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.44)$$

berechnet werden.

Das Resonanztriplett Da bis hier alle erforderlichen Eigenschaften für die Beschreibung des Resonanztripletts der $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion bei ca. 4,5 MeV (Abschn. 1.3) eingeführt wurden, sollen diese gemäß [DSS80] folgend vorgestellt werden:

- Die Niveauenergien E_x (Abschn. 2.2.4) der Resonanzen unterscheiden sich um je 12 keV und haben die Werte $(9215,0 \pm 2,0)$ keV, $(9227,0 \pm 2,0)$ keV und $(9239,0 \pm 2,0)$ keV.
- Demnach unterscheiden sich die Resonanzenergien im Laborsystem jeweils um ca. 13 keV und haben die Werte $(4496,7 \pm 2,3)$ keV, $(4509,9 \pm 2,3)$ keV und $(4523,1 \pm 2,3)$ keV.
- Die Resonanzstärken nach Gl. (2.36) haben die Werte $(0,50 \pm 0,10)$ eV, $(5,8 \pm 1,2)$ eV und $(2,0 \pm 0,4)$ eV.

2.3.3. Die Ausbeute

Experimentell kann die Gesamtzahl der Kernreaktionen N_R und die der einfallenden Projektile N_P bestimmt werden. Nach [Ili07, S. 334]) wird das Verhältnis dieser beiden Größen

$$Y = \frac{\text{Gesamtzahl der Kernreaktionen}}{\text{Gesamtzahl einfallender Teilchen}} = \frac{N_R}{N_P} \quad (2.45)$$

Ausbeute (engl. yield) der Reaktion genannt. Eine Funktion der Ausbeute über der Einschussenergie wird als Anregungsfunktion bezeichnet.

Für die Herleitung der Ausbeute als Funktion der Einschussenergie, werden in [Ili07, S. 335] sinngemäß folgende fünf Annahmen getroffen:

1. Ein monoenergetischer Teilchenstrahl fällt mit E_0 auf die Fläche F eines Targets.
2. Dieses Target kann in infinitesimal dicke Scheiben dx_i unterteilt werden.
3. Der Energieverlust des Strahls je Scheibe ΔE_i ist so klein, dass Wirkungsquerschnitt σ_i aus Gl. (2.34) und Bremsvermögen ε_i aus Gl. (2.14) in dx_i konstant sind.
4. Durch N_P Projektilkerne kommt es in Scheibe i zu $N_{R,i}$ Reaktionen.
5. Für jede Scheibe bedeutet $N_{T,i}$ die Anzahl der Targetkerne, dessen Teilchenzahldichte $n_{T,i}$ ist.

Eingesetzt in Definition (2.45) ergibt sich die Ausbeute in Scheibe i des Targets zu

$$Y_i = \frac{N_{R,i}}{N_P} = \sigma(x) \frac{N_{T,i}}{F} = \sigma_i n_{T,i} dx_i. \quad (2.46)$$

Die Gesamtausbeute ist durch Integration über alle Targetscheiben

$$Y(E_0) = \int \sigma(x) n_T(x) dx \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} &= \int \sigma(x) n_T(x) dx \frac{dE(x)}{dx} \frac{dx}{dE(x)} \\ &= \int_{E_0 - \Delta E}^{E_0} \frac{\sigma(E)}{\varepsilon(E)} dE \end{aligned} \quad (2.48)$$

gegeben. Die Größe ΔE ist der gesamte Energieverlust des Strahls im Target, was der Targetdicke in Energieeinheiten entspricht.

In der Regel kann der Wirkungsquerschnitt $\sigma = \sigma(E)$ gefunden werden, indem die Ausbeute gemessen und Gl. (2.48) numerisch gelöst wird. In speziellen Fällen, wie z. B. bei

schmalen isolierten Resonanzen (Abschn. 2.3.2), kann das Integral aber auch analytisch berechnet werden, wie es u. a. in [Ili07, S. 339] beschrieben ist.

Ausbeute für Resonanzen nach Breit-Wigner Bei einer schmalen Resonanz ist der Wirkungsquerschnitt durch Gl. (2.43) gegeben und somit folgende Annahme begründet: Das Bremsvermögen (2.14) ist über die gesamte Resonanzbreite Γ_{Res} unabhängig von der Energie, sodass es bei der Resonanzenergie durch $\varepsilon(E) = \varepsilon(E_{\text{Res}})$ berechnet werden kann.

Durch Einsetzen des Wirkungsquerschnitts nach Breit-Wigner (2.43) in das Integral der Gesamtausbeute (2.48) ergibt sich

$$Y(E_0) = \int_{E_0 - \Delta E}^{E_0} \frac{1}{\varepsilon_{\text{Res}}} \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{4\pi} \omega\gamma \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} dE \quad (2.49)$$

$$= \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{2} \int_{E_0 - \Delta E}^{E_0} \frac{dE}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + (\Gamma_{\text{Res}}/2)^2}, \quad (2.50)$$

wobei λ_{Res} die de-Broglie-Wellenlänge aus Gl. (2.38), $\omega\gamma$ die Resonanzstärke aus Gl. (2.36), $\varepsilon_{\text{Res}} = \varepsilon(E_{\text{Res}})$ das Bremsvermögen bei der Resonanzenergie und ΔE die Targetdicke in Energieeinheiten ist. Das Integral kann mit

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \quad (2.51)$$

aus [BSM05, Tab. 8.1] gelöst werden, wobei zu beachten ist, dass

$$\int \frac{dx}{a^2 + (b - x)^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x - b}{a} \quad (2.52)$$

gilt. Schließlich ergibt sich die Ausbeute einer Resonanz nach Breit-Wigner zu

$$Y(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left(\arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} - \arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right). \quad (2.53)$$

Verlauf der Ausbeutekurve nach Breit-Wigner Um die Eigenschaften der Ausbeute (2.53) herzuleiten, muss mit

$$\frac{d \arctan(x)}{dx} = \frac{1}{1 + x^2} \quad (2.54)$$

aus [BSM05, Tab. 6.1] zunächst die erste Ableitung

$$Y'(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2}\right)^2} \right] \quad (2.55)$$

gebildet werden. Bei der Energie $E_{0,\text{max}}$, bei der die Funktion $Y(E_0)$ maximal wird, gilt für die Ableitung $Y'(E_{0,\text{max}}) = 0$, woraus

$$E_{0,\text{max}} = E_{\text{Res}} + \frac{\Delta E}{2} \quad (2.56)$$

folgt. Eingesetzt in die Gl. (2.53) ergibt sich die maximale Ausbeute $Y_{\text{max}} = Y(E_{0,\text{max}})$ zu

$$Y_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left(\arctan \frac{\Delta E/2}{\Gamma_{\text{Res}}/2} - \arctan \frac{-\Delta E/2}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \right), \quad (2.57)$$

woraus sich mit $\arctan(-x) = -\arctan x$ aus [BSM05, Gl. (2.152)] die Gleichung

$$Y_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \arctan \frac{\Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.58)$$

ergibt.

Für die Halbwertsbreite der Ausbeutekurve ist es wichtig die Energien zu kennen, bei denen die Ausbeute auf 50 % des Maximums angestiegen ist. Wenn man $Y_{\text{max}}/2$ aus Gl. (2.58) und $Y(E_{0,50\%})$ aus Gl. (2.53) gleich setzt, ergeben sich mit der Umformung

$$\arctan x - \arctan y = \arctan \frac{x - y}{1 + xy} \quad (xy > -1) \quad (2.59)$$

aus [BSM05, Gl. (2.160a)] die Energien zu¹⁰

$$E_{0,50\%} = E_{\text{Res}} + \frac{\Delta E}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Gamma_{\text{Res}}^2 + (\Delta E)^2} \quad (2.60)$$

und die Halbwertsbreite der Resonanz zu

$$b_{\text{Res}} = \sqrt{\Gamma_{\text{Res}}^2 + (\Delta E)^2}. \quad (2.61)$$

¹⁰Eine detailliertere Herleitung ist im Abschn. A.1 zu finden.

Praktische Relevanz In der Praxis ist die Targetdicke ΔE häufig viel größer als die gesamte Resonanzbreite Γ_{Res} , sodass

$$\arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \xrightarrow{\Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} -\frac{\pi}{2} \quad (2.62)$$

gilt. Wird dies in Gl. (2.53) für die Ausbeute einer Resonanz nach Breit-Wigner eingesetzt, folgt

$$Y_{\Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}(E_0) = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \left(\arctan \frac{E_0 - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.63)$$

Analog zu [Ili07, S. 341] kann die maximale Ausbeute

$$Y_{\text{max}, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \quad (2.64)$$

und die Energie

$$E_{0,50\%, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = E_{\text{Res}} \quad (2.65)$$

hergeleitet werden. Die letzte Gleichung bedeutet, dass die Resonanzenergie auf der ansteigenden Flanke der Anregungsfunktion liegt und somit der Energie entspricht, bei der die Ausbeute auf 50 % angewachsen ist.

Aus den Anregungsfunktionen in Gl. (2.53) und Gl. (2.63) ist nicht direkt erkennbar, wie der Verlauf der Ausbeute durch

- die energetische Strahlbreite und deren Zunahme im Target nach Abschn. (2.2.2),
- die Targetdicke ΔE und
- die Gesamtbreite der Resonanz Γ_{Res}

beeinflusst wird. Deshalb sei hier auf [Ili07, S. 349] verwiesen, wo dies in Fig. 4.60 dargestellt ist.

2.3.4. Thermonukleare Reaktionsrate

Dieser Abschnitt folgt [AAR⁺99] und [Ili07], wobei die thermonukleare Reaktionsrate am Bsp. des Strahlungseinfangs $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ (Abschn. 2.2) eingeführt werden soll. Dabei wird die Reaktionsrate zunächst allgemein für teilcheninduzierte Reaktionen beschrieben und anschließend speziell für schmale Resonanzen nach Breit-Wigner (Abschn. 2.3.2) formuliert. Schließlich werden die Anteile zur thermonuklearen Reaktionsrate dargestellt, die sich aus den wichtigsten Resonanzen der $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion berechnen lassen.

Thermonukleare Reaktionsrate für teilcheninduzierte Reaktionen Die Anzahl der Reaktionen N_R je Zeit t und Volumen V ist als Reaktionsrate

$$r = \frac{N_R}{Vt} \quad (2.66)$$

definiert. Dabei ist N_R von der Reaktionswahrscheinlichkeit abhängig, die durch den Wirkungsquerschnitt (Abschn. 2.3.1) gegeben ist. Dieser hängt im Allgemeinen von der Energie und somit von der Relativgeschwindigkeit v des ^{40}Ca - α -Systems ab, sodass $\sigma = \sigma(v)$ gilt. Werden die Teilchenzahldichten der α -Teilchen $n_\alpha = N_\alpha/V$ und ^{40}Ca -Kerne $n_{\text{Ca-40}} = N_{\text{Ca-40}}/V$ mit dem Wirkungsquerschnitt $\sigma(v)$ in die Definition der Reaktionsrate, Gl. (2.66), eingesetzt, ergibt sich

$$r = n_\alpha n_{\text{Ca-40}} v \sigma(v). \quad (2.67)$$

In Abschnitt 1.2 wird beschrieben, dass sich ^{44}Ti innerhalb einer Entfernung von ein-tausend Kilometern von der α -reichen Ausfrierungszone bildet. Für die weitere Herleitung der thermonuklearen Reaktionsrate wird davon ausgegangen, dass sich α -Teilchen und ^{40}Ca -Nuklide in einem stellaren Plasma befinden.

Im thermodynamischen Gleichgewicht sind die Relativgeschwindigkeiten zwischen den α -Teilchen und den ^{40}Ca -Nukliden nicht konstant, können jedoch durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion $W(v)$ beschrieben werden. Da mit $W(v)$ alle beteiligten Teilchen erfasst werden, muss

$$\int_0^\infty W(v) dv = 1 \quad (2.68)$$

gelten, wobei $W(v)dv$ die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Relativgeschwindigkeiten der wechselwirkenden Teilchen zwischen v und $v + dv$ liegen.

Wird die Reaktionsrate für eine solche Relativgeschwindigkeitsverteilung verallgemeinert, folgt die gesamte Reaktionsrate

$$r = n_\alpha n_{\text{Ca-40}} \int_0^\infty v W(v) \sigma(v) dv, \quad (2.69)$$

wobei hier die Reaktion zweier identischer Teilchen ausgeschlossen werden soll. Demnach ist die Anzahl der Reaktionen je Volumen und Zeit durch das Produkt aus Anzahl der Teilchenpaare und der Reaktionsrate je Teilchenpaar gegeben. Letztere ist mit Gl. 2.69 über

$$\langle \sigma v \rangle_r = \int_0^\infty v W(v) \sigma(v) dv \quad (2.70)$$

definiert und beinhaltet die kernphysikalische Information. In der Literatur ist jedoch meist das Produkt aus Reaktionsrate je Teilchenpaar $\langle \sigma v \rangle_r$ und Avogadro-Konstante N_A als

Reaktionsrate tabelliert.

In stellarem Plasma stammt die für He- und ^{40}Ca -Kerne verfügbare kinetische Energie aus ihrer thermischen Bewegung. Deshalb werden Reaktionen, die durch eine solche Bewegung verursacht werden, thermonukleare Reaktionen genannt.

Die Bewegung der He- und ^{40}Ca -Kerne in stellarem Plasma erfolgt in der Regel nicht-relativistisch, sodass die Geschwindigkeiten durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung beschrieben werden können. Jedoch hängt die Reaktionswahrscheinlichkeit von den Relativgeschwindigkeiten zwischen den α -Teilchen und den ^{40}Ca -Kerne ab.

Aber es gilt auch Folgendes: Wenn die Geschwindigkeiten der wechselwirkenden Kerne beim thermodynamischen Gleichgewicht einzeln durch Maxwell-Boltzmann-Verteilungen beschrieben werden, dann sind auch die Relativgeschwindigkeiten zwischen den zwei Kernarten so verteilt.

Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$W(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{2k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{-\mu v^2}{2k_B T} \right) v^2 dv \quad (2.71)$$

gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Relativgeschwindigkeit einen Wert zwischen v und dv hat. Dabei sind k_B die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur und

$$\mu = \frac{m_\alpha m_{\text{Ca-40}}}{m_\alpha + m_{\text{Ca-40}}} \quad (2.72)$$

analog zu Gl.(2.37) die reduzierte Masse. Mit

$$E = \frac{1}{2} \mu v^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dv} = \mu v \quad (2.73)$$

kann die Geschwindigkeitsverteilung als eine Energieverteilung

$$W(v)dv \rightarrow W(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T} \right)^{3/2} \sqrt{E} e^{-E/k_B T} dE \quad (2.74)$$

beschrieben werden. Es ist zu beachten, dass die Geschwindigkeitsverteilung ihr Maximum bei

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{\mu}} \quad (2.75)$$

hat, was einer Energie von

$$E = k_B T \quad (2.76)$$

entspricht. Die Energieverteilung hat jedoch ihr Maximum bei

$$E = \frac{k_B T}{2}. \quad (2.77)$$

Durch Einsetzen der Maxwell-Boltzmann-Energieverteilung (2.74) in die mit N_A multiplizierte Reaktionsrate je Teilchenpaar (2.70) ergibt sich

$$N_A \langle \sigma v \rangle_r = N_A \sqrt{\frac{8}{\pi \mu}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty E \sigma(E) e^{-E/(k_B T)} dE. \quad (2.78)$$

Thermonukleare Reaktionsrate für Resonanzen nach Breit-Wigner Für ausreichend schmale Resonanzen ist der Maxwell-Boltzmann-Faktor $e^{-E/(k_B T)}$ in Gl. (2.78) über die Gesamtbreite der Resonanz Γ_{Res} annähernd konstant und kann durch seinen Wert bei E_{Res} ersetzt werden. Wenn nun die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz (2.38) in den Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt (2.43) und dieser in die Maxwell-Boltzmann-Reaktionsrate (2.78) eingesetzt wird, kann die Reaktionsrate für eine Breit-Wigner-Resonanz mit der Gleichung

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}} = N_A \frac{\sqrt{2\pi} \hbar^2 \omega \gamma}{(\mu k_B T)^{3/2}} e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \Gamma_{\text{Res}} \int_0^\infty \frac{dE}{(E_{\text{Res}} - E)^2 + \Gamma_{\text{Res}}^2/4} \quad (2.79)$$

berechnet werden. Das Integral kann analog zum Abschn. 2.3.3 mit Gl. (2.52) über

$$\int_0^\infty \frac{dx}{a^2 + (b-x)^2} = \left[\frac{1}{a} \arctan \frac{x-b}{a} \right]_0^\infty = \frac{1}{a} \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{b}{a} \right) \xrightarrow{b \gg a} \frac{\pi}{a} \quad (2.80)$$

gelöst werden, sodass

$$N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}} = N_A \frac{\sqrt{2\pi} \hbar^2 \omega \gamma}{(\mu k_B T)^{3/2}} e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \Gamma_{\text{Res}} \frac{2\pi}{\Gamma_{\text{Res}}} \quad (2.81)$$

$$= N_A \left(\frac{2\pi}{\mu k_B T} \right)^{3/2} \hbar^2 e^{-E_{\text{Res}}/(k_B T)} \omega \gamma \quad (2.82)$$

gilt. Es ist anzumerken, dass in [AAR⁺99, Gl. 11] die Summe aus zwei Termen aus der Integration resultiert. Dabei stimmt der erste Term mit Gleichung (2.82) überein. Als Näherung soll der zweite Term, die sog. „Tailcontribution“, hier jedoch vernachlässigt werden.

Aus Gleichung (2.82) wird ersichtlich, dass die Reaktionsrate für schmale Resonanzen nur von der Resonanzenergie E_{Res} und von der Resonanzstärke $\omega \gamma$ abhängt. Von der genauen Form der Wirkungsquerschnittskurve ist sie hingegen unabhängig. Dadurch können die Reaktionsraten auch für Resonanzen berechnet werden, deren Partial- und Gesamtbreiten

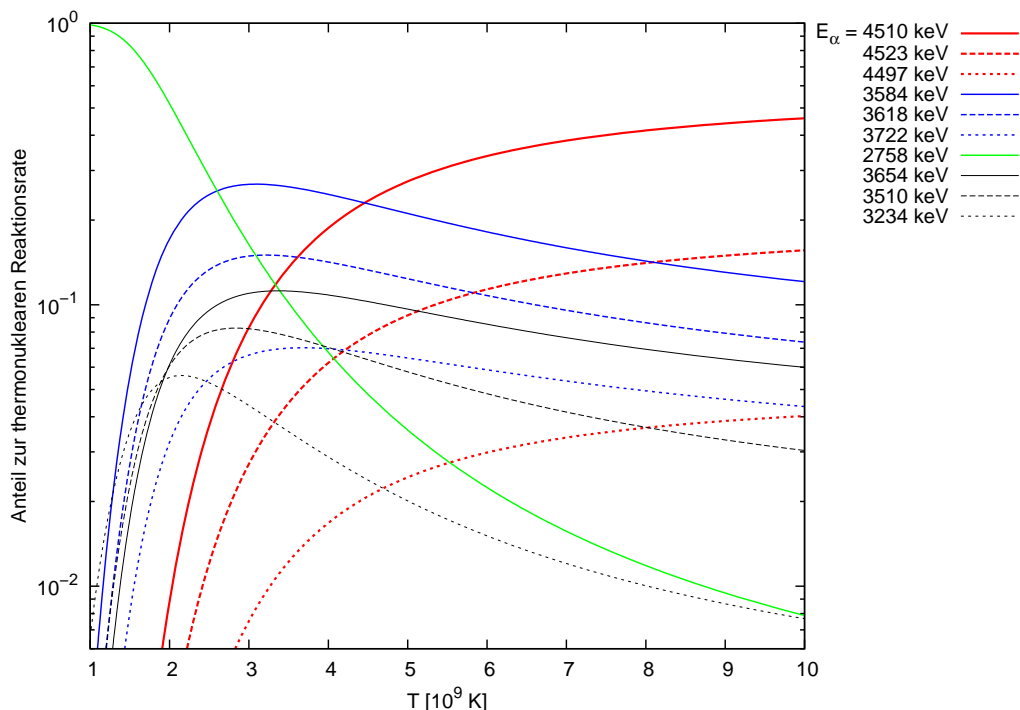


Abbildung 2.5.: Anteile zur thermonuklearen Reaktionsrate der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion in Abhängigkeit von der Temperatur für die wichtigsten Resonanzen.

unbekannt sind.

Anteile an der Thermonukleare Reaktionsrate Tragen mehrere schmale Resonanzen zum Wirkungsquerschnitt bei, so werden ihre Beiträge zur Reaktionsrate inkohärent addiert. Dann ist jedoch vor allem der Anteil jeder Resonanz

$$\text{Anteil}(E_\alpha) = \frac{N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}}(E_\alpha)}{\sum_i (N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{Res}})_i} \quad (2.83)$$

interessant, um eine Wichtung durchführen zu können. Für die $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion sind die Anteile der wichtigsten Resonanzen an der Reaktionsrate in Abhängigkeit von der Temperatur in Abb. 2.5 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Hauptresonanz des in Abschn. 2.3.2 beschriebenen Resonanztripletts bei 4510 keV α -Energie im Laborsystem ab einer Temperatur von $5 \cdot 10^9$ K den größten Anteil an der thermonuklearen Reaktionsrate hat.

2.4. Gammaspektrometrie

2.4.1. Gammastrahlungsquellen

Hier sollen kurz die Quellen der γ -Strahlung aufgeführt werden, die für die folgenden Abschnitten relevant sind:

Untergrund Der Untergrund in γ -Spektren wird vor allem durch kosmische Strahlung, die Tochternuklide (Abschn. 2.1.2) von ^{238}U , (selten) von ^{235}U und von ^{232}Th und durch das Nuklid ^{40}K verursacht.

Kalibrierquellen Die Entstehung von γ -Strahlung instabiler Kerne wird in Abschn. 2.1.2 erläutert.

Kernreaktionen Während des Strahlungseinfangs z. B. können sowohl primäre als auch sekundäre γ -Quanten entstehen, womit sich Abschn. 2.2.4 beschäftigt.

Kernzerfälle Auch bei den in Abschn. 2.1.3 beschriebenen Prozessen Elektroneneinfang und β^+ -Zerfall entstehen Tochterkerne im angeregten Zustand (Abschn. 2.2.4), die wiederum γ -Quanten emittieren, aus deren Energie der zerfallene Kern identifiziert werden kann.

Wie Gammastrahlung erfasst und ausgewertet wird, wird in den folgenden Abschnitten beschrieben.

2.4.2. Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie

Der Nachweis von γ -Strahlung hängt von verschiedenen Wechselwirkungen ab, durch welche die γ -Energie an Elektronen im Detektormaterial übertragen wird. Diese angeregten Elektronen verlieren ihre Energie durch Ionisation und Anregung der Atome des Detektormaterials. Bei z. B. HPGe-Detektoren (Abschn. 3.3) wird eine Anzahl der Elektron-Loch-Paare erzeugt, welche proportional zur Energie der primär erzeugten Elektronen ist.

Die jeweilige Wechselwirkung der γ -Strahlung in Materie hängt von der Energie der Strahlung ab. Für die Abschwächung gilt jedoch folgender Zusammenhang: Umso höher die Massenzahl, desto höher ist der Energieverlust der γ -Strahlung.

Für Strahlungsenergien zwischen ca. 10 keV und 10 MeV sind folgende Wechselwirkungen möglich:

Kohärente Streuung in der Atomhülle Bei der Bragg- oder Rayleigh-Streuung kommt es zwar zu einem Richtungswechsel, nicht aber zum Energieverlust der γ -Strahlung. Aus diesem Grund hat diese Streuung keinen Einfluss auf die Erzeugung eines Detektorsignals und soll hier nicht weiter betrachtet werden.

Vollständige Absorption in der Atomhülle Der Photoeffekt ist bei niedrigen γ -Energien dominant. Denn trifft ein Photon auf ein gebundenes Elektron in der Atomhülle, kann es seine gesamte Energie übertragen. Dadurch wird das Elektron mit der γ -Energie E_γ abzüglich der Bindungsenergie E_B , d.h.

$$E_e = E_\gamma - E_B, \quad (2.84)$$

aus seiner Schale geworfen.

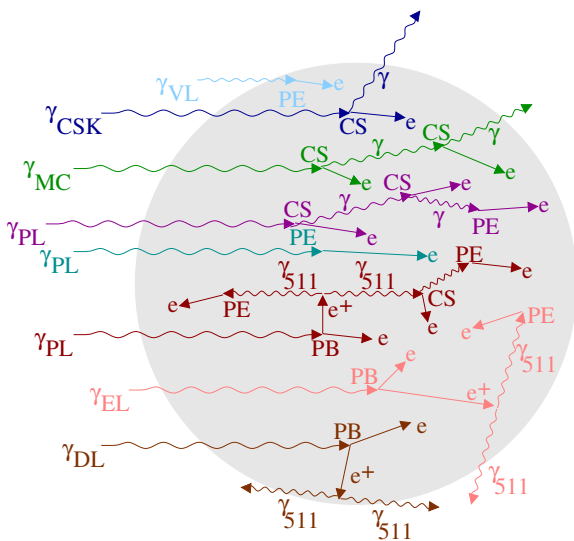
Inkohärente Streuung in der Atomhülle Als Compton-Streuung wird die direkte Wechselwirkung der γ -Strahlung mit einem Elektron der Atomhülle bezeichnet. Dabei überträgt das γ -Quant einen Teil seiner Energie E_γ auf das Elektron, welches dann eine kinetische Energie

$$E_e = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + E_\gamma(1 - \cos \theta)/(m_e c^2)} \right) \quad (2.85)$$

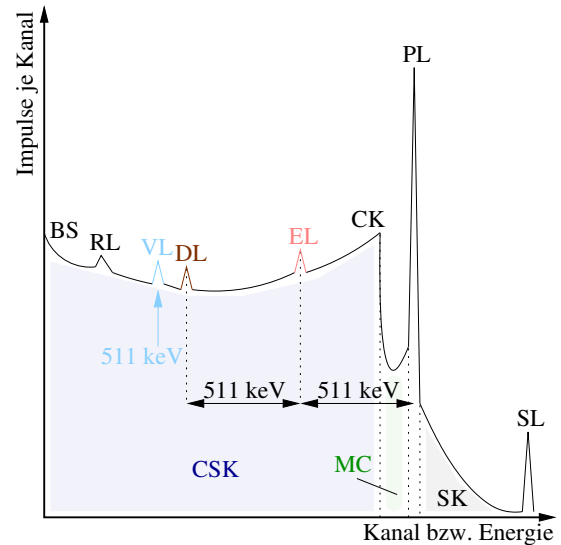
besitzt, wobei θ der Streuwinkel des γ -Quants, m_e die Elektronenmasse und c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Das γ -Quant hat demnach bei $\theta = 0$ keine Energie und bei $\theta = 180^\circ$ die maximale Energie an das Elektron weitergegeben. D.h. es kann niemals die gesamte γ -Energie an das Elektron übertragen werden.

Vollständige Absorption im elektrischen Feld des Kerns oder eines Hüllenelektrons Wenn die Energie der γ -Quanten größer als die doppelte Ruheenergie der Elektronen wird, dominiert die Paarbildung. Dabei wird im Coulombfeld des Kerns aus dem γ -Quant ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Dies ist prinzipiell auch im Coulombfeld eines Hüllenelektrons möglich, jedoch mit einer viel geringeren Wahrscheinlichkeit.

Vollständige Absorption im Mesonenfeld Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Kernphotoeffekt ist für γ -Energien unter 5 MeV sehr gering. In den meisten Messungen von γ -Strahlung kann dieser Prozess sogar bis 10 MeV ignoriert werden.



(a) Verlauf möglicher Wechselwirkungen im Detektor. Der Index eines γ -Quants zeigt, wo es im Spektrum auftaucht.



(b) Mögliches Spektrum für monoenergetische Photonen. Verhältnisse der Linien sind nicht maßstabgetreu.

Abbildung 2.6.: Damit ein γ -Quant im Spektrum auftaucht, muss es vorher im Detektor wechselwirken. Abkürzungen sind im Text erklärt.

2.4.3. Wechselwirkungen im Detektor und resultierende Spektrallinien

Die in Abschn. 2.4.2 aufgeführten Wechselwirkungen Photoeffekt (PE), Compton-Streuung (CS) und Paarbildung (PB) können auch mehrfach im Detektormaterial auftreten. In Abb. 2.6(a) sind mögliche Prozesse der Wechselwirkungen im Detektor dargestellt.

Die aus dem Detektor kommenden energieproportionalen Impulse (Abschn. 3.3) können in einem sogenannten Vielkanalanalysator (Abschn. 3.3) nach ihrer Höhe in nummerierten Kanälen sortiert werden. Die Kanalnummer ist dann ein direktes Maß für die Teilchenenergie.

Da jedoch nicht alle γ -Quanten ihre gesamte Energie im Detektor verlieren, werden sie auch nicht in einem Kanal, d.h. in einer Spektrallinie, sichtbar. Die Komplexität des Absorptionsprozesses soll folgend ein wenig genauer beschrieben werden. Dabei werden die Ereignisse in der Reihenfolge beschrieben, wie sie in Abb. 2.6(b) von links nach rechts zu finden sind.

Bremsstrahlung (BS) Wenn die β -Strahlung einer Quelle erheblich größer als 1 MeV ist, wird sie im Spektrum zusätzlich auch niederenergetische Signale hinterlassen. Dazu müssen die Elektronen bzw. Positronen, die von der Quelle emittiert werden, irgend-

wo außerhalb des Kristalls absorbiert werden. Durch Ablenkung in den Coulomb-Feldern der Atomkerne erfahren die β^\pm -Teilchen eine negative Beschleunigung und strahlen deshalb elektromagnetische Wellen ab. Diese niederenergetische γ -Strahlung wird in der Regel vollständig durch den Photoeffekt absorbiert und taucht im Spektrum als Kontinuum bei kleinen Kanalnummern auf.

Compton-Streuungskontinuum (CSK) mit Compton-Kante (CK) Es ist wahrscheinlich, dass γ -Quanten durch Compton-Streuung nicht die gesamte, sondern nur einen Teil der Energie an Elektronen übertragen. Anschließend können sie den Detektor wieder verlassen oder ihre restliche Energie durch den Photoeffekt abgeben. Die Energieübertragung ist für beliebige Energien bis hin zu einer Maximalenergie möglich, welche bei einem Streuwinkel der γ -Quanten von $\theta = 180^\circ$ in Gl. (2.85) erreicht wird. Damit ergibt sich ein kontinuierliches Spektrum, welches durch eine sichtbare Kante begrenzt wird. Diese liegt bei dem Kanal, welcher der maximalen Energie der γ -Quanten entspricht.

Rückstreulinie (RL) Haben γ -Quanten in der Detektorabschirmung die Maximalenergie durch den Compton-Effekt an Elektronen abgegeben, so werden sie unter $\theta = 180^\circ$ zurück gestreut. Anschließend kann die Restenergie durch den Photoeffekt abgegeben werden. Dadurch taucht im Compton-Kontinuum eine Linie bei dem Kanal auf, welcher mit der Energie

$$E_{\text{RL}} = E_{\text{PL}} - E_{\text{CK}} \quad (2.86)$$

übereinstimmt.

Vernichtungslinie (VL) Beispielsweise nach dem β^+ -Zerfall (Abschn. 2.1.3) entstehen durch die Vernichtung von Elektron und Positron zwei γ -Quanten. Diese haben eine Energie von je 511 keV. Die Linie, die durch den Photoeffekt dieser zwei Vernichtungsquanten entsteht, ist jedoch etwas breiter als eine direkt kernerzeugte Spektrallinie dieser Energie. Die Ursache für die Verbreiterung liegt im Doppler-Effekt (Abschn. 2.2.3). Während der Vernichtung sind weder Elektron noch Positron in absoluter Ruhe, da z. B. das Elektron auf seinem Orbital in Bewegung ist. Deshalb können Vernichtungsquanten auch in zur Vernichtungslinie benachbarten Kanälen auftauchen.

Doppel- (DL) und Einfach-Escapelinie (EL) Kommt es durch γ -Quanten zur Paarbildung, entsteht neben jedem Elektron auch jeweils ein Positron. Letzteres wird im Detektormaterial abgebremst und dann mit einem Elektron unter Aussendung zweier Gammaquanten der Energie 511 keV vernichtet. Verlassen beide γ -Quanten den Detektor, so

fehlt diesem Ereignis die Energie der zweifachen Ruheenergie des Elektrons. Somit taucht im Spektrum eine Linie auf, welche gleichbedeutend der Energie

$$E_{\text{DL}} = E_{\text{PL}} - 1022 \text{ keV} \quad (2.87)$$

ist. Diese Doppel-Escapelinie¹¹ ist vor allem bei kleinen Detektoren zu finden und durch Effekte der Paarvernichtung zu höheren Energien asymmetrisch.

Jedoch kann auch nur je ein γ -Quant den Detektor verlassen und die einfache Ruheenergie des Elektrons wegtragen, während das andere detektiert wird. Solche Prozesse ergeben die Einfach-Escapelinie, 511 keV unterhalb der Vollenergielinie.

Mehrfach-Compton-Ereignisse (MC) Falls γ -Quanten mehrere Compton-Streuungen erfahren und anschließend den Detektor verlassen, können auch Ereignisse detektiert werden, die oberhalb der Compton-Kante liegen.

Photolinie (PL) Diese Vollenergielinie entsteht, indem einzelne γ -Quanten durch den Photoeffekt ihre gesamte Energie an ein Elektron abgeben. Auch sind hier Ereignisse zu finden, bei denen γ -Quanten ihre Energie in mehreren Schritten abgegeben haben. Jedoch müssen dabei alle Prozesse ihre Energie im Detektor hinterlassen. Demzufolge muss das letzte Gammaquant jeweils durch den Photoeffekt absorbiert werden, was durch dessen hohe Wahrscheinlichkeit bei niedrigen Energien ermöglicht wird.

Summenkontinuum (SK) und Summenlinie (SL) Im Spektrum können auch Ereignisse oberhalb der Photolinie auftauchen. Diese Artefakte ergeben sich durch Summationseffekte (Abschn. 2.4.8), wenn also mehr als ein γ -Quant gleichzeitig im Detektor nachgewiesen wird.

Es besteht sogar eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass Vernichtungsquanten gleichzeitig mit γ -Quanten, welche ihre gesamte Energie an jeweils ein einzelnes Elektron abgeben, nachgewiesen werden. Dadurch kann im Spektrum auch eine Linie oberhalb der Vollenergielinie erscheinen. Dies ist z. B. beim β^+ -Zerfall von ^{22}Na oder ^{44}Sc der Fall.

Handelt es sich nicht um monoenergetische γ -Strahlung, können auch weitere Summenlinien im Spektrum entstehen. Diese hängen jedoch von der Geometrie ab, denn bei Quellen nahe am Detektor sind die Summenlinien verstärkt sichtbar und in größerer Entfernung wird der Summationseffekt vernachlässigbar.

¹¹Escape (engl.; „entkommen“)

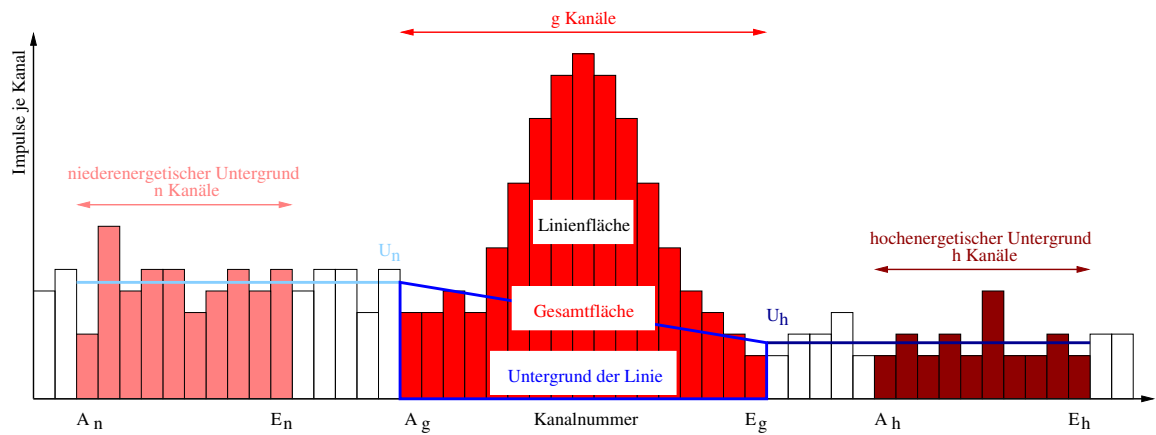


Abbildung 2.7.: Für die Berechnung der Linienfläche muss der Untergrund der Linie abgezogen werden.

2.4.4. Zählstatistik

Hier soll die Auswertung einer Spektrallinie betrachtet werden. In der Regel wird eine solche Linie vereinfacht mit einer Gaußfunktion beschrieben. Da ihre Form aber meist durch einen Untergrund beeinflusst wird, soll folgend die Methode vorgestellt werden, mit der die Linien im Experiment ausgewertet wurden.

Bei der Bestimmung der Anzahl der Impulse, die einer Linie zugeordnet werden sollen, ist zu beachten, dass der Untergrund abgezogen werden muss. Dafür ist ein Bereich zu betrachten, der mehr Kanäle umfasst, als unmittelbar zur Linie gehören. Im Ausschnitt des Spektrums in Abb. 2.7 werden zunächst drei Bereiche festgelegt:

1. Der niederenergetische Untergrund mit dem Anfangskanal A_n und dem Endkanal E_n erstreckt sich über n Kanäle und hat einen durchschnittlichen Kanalinhalt von

$$U_n = \frac{N_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=A_n}^{E_n} N_i, \quad (2.88)$$

wobei N_i die Impulse im i -ten Kanal sind und N_n für die Summe aller Impulse im niederenergetischen Untergrund steht. Die Unsicherheit soll hier gemäß der Poisson-Statistik mit

$$\Delta U_n = \frac{\sqrt{N_n}}{n} \quad (2.89)$$

angenommen werden.

2. Der zweite Bereich wird durch die zu untersuchende Linie bestimmt. Er reicht vom Anfangskanal A_g bis zum Endkanal E_g , ist g Kanäle breit und hat einen Gesamtinhalt

mit Unsicherheit von

$$N_g = \sum_{i=A_g}^{E_g} N_i \quad \text{mit} \quad \Delta N_g = \sqrt{N_g}. \quad (2.90)$$

3. Der hochenergetische Untergrund wird durch den Anfangskanal A_h und durch den Endkanal E_h begrenzt. Analog haben die h Kanäle insgesamt N_h Impulse und der durchschnittliche Kanalinhalt mit Unsicherheit beträgt

$$U_h = \frac{N_h}{h} = \frac{1}{h} \sum_{i=A_h}^{E_h} N_i \quad \text{mit} \quad \Delta U_h = \frac{\sqrt{N_h}}{h}. \quad (2.91)$$

Dabei ist nach Möglichkeit darauf zu achten, dass nieder- und hochenergetischer Untergrund den gleichen Abstand zum zweiten Bereich und die gleiche Breite haben, also dass

$$A_g - E_n = A_h - E_g \quad \text{und} \quad n = h \quad (2.92)$$

gilt. Dann lässt sich der Untergrund im Bereich der Linie aus dem Mittelwert von nieder- und hochenergetischem Untergrund durch

$$U = g \frac{U_n + U_h}{2} \quad (2.93)$$

berechnen. Für die Unsicherheit des Untergrundes muss die Wurzel aus der Summe der Quadrate gebildet werden. Es sollte jedoch stets eine relative Unsicherheit von mindestens 2% angenommen werden, um systematische Fehler bei der Auswahl der Regionen mit abzudecken. Damit berechnet sich die Unsicherheit aus

$$\Delta U = \begin{cases} \frac{g}{2} \sqrt{(\Delta U_n)^2 + (\Delta U_h)^2}, & \text{falls } \frac{\Delta U}{U} \geq 2\%, \\ 0,02U, & \text{falls } \frac{\Delta U}{U} < 2\%. \end{cases} \quad (2.94)$$

Wird nun der Untergrund vom Gesamteinhalt subtrahiert, ergibt sich die Anzahl der Impulse in der Linie zu

$$N_L = N_g - U, \quad (2.95)$$

wobei auch hier die Unsicherheit gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate ist, woraus

$$\Delta N_L = \sqrt{(\Delta N_g)^2 + (\Delta U)^2} = \sqrt{N_g + (\Delta U)^2} \quad (2.96)$$

folgt.

2.4.5. Energieauflösung

Die wichtigste Eigenschaft von HPGe-Detektoren (Abschn. 3.3) ist ihre exzellente Energieauflösung. Die große Überlegenheit gegenüber Szintillationsdetektoren erlaubt die Auflösung von vielen, dicht nebeneinander liegenden Spektrallinien (Abschn. 2.4.3), die sich im Spektrum z.B. eines NaI(Tl)-Detektors zu einer einzelnen, breiten Linie verbinden.

Die Energieauflösung eines Detektors wird am besten durch die Halbwertsbreite b_{HW} einer monoenergetischen γ -Strahlungslinie im Spektrum ausgedrückt. Nach [Kno10, S. 426] wird die Halbwertsbreite durch drei Faktoren beeinflusst, die mit

$$b_{\text{HW}}^2 = b_{\text{Anz}}^2 + b_{\text{Sam}}^2 + b_{\text{Rau}}^2 \quad (2.97)$$

zusammengefasst und folgend erklärt werden:

1. Die energetische Linienverbreiterung durch die statistische Streuung der Ladungsträgeranzahl b_{Anz} ist durch

$$b_{\text{Anz}}^2 = (2,35)^2 F E_{\text{min}} E_{\gamma} \quad (2.98)$$

gegeben, wobei F der Fano-Faktor [Kno10, S. 428], E_{min} die notwendige Energie für die Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares (Abschn. 2.4.2) und E_{γ} die Energie der γ -Strahlung ist.

2. Schwankungen im Wirkungsgrad der Ladungsträgersammlung verursachen ebenfalls eine Verbreiterung b_{Sam} . Diese kommt zustande, da vor allem in Detektoren mit großen Volumen und kleinen elektrischen Feldern die Ladungen nur unvollständig gesammelt werden können. Um die Größe experimentell zu bestimmen, kann man für mehrere Hochspannungen im Detektor b_{HW} messen und dann die Halbwertsbreite für ein unendlich starkes elektrisches Feld extrapolieren. In diesem Fall ist b_{HW} nur durch b_{Anz} und b_{Rau} bestimmt, sodass sich daraus auf die reguläre Verbreiterung

$$[b_{\text{Sam}}(HV)]^2 = [b_{\text{HW}}(HV \rightarrow \infty)]^2 - [b_{\text{HW}}(HV)]^2 \quad (2.99)$$

zurückrechnen lässt.

3. Auch das elektrische Rauschen der verwendeten Elektronik (Abschn. 3.3) liefert einen Beitrag b_{Rau} zur Halbwertsbreite einer Spektrallinie.

Welcher dieser Faktoren dominiert, hängt von der Energie der Strahlung, sowie von der Größe und der Qualität des Detektors ab. Bei geringen γ -Energien dominieren b_{Rau} und b_{Sam} , während die zusätzliche Verbreiterung durch $b_{\text{Anz}} = b_{\text{Anz}}(E_\gamma)$ bei höheren Energien wesentlich wird. Dass kleinvolumige Detektoren im Allgemeinen eine bessere Energieauflösung als größere Detektoren der gleichen Qualität haben, hat nach [Kno10, S. 429] zwei Ursachen:

1. Kleine Detektoren haben kleinere Kapazitäten, mit deren Zunahme auch b_{Rau} anwächst.
2. Kleine Detektoren haben geringere Ladungsträgerverluste, mit deren Zunahme auch b_{Sam} anwächst.

Die beste Energieauflösung kann man demnach erhalten, wenn man einen Detektor benutzt, der für den interessierenden Energiebereich optimiert ist.

2.4.6. Energiekalibrierung der Gammadetektoren

Obwohl für eine Energiekalibrierung des Spektrums eines γ -Detektors nur ein hoch- und ein niederenergetischer Punkt nötig sind, kommt es doch zu Abweichungen von der Linearität. Vor allem für präzise Energiemessungen ist deshalb eine genauere Energiekalibrierung mit mehreren Punkten nötig.

Dazu werden im allgemeinen Standardquellen genutzt, von denen im Spektrum gut bekannte Energielinien auftauchen. Damit lässt sich eine Kalibrierfunktion der Form

$$E_\gamma(K) = a \cdot K + b \quad (2.100)$$

aufstellen, in der E_γ die Gammaenergie, K die Kanalnummer und a bzw. b zwei Fitparameter sind.

2.4.7. Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit der Vollenergie- oder Photolinie (Abschn. 2.4.3) eines Germaniumdetektors kann auf verschiedene Arten dargestellt werden:

Die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit wird oft für die Bestimmung von Aktivitäten (Abschn. 2.1.2) genutzt und ist über

$$\eta(E_\gamma) = \frac{N_L(E_\gamma)}{N_\gamma(E_\gamma)} \quad (2.101)$$

definiert, wobei N_L für die Anzahl der Impulse (Abschn. 2.4.4) in der Vollenergielinie (Abschn. 2.4.3) und N_γ für die Anzahl der mit der Energie E_γ emittierten γ -Quanten (Abschn. 2.4.1) steht. Mit der Aktivität A (Abschn. 2.1.2), der Emissionswahrscheinlichkeit $W(E_\gamma)$ (Abschn. 2.2.5) und der Messzeit t ergibt sich

$$N_\gamma(E_\gamma) = AW(E_\gamma)t. \quad (2.102)$$

Eingesetzt in Gl. (2.101) folgt schließlich

$$\eta(E_\gamma) = \frac{N_L(E_\gamma)}{AW(E_\gamma)t}. \quad (2.103)$$

Die totale Nachweiswahrscheinlichkeit wird beispielsweise für die Berechnung von Summationseffekten (Abschn. 2.4.3) genutzt und ist das Verhältnis aus der gesamten Anzahl der im Spektrum aufgenommenen Impulse N_{tot} und der Anzahl der mit der Energie E_γ emittierten γ -Quanten N_γ . Sie wird über

$$\eta_{\text{tot}}(E_\gamma) = \frac{N_{\text{tot}}}{N_\gamma(E_\gamma)} \quad (2.104)$$

definiert, falls eine Quelle das gesamte Spektrum dominiert.

Die relative Nachweiswahrscheinlichkeit wird von Detektorherstellern angegeben, um einen Vergleich zwischen verschiedenen Detektortypen zu ermöglichen. Dabei wird die Nachweiswahrscheinlichkeit relativ zu folgendem Standard angegeben: Die Nachweiswahrscheinlichkeit eines zylindrischen NaI(Tl)-Szintillators mit Durchmesser und Länge von je drei Zoll (7,62 cm) bzgl. der 1,333 MeV Vollenergielinie einer ^{60}Co -Quelle im Abstand von 25 cm beträgt nach [Hea64] genau $1,2 \cdot 10^{-3}$.

2.4.8. Summationseffekte

Wenn zwei γ -Quanten gleichzeitig den Detektor erreichen und ihre gesamten Energien abgeben, werden sie mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit gleichzeitig gemessen. Das Ereignis wird dann als Summe beider γ -Energien in der Summenlinie (Abschn. 2.4.3) registriert.

Dadurch ist zunächst die echte Anzahl der zu einer Energie gehörenden Impulse N_{echt} zu berechnen, bevor weitere Schlüsse gezogen werden können. Dies soll an einem Beispiel erläutert werden, welches in Abb. 2.8 dargestellt ist und auf den folgenden vier Annahmen basiert:

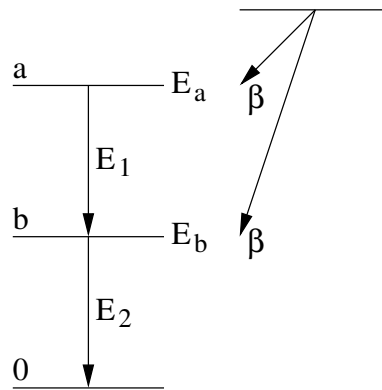


Abbildung 2.8.: Das vereinfachte Zerfallsschema zeigt ein Beispiel zur Verdeutlichung des Summationseffekts.

1. Ein Kern kann durch einen Betazerfall (Abschn. 2.1.3) in zwei angeregte Kernzustände (Abschn. 2.2.4) der Energien E_a und E_b zerfallen.
2. Der angeregte Zustand der Energie E_a regt sich über den Zustand der Energie E_b ab und dieser zerfällt in den Grundzustand E_0 .
3. Die Energiedifferenzen der Kernzustände entsprechen den Energien der emittierten γ -Quanten, d.h. $E_1 = E_a - E_b$ und $E_2 = E_b - E_0$.
4. Das Spektrum zeigt drei γ -Linien bei E_1 , E_2 und E_3 . Letztere ist die Summenlinie.

Ohne Summationseffekte können in der γ -Linie der Energie E_1

$$N_{\text{echt}}(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1) \quad (2.105)$$

Impulse bestimmt werden (Abschn. 2.4.4), wobei A die Aktivität, t die Messzeit, $W(E_1)$ die γ -Emissionswahrscheinlichkeit und $\eta(E_1)$ die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit für γ -Quanten der Energie E_1 ist. Analog kann auch die Anzahl der Impulse bei E_2 berechnet werden.

Jedoch werden γ -Quanten mit E_1 nicht in der γ -Linie bei E_1 gezählt, wenn sie gleichzeitig mit γ -Quanten der Energie E_2 detektiert werden. Die Anzahl der durch diesen Summationseffekt verlorenen Impulse berechnet sich nach [Gil08, S. 177] durch

$$N_{\text{Sum}}(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_2), \quad (2.106)$$

wobei $\eta_{\text{tot}}(E_2)$ die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein γ -Quant der Energie E_2 detektiert wird und irgendwo im Spektrum auftaucht. Dann wäre die Linienfläche (Abschn. 2.4.4) bei E_1

über

$$N_L(E_1) = AtW(E_1)\eta(E_1) - AtW(E_1)\eta(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_2) \quad (2.107)$$

gegeben. Das Verhältnis

$$\frac{N_{\text{echt}}(E_1)}{N_L(E_1)} = \frac{1}{1 - \eta_{\text{tot}}(E_2)} \quad (2.108)$$

kann dann benutzt werden, um die echte Linienfläche $N_{\text{echt}}(E_1)$, frei von Summationseffekten, zu berechnen.

Die Berechnung von $N_{\text{Sum}}(E_2)$ ist nicht ganz analog, da nicht alle γ -Quanten mit E_2 eine Folge der Abregung des höherenergetischen Zustands sind. Einige resultieren direkt aus dem Betazerfall (Annahme 1) und können laut [Gil08, S. 177] nicht zum Summeneffekt beitragen. Da demnach $AtW(E_1)$ Ereignisse der Emission von γ -Quanten mit E_2 vorrausgehen, ergibt sich die Anzahl der Summenereignisse aus

$$N_{\text{Sum}}(E_2) = AtW(E_1)\eta(E_2)\eta_{\text{tot}}(E_1). \quad (2.109)$$

Schließlich folgt daraus analog die von Summeneffekten beeinflusste Linienfläche

$$N_L(E_2) = AtW(E_2)\eta(E_2) - AtW(E_1)\eta(E_2)\eta_{\text{tot}}(E_1) \quad (2.110)$$

und der Korrekturfaktor

$$\frac{N_{\text{echt}}(E_2)}{N_L(E_2)} = \frac{W(E_2)}{W(E_2) - W(E_1)\eta_{\text{tot}}(E_1)}, \quad (2.111)$$

mit der $N_L(E_2)$ multipliziert werden muss, um die echte Linienfläche bei E_2 zu erhalten.

3. Messaufbau

3.1. Der Ionenstrahl

3.1.1. Überblick

Die für das Experiment nötigen Ionenstrahlen wurden durch das 3-MV-Tandetron des Ionenstrahlzentrums am Institut für Ionenstrahlphysik und Materialforschung des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf zur Verfügung gestellt. Dabei handelt es sich um einen Tandembeschleuniger. Der schematische Verlauf des Ionenstrahls von seiner Entstehung bis zum Erreichen des Targets ist in Abb. 3.1 dargestellt und wird in den folgenden Abschnitten in seinen einzelnen Phasen beschrieben.

3.1.2. Erzeugung

Die folgende Beschreibung bezieht sich auf den Bereich „Ioneninjektor“ in Abb. 3.1 und soll hier speziell am Bsp. der Heliumionen¹ erfolgen.

In der Duoplasmatron-Ionenquelle wird Heliumgas durch einen Ladungsbogen gezündet. In einem Umladekanal werden beim Zusammenstoß mit Lithium positive und negative Ionen erzeugt². Der negative Anteil wird durch die am Gaskanal anliegende Injektorspannung U_{Inj} extrahiert und zu einem Strahl gebündelt.

Nach ihrer Erzeugung durchqueren die Ionen die Ionenoptik, welche sie mittels Linsen und Injektormagnet in den Beschleuniger lenkt.

3.1.3. Beschleunigung

Die negativen Ionen werden anschließend beschleunigt, umgeladen und erneut mit identischer Spannung beschleunigt. Es handelt sich deshalb um einen Tandem-Beschleuniger.

¹Auf die Funktionsweise der Wasserstoffquelle, welche ebenfalls einfach negativ geladene Ionen erzeugt, soll hier nicht genauer eingegangen werden.

²Es ist sehr unwahrscheinlich, dass das Edelgas Helium ein weiteres Elektron aufnimmt. Die Grundlagen für die hier benutzte Methode sind u.a. in [GH63] beschrieben.

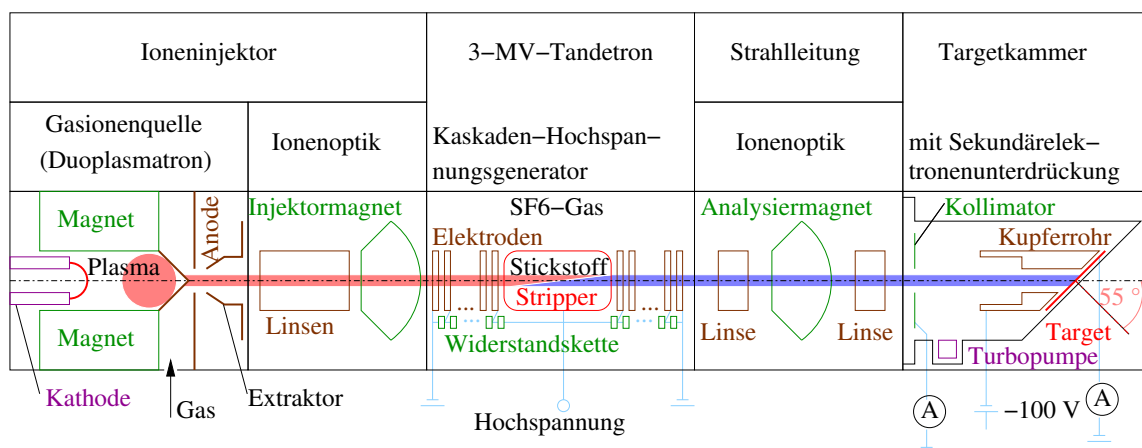


Abbildung 3.1.: Das prinzipielle Schema des Ionenstrahlverlaufs zeigt die Entstehung des Ionenstrahls im Duoplasmatron, seine Beschleunigung und Umladung im 3-MV-Tandetron, sowie das Erreichen des Targets.

Am 3-MV-Tandetron (2. Bereich der Abb. 3.1) kann mit Hilfe einer Kaskadenschaltung eine maximale Gesamtspannung von $U_{\text{Bes}}^{\text{max}} = 3,3 \text{ MV}$ erzeugt werden.

Mit dem Unterschied, dass bei einem Tandem-Beschleuniger die Spannung zweimal ausgenutzt werden kann, funktioniert die Bereitstellung dieser hohen Spannung analog zum Cockroft-Walton-Beschleuniger: Bei jeder Wechselspannungsperiode eines Transformators, der die Spitzenspannung liefert, werden Kondensatoren umgeladen, sodass sich über eine Kaskade von mehreren Gleichrichtern die maximale Gesamtspannung ergibt. Zur Vermeidung elektrischer Überschläge befindet sich der Kaskaden-Hochspannungsgenerator des 3-MV-Tandetrans in Schwefelhexafluorid SF_6 .

In der Mitte des Beschleunigers ist der sogenannte Stripper positioniert. Dieser aus dem Englischen stammende Begriff bedeutet sinngemäß Abstreifer und beschreibt die Funktion des Stickstoffgases, welches den Ionen Elektronen abstreift und sie dadurch umlädt.

Die zunächst einfach negativ geladenen Heliumionen verlieren bei diesem Vorgang drei, die Wasserstoffionen zwei Elektronen. Somit werden die nun positiv geladenen Ionen unterschiedlich stark weiter beschleunigt. Die Gesamtbeschleunigungsspannung der Heliumionen U_{He} bzw. der letztendlich entstandenen Protonen U_{p} kann schließlich über

$$U_{\text{He}} = U_{\text{Inj}} + 3U_{\text{Bes}} \quad \text{bzw.} \quad U_{\text{p}} = U_{\text{Inj}} + 2U_{\text{Bes}} \quad (3.1)$$

ermittelt werden, wobei U_{Inj} die Injektorspannung (Abschn. 3.1.2) und U_{Bes} die Beschleunigerspannung ist. Nach erneuter Fokussierung und Ausrichtung des Strahls (im Bereich „Strahlleitung“ der Abb. 3.1) gelangen die Ionen in das letzte Teilstück.

3.1.4. Targetkammer

Die Targetkammer ist das letzte Teilstück. Im gesamten Strahlengang wird stets ein Hochvakuum durch mehrere leistungsstarke Pumpen realisiert, sodass auf dem Weg des Ionenstrahls nur wenige Restgasatome mittransportiert werden. Um auch in der Targetkammer (letzter Bereich der Abb. 3.1) einen reinen Teilchenstrahl zu gewährleisten, wird mit Hilfe einer Turbomolekularpumpe (siehe Abb. 3.1) der Druck unter ca. 10^{-7} mbar gehalten.

Damit die Ionen ausschließlich auf der Strahlenachse das Target erreichen, wird die räumliche Ausbreitung des Strahls eingeschränkt, indem ein sogenannter Kollimator (siehe Abb. 3.1) zunächst ein Teil des Strahls abschneidet. Diese Blende hat einen Innendurchmesser von 5 mm und ist mit einem Strommessgerät verbunden, sodass man auf die Anzahl der ausgeblendeten Ionen schließen kann. Hieraus lässt sich schlussfolgern, wie gut der Strahl fokussiert ist.

Bevor die Ionen auf das Target treffen, müssen sie ein Kupferrohr (siehe Abb. 3.1) durchqueren, welches als Sekundärelektronenunterdrückung dient. Dazu ist eine Gleichspannung von -100 V angelegt, sodass durch den Strahl herausgeschlagene Elektronen auf das Target zurückgezwungen werden. Dies ist notwendig, damit die im Target einschlagende positive Ladungszahl nicht überschätzt wird.

Das Target ist so positioniert, dass seine Flächennormale und die Strahlachse einen Winkel von $\theta = 55^\circ$ (Abschn. 2.2.6) einschließen. Zur Messung der einfallenden Ladung ist auch hier ein Strommessgerät angeschlossen. Der Aufbau der Targets wird im nächsten Abschnitt erläutert.

3.2. Targets

Der Träger aller verwendeten Targets ist ein 0,22 mm dickes Tantalplättchen mit einem Durchmesser von 27 mm.

GG-Al Zunächst waren Targets aus Aluminium nötig, um sowohl die Nachweiswahrscheinlichkeit der γ -Detektoren (Abschn. 4.2) als auch die Ionenenergie beim Einschlag auf das Target (Abschn. 4.3) zu kalibrieren. Diese wurden am Institut für Kernforschung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften (Atomki) [Ato11] angefertigt und bestehen aus einer $90 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ dicken Al-Schicht.

GSI-CaO Für die Untersuchung der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$, ist Calcium nötig. Da dieses jedoch sehr schnell oxidiert, wurde von Beginn an Calciumoxid, sogenannter Branntkalk,

Tabelle 3.1.: Aufgelistet sind nur die in dieser Arbeit verwendeten Targets. Als Träger dient immer ein 0,22 mm dickes Tantalplättchen.

Bezeichnung	Bremsschicht	Hauptschicht	Schutzschicht
GG-Al-3	–	333 nm Al	–
GSI-CaO-5	9,07 μm Au	30 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-7	7,25 μm Au	100 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-8	7,25 μm Au	100 nm CaO	ca. 52 nm Au
GSI-CaO-12	–	36 nm CaO	–
GSI-CaO-13	–	36 nm CaO	–
GSI-CaO-14	–	300 nm CaO	–
GSI-CaO-15	–	300 nm CaO	–

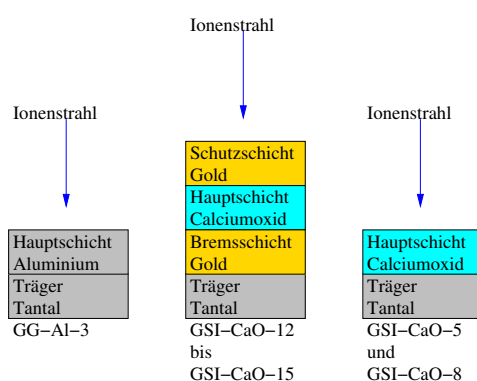


Abbildung 3.2.: Dargestellt ist die Anordnung der verschiedenen Schichten, deren Dicken in Tab. 3.1 aufgelistet sind.

als Targetmaterial benutzt. Im Targetlabor des GSI Helmholtzzentrums für Schwerionenforschung in Darmstadt wurden die Targets hergestellt. Da es jedoch an der notwendigen Erfahrung im Umgang mit den Targets fehlte, wurden zwei verschiedene Sorten angefertigt. Eine Übersicht der Targets, auf welche in dieser Arbeit Bezug genommen wird, bietet Tab. 3.1, die Anordnung der Schichten verdeutlicht Abb. 3.2

GSI-CaO-5 und GSI-CaO-8 Die erste Sorte wurde zuerst mit Goldschichten zwischen 14,1 und 38,0 mg/cm^2 bedampft. Diese direkt auf dem Träger befindliche Schicht ist ausreichend, um sowohl alle verwendeten Protonen- als auch α -Strahlen vollständig zu stoppen. Diese Bremsschicht wurde zunächst als nötig erachtet, da (α, γ) - oder (α, n) -Reaktionen mit möglichen Verunreinigungen im Tantalträger nicht ausgeschlossen werden konnten.

Die zweite Schicht ist die sogenannte Hauptschicht, in der die interessierende Reaktion stattfinden soll. Dafür wurden verschieden starke Calciumoxidschichten zwischen 10 und 300 nm aufgedampft.

Die dritte Schicht besteht wiederum aus Gold und wird als Schutzschicht bezeichnet.

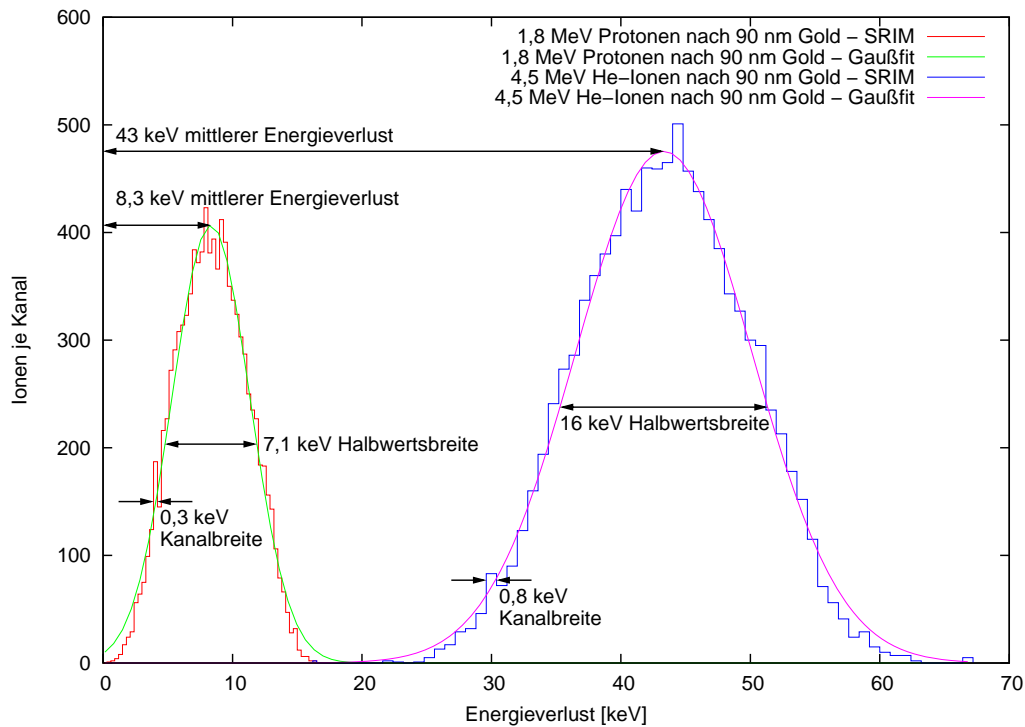


Abbildung 3.3.: SRIM-Simulation (siehe Text) zur Ermittlung von mittlerem Energieverlust und energetischer Breite von Protonen- und α -Strahl nach 90 nm Gold.

Sie hat eine flächenbezogene Masse von ca. $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ und soll chemische Reaktionen des Calciumoxids mit der Luftfeuchtigkeit (zu Calciumhydroxid) oder mit dem Kohlenstoffdioxid der Luft (zu Calciumcarbonat) verhindern. Letzteres ist wichtig, um Reaktionen, wie z. B. $^{13}\text{C}(\alpha, n)$, zu verhindern, bei denen Neutronen³ entstehen.

Tab. 3.1 enthält die Angaben der verschiedenen Schichtdicken. Für die Berechnung sind die flächenbezogenen Massen der Goldschichten durch die Dichte $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g}/\text{cm}^3$ zu dividieren. Da sich das Target jedoch unter einem Winkel von $\theta = 55^\circ$ zur Strahlenrichtung befindet (Abschn. 3.1.4), sind alle angegebenen Dicken noch durch $\cos 55^\circ$ zu dividieren, was ca. zu einer Verdopplung führt.

Den Einfluss der Schutzschicht auf den Strahl (Abschn. 2.2.2) zeigt Abb. 3.3, in welcher monoenergetische Protonen mit 1,8 MeV, bzw. α -Teilchen mit 4,5 MeV (hier je 10 000), eine 90 nm dicke Goldschicht durchquert haben. Die abgebremsten Ionen sind in Kanälen über dem Energieverlust zusammengefasst, wobei die Werte mit SRIM⁴ simuliert und durch

³Weitere Reaktionen mit Neutronen könnten den Untergrund der Messungen zu stark erhöhen.

⁴SRIM [Zie11] ist eine Monte-Carlo-Simulation für die Wechselwirkung von Ionenstrahlung in Materie.

Gnuplot⁵ mit der angepassten Gaußfunktion

$$f(E_V) = f_{\max} \exp\left(\frac{4(E_V - E_m)^2 \ln 2}{-b_{\text{HW}}^2}\right) \quad (3.2)$$

gefittet wurden. Hierbei stehen E_V für den Energieverlust, f_{\max} für das Maximum, E_m für den mittleren Energieverlust und b_{HW} für die Halbwertsbreite. Es ergibt sich ein mittlerer Energieverlust von 8,3 keV (bzw. 43 keV) und eine Vergrößerung der energetischen Strahlbreite auf 7,1 keV (bzw. 16 keV). Auf Grund der geringeren Ordnungszahl sind Energieverlust und energetische Breite des Protonenstrahls kleiner als Verlust und Breite des α -Strahls.

GSI-CaO-12 bis GSI-CaO-15 Bei der zweiten Sorte wurden die Goldschichten weggelassen und die Calciumoxidschicht direkt auf den Tantalträger gedampft. Dies hat folgenden Grund: Die Messungen (Abschn. 4.6) ergaben, dass die Bremsschicht aus Gold direkt auf dem Träger den Untergrund durch Kontaminationsreaktionen nur unwesentlich abschwächt. Außerdem zeigte sich beim Umgang mit den Proben, dass das Calciumoxid auch ohne die Schutzschicht für einige Minuten stabil bleibt.

Im Calciumoxid kommt es ebenfalls zum Energieverlust und zur energetischen Verbreiterung (Abschn. 2.2.2). Unter der Annahme, dass es sich um monoenergetisch einfallende Ionenstrahlen handelt, sind die beiden Größen in Abb. 3.4 dargestellt. Die Funktionen sind über der Schichtdicke unter einem Winkel von $\theta = 55^\circ$ (Abschn. 3.1.4) aufgetragen. An den Markierungen für die im Experiment verwendeten Targets sind jedoch die Schichtdicken aufgetragen, die ein Ionenstrahl durchqueren müsste, wenn das Target senkrecht zum Strahl stehen würde.

Der mittlere Energieverlust verläuft innerhalb des Targets nahezu linear. Die Breite der gaußförmigen Energieverteilungsfunktion, d.h. die energetische Verbreiterung, folgt der Wurzelfunktion (2.18).

3.3. Detektoren und Elektronik

Bei den γ -Detektoren, die während der Experimente eingesetzt wurden, handelt es sich um Germaniumdetektoren. Um eine gute Beweglichkeit der Elektron-Loch-Paare zu gewährleisten, werden hochreine Germaniumdetektoren genutzt. Diese werden im Englischen als „High Purity Germanium“, bzw. kurz als HPGe-Detektoren bezeichnet. Um Stromverluste zu reduzieren, müssen die Detektoren unter niedrigen Temperaturen betrieben werden,

⁵Gnuplot [gnu10] ist ein kommandozeilengesteuertes Grafikprogramm.

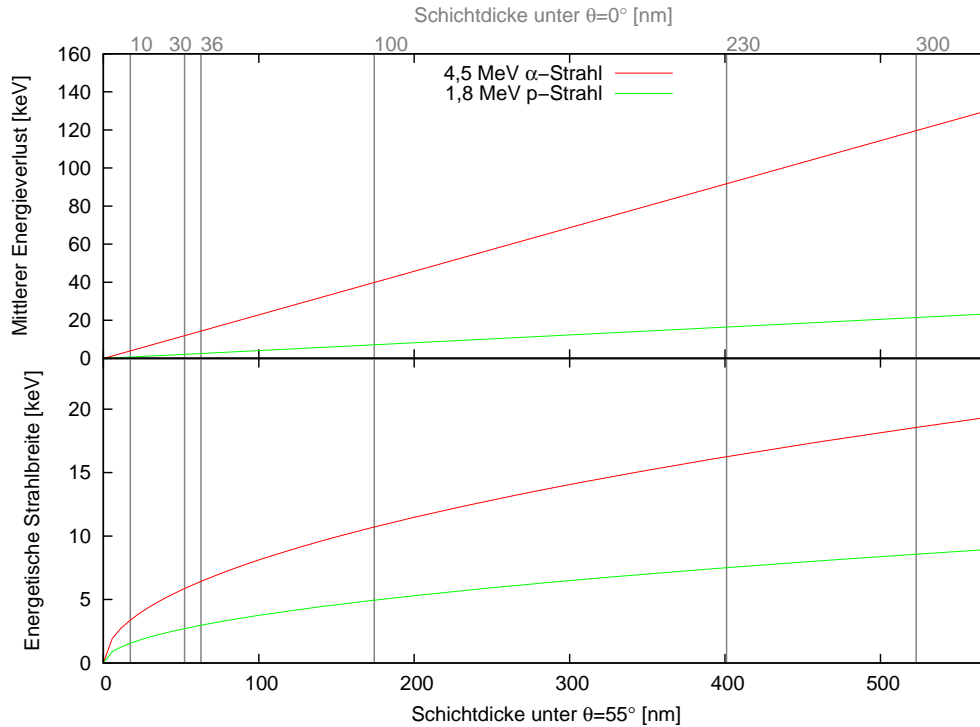


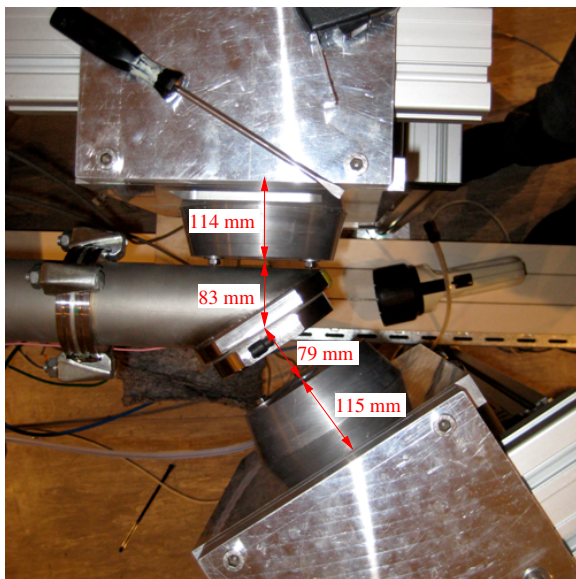
Abbildung 3.4.: SRIM-Simulation (siehe Text) zur Ermittlung von mittlerem Energieverlust und energetischer Breite in Abhängigkeit von der Dicke der Calciumoxidschicht für α - und Protonenstrahl.

was durch eine Kühlung mit Flüssigstickstoff ermöglicht wird.

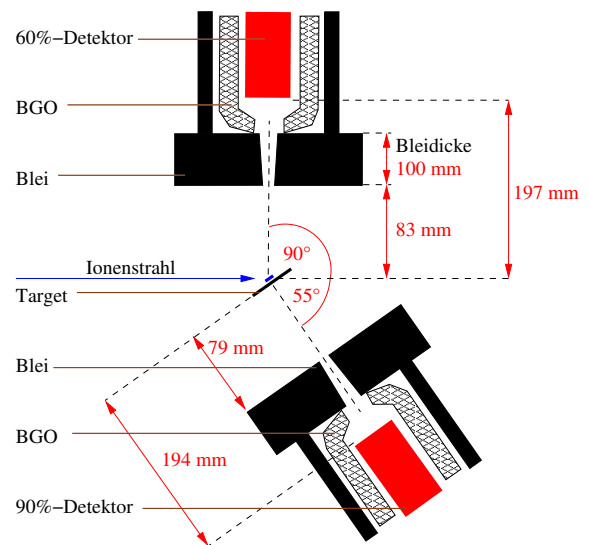
Jedoch ist es nicht möglich Germaniumkristalle herzustellen, welche vollkommen frei von Verunreinigungen sind. Dies wirkt sich unmittelbar auf die Leitfähigkeit aus. Wenn das Fremdatom eine niedrigere Wertigkeit als das vierwertige Ge-Atom hat, werden im Kristall bewegliche Defektelektronen erzeugt. Dieser Fremdzusatz ist ein Akzeptor. Er akzeptiert leicht ein Elektron von einem benachbarten Ge-Atom, wodurch der Ge-Kristall positiv leitend, kurz p-leitend wird. Wie u.a. in [Gil08, S. 45] beschrieben, wird bei p-Ge-Detektoren auf einer Seite eine sehr dünne n^+ -Schicht⁶ als Kontakt aufgedampft. Durch Anlegen einer äußeren Spannung wird damit im gesamten Ge-Kristall eine ladungsträgerarme Zone erzeugt. In dieser kommt es zu den in Abschn. 2.4.2 beschriebenen Wechselwirkungen.

Im Experiment wurden zwei Detektoren benutzt. Diese werden in den folgenden Abschnitten als 60 %-Detektor und 90 %-Detektor bezeichnet, wobei die Prozentangaben für die relative Nachweiswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.4.7) stehen. Abb. 3.5(a) zeigt eine Fotografie der Detektoren von oben, wobei in Abb. 3.5(b) schematisch die Anordnung der Detektoren dargestellt ist. Eine Übersicht der Eigenschaften gibt Tab. 3.2. Dort ist auch der Detektor im Felsenkeller nach [KDL⁺09] aufgeführt, der für die anschließende Aktivi-

⁶Analog geben höherwertige Atome ihre nur locker gebundenen Elektronen ab, wodurch der Kristall negativ- bzw. kurz n-leitend wird.



(a) Fotografie von oben.



(b) Schema vom Grundriss.

Abbildung 3.5.: Fotografie und Schema der Detektoranordnung.

Tabelle 3.2.: Übersicht der Detektoren.

Bezeichnung	60 %-Detektor	90 %-Detektor	Felsenkellerdetektor
Verwendung	während der Aktivierung		Aktivitätsmessung
Hersteller	Canberra	Ortec	Canberra
Detektormodell	GC 6020	GEM90-95-LB-C-S	XtRas GX 90-205
p- oder n-leitend	p-leitend	p-leitend	p-leitend
rel. Nachweiswsk.	60 %	100 %	92 %
Germaniumkristall			
• Form	koaxial	koaxial	koaxial
• Durchmesser	71 mm	79,9 mm	78 mm
• Länge	60 mm	77,6 mm	75 mm
Abschirmung			
• Antikoinzidenz	BGO	BGO	–
• Kupferdicke	–	–	50 mm
• Bleidicke	100 mm	100 mm	150 mm
Abstand zur γ -Quelle	197 mm	194 mm	23 mm
Winkel zum Ionenstrahl	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 55^\circ$	–

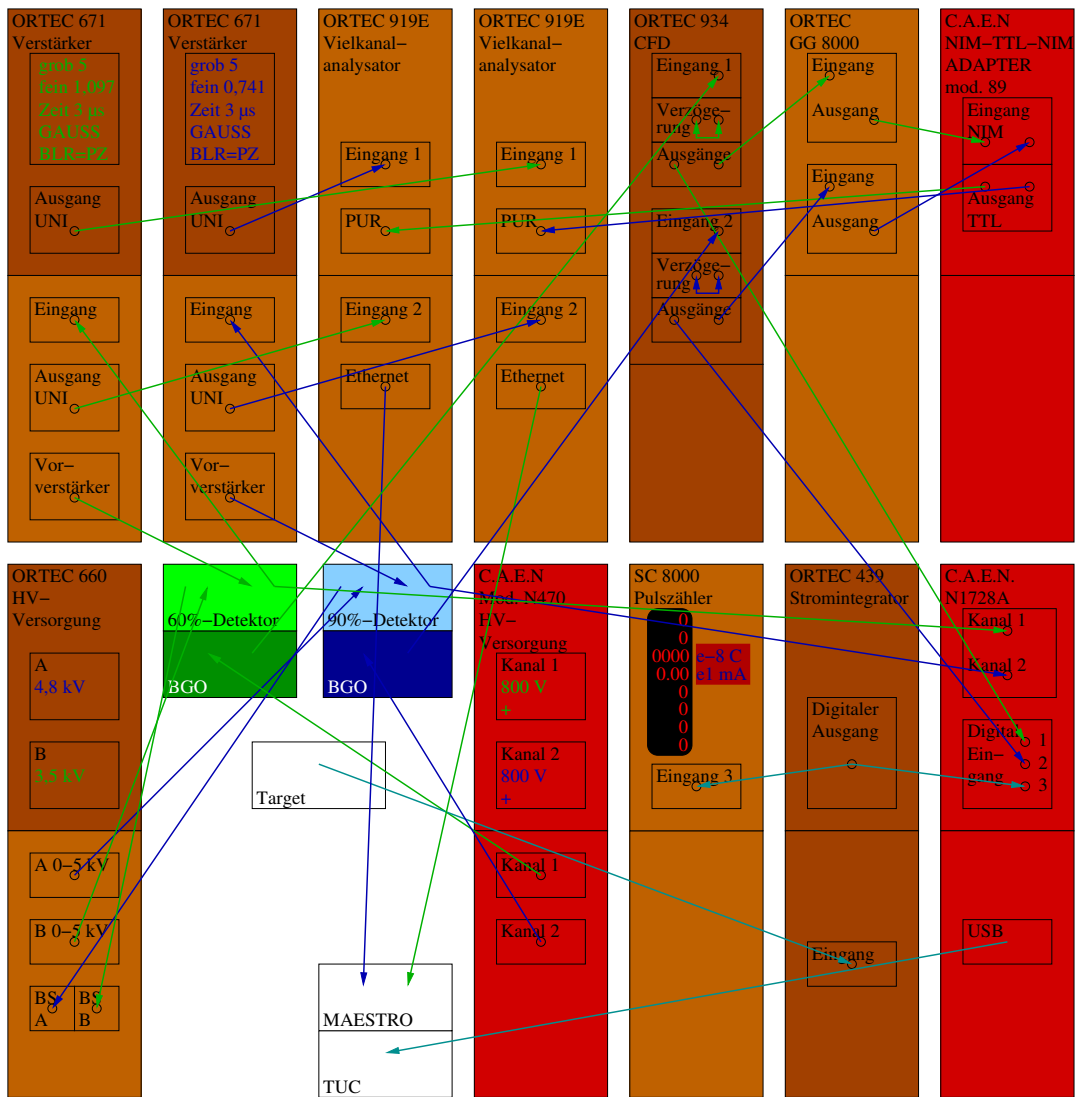


Abbildung 3.6.: Schema der verwendeten Geräte.

tätsmessung der aktivierten Proben genutzt wurde. Es ist zu beachten, dass die relative Nachweiswahrscheinlichkeit des 90 %-Detektors zu 100 % bestimmt wurde.

Eine Übersicht der verwendeten Geräte gibt Abb. 3.6. Das Schema ist zweckmäßig, um die verwendeten Geräte erneut in gleicher Konfiguration nutzen zu können, und soll hier nicht weiter erläutert werden.

4. Ergebnisse der Messungen

4.1. Energiekalibrierung

Um die γ -Spektren (Abschn. 2.4.3) korrekt auszuwerten, ist zunächst eine Kalibrierung nötig, mit der jedem Detektorkanal eine γ -Energie zugeordnet werden kann (Abschn. 2.4.6).

Während der Experimente wurden ausreichend Spektren aufgenommen, bei denen die Energie der Photodiode bekannt ist. So wurden für die Kalibrierung vorerst die γ -Linien einer ^{88}Y -, einer ^{137}Cs und einer ^{60}Co genutzt. Hinzu kommen die Linien aus dem natürlichen Untergrund (Abschn. 2.4.1) von ^{40}K , ^{214}Bi und ^{208}Tl . Schließlich wurden noch die gut bekannten Energien für γ -Quanten verwendet, welche emittiert werden, wenn sich ein angeregter Kernzustand (Abschn. 2.2.4) abregt, der entweder aus der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ - oder aus der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion hervorgeht. Nur die gut bekannten γ -Energien ergeben schließlich die Kalibrierfunktionen in Abb. 4.1.

4.2. Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren

Ziel dieses Abschnittes ist es, für beide Detektoren (Abschn. 3.3) mit einer Gleichung die Nachweiswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.4.7) für eine vorgegebene γ -Energie bestimmen zu können. Ein ähnliches Verfahren, wie folgend beschrieben, ist auch in [Tro09] zu finden.

Berechnung spezieller Nachweiswahrscheinlichkeiten Zuerst wurden die Spektren der drei in Tab. 4.1 aufgelisteten Kalibrierquellen aufgenommen und bei den γ -Energien in Spalte 4 die Linieninhalte N_L (Abschn. 2.4.4) bestimmt. Für ^{60}Co und ^{88}Y mussten dabei die Linieninhalte bzgl. der Summationseffekte korrigiert werden, was in Abschn. 2.4.8 beschrieben ist.

Als zweites wurde jeweils der Linieninhalt N_L (Tab. 4.2), die Aktivität A (Tab.4.1), die relative Emissionswahrscheinlichkeit W_γ (Tab. 4.2) und die Messzeit t (Tab. 4.2) in

$$\eta = \frac{N_L}{AW_\gamma t} \quad (4.1)$$

4. Ergebnisse der Messungen

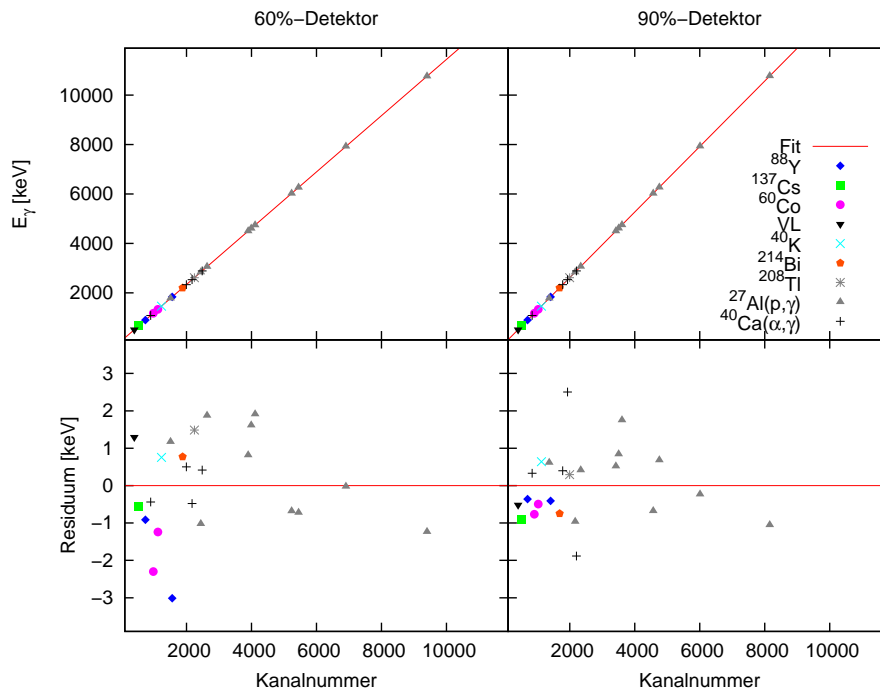


Abbildung 4.1.: Für jeden Detektor wurde mit mehreren Kalibrierpunkten der Zusammenhang zwischen Kanalnummer und γ -Energie hergestellt.

Tabelle 4.1.: Kalibrierquellen, ihre Aktivität A zur Messzeit, die Energien E_γ ihrer wichtigsten Spektrallinien, deren relative Emissionswahrscheinlichkeit W_γ und die Literaturquelle.

Nuklid	Kennung	A [kBq]	E_γ [keV]	W_γ [%]	aus
^{60}Co	2004-1826	$4,443 \pm 0,020$	$1173,228 \pm 0,003$	$99,85 \pm 0,03$	[Tul03]
			$1332,492 \pm 0,004$	$99,9826 \pm 0,0006$	[Tul03]
^{88}Y	2008-1157	$0,390 \pm 0,006$	$898,042 \pm 0,003$	$93,7 \pm 0,3$	[MS05]
			$1836,063 \pm 0,012$	$99,2 \pm 0,3$	[MS05]
^{137}Cs	2004-1816	$9,97 \pm 0,06$	$661,657 \pm 0,003$	$85,10 \pm 0,20$	[BT07]

Tabelle 4.2.: Energien der Spektrallinien E_γ , Linieninhalte N_L , Messzeiten t und Nachweiswahrscheinlichkeiten η der Kalibrierquellen

Detektor	E_γ [keV]	N_L	t	η [10^{-3}]
60 %	662	40 230 \pm 201 (0,5 %)	2 246	2,11 \pm 0,04 (1,9 %)
	898	145 642 \pm 402 (0,3 %)	227 612	1,75 \pm 0,04 (2,3 %)
	1173	15 627 \pm 126 (1,0 %)	2 395	1,471 \pm 0,023 (1,6 %)
	1332	14 440 \pm 120 (0,8 %)	2 395	1,357 \pm 0,021 (1,5 %)
	1836	96 887 \pm 312 (0,3 %)	227 612	1,100 \pm 0,025 (2,3 %)
90 %	662	10 522 \pm 102 (0,9 %)	665	1,89 \pm 0,04 (2,1 %)
	898	129 710 \pm 425 (0,3 %)	227 610	1,56 \pm 0,04 (2,6 %)
	1173	14 115 \pm 123 (0,9 %)	2 395	1,328 \pm 0,021 (1,6 %)
	1332	13 434 \pm 116 (0,9 %)	2 395	1,263 \pm 0,020 (1,6 %)
	1836	97 251 \pm 311 (0,3 %)	227 610	1,104 \pm 0,025 (2,3 %)

Tabelle 4.3.: Intensitäten und Winkelkorrelationen für γ -Quanten der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion

aus [AKHF77]		siehe Abschn. 2.2.6 und Tab. A.1			
E_γ [keV]	I_γ [%]	W_{55°		W_{90°	
1 778,9	94,8 \pm 1,5	1,0062 \pm 0,0012	(0,1 %)	0,9940 \pm 0,0019	(0,2 %)
2 838,9	5,5 \pm 0,4	1,009 \pm 0,005	(0,5 %)	0,996 \pm 0,007	(0,7 %)
3 063,3	1,15 \pm 0,11	0,992 \pm 0,012	(1,2 %)	0,968 \pm 0,019	(2,0 %)
3 123,7	0,70 \pm 0,07	1,061 \pm 0,015	(1,4 %)	0,925 \pm 0,021	(2,3 %)
4 497,6	4,8 \pm 0,3	1,026 \pm 0,005	(0,5 %)	0,932 \pm 0,008	(0,9 %)
4 608,4	4,5 \pm 0,4	0,986 \pm 0,006	(0,6 %)	1,020 \pm 0,009	(0,9 %)
4 743,0	8,8 \pm 0,5	1,001 \pm 0,004	(0,4 %)	1,006 \pm 0,006	(0,6 %)
6 019,9	6,0 \pm 0,5	0,989 \pm 0,005	(0,5 %)	1,009 \pm 0,008	(0,8 %)
6 265,3	2,1 \pm 0,2	1,034 \pm 0,008	(0,8 %)	0,926 \pm 0,013	(1,4 %)
10 762,9	76,6 \pm 1,5	1,0120 \pm 0,0019	(0,2 %)	0,963 \pm 0,003	(0,3 %)
$I_{\gamma,55^\circ}(10\,762,9\text{ keV})/I_{\gamma,55^\circ}(E_1) = 0,806 \pm 0,010$ (1,2 %) aus [ZJAL90]					

eingesetzt, woraus sich die Nachweiswahrscheinlichkeiten η der fünf γ -Linien in Tab. 4.2 ergeben. Damit wird jedoch nur ein Energiebereich bis 1836 keV abgedeckt.

In [AKHF77] wird beschrieben, wie höherenergetische Kalibrierpunkte mit Hilfe von Resonanzen der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion genutzt werden können: Bei einer Protonenenergie von 992 keV im Laborsystem kommt es im γ -Spektrum auch zu hochenergetischen Linien (Abschn. 2.2.4), die in Tab. 4.3 aufgelistet sind.

Als drittes wurde, um die Nachweiswahrscheinlichkeit der Spektrallinie bei

$$E_1 = 1778,9\text{ keV} \tag{4.2}$$

zu bestimmen, mit den Werten aus Tab. 4.2 für jeden Detektor die Funktion (Vgl. [Tro09, S. 64])

$$\eta(E_\gamma) = \exp \left[a + b \ln \frac{E_1}{E_\gamma} + c \left(\ln \frac{E_1}{E_\gamma} \right)^2 \right] \quad (4.3)$$

gefittet. Aufgrund von

$$\eta(E_1) = e^a \quad (4.4)$$

ist jedoch nur der jeweilige Parameter a wichtig. Dieser ist hier nicht extra aufgeführt, da er sich über

$$a = \ln \eta(E_1) \quad (4.5)$$

berechnen lässt, wobei $\eta(E_1)$ in Tab. 4.4 zu finden ist.

Als viertes wurde dann mit dem Verhältnis

$$\frac{N_L(E_1)/t(E_1)}{N_L(E_\gamma)/t(E_\gamma)} = \frac{I_\gamma(E_1)}{I_\gamma(E_\gamma)} \frac{W_\theta(E_1)}{W_\theta(E_\gamma)} \frac{\eta(E_1)}{\eta(E_\gamma)} \quad \text{mit } t(E_1) = t(E_\gamma) \quad (4.6)$$

die Nachweiswahrscheinlichkeit

$$\eta(E_\gamma) = \eta(E_1) \frac{N_L(E_\gamma)}{N_L(E_1)} \frac{I_\gamma(E_1)}{I_\gamma(E_\gamma)} \frac{W_\theta(E_1)}{W_\theta(E_\gamma)} \quad (4.7)$$

jeder Spektrallinie (Tab. 4.4) bestimmt, wobei jeweils N_L der Linieninhalt (Tab. 4.4), t die Messzeit (Tab. 4.4), I_γ die relative Intensität (Tab. 4.3) und W_θ die Winkelkorrelation (Tab. 4.3) ist. Letztere berechnet sich aus den Gleichungen (2.31) und (2.33) in Abschn. 2.2.6 mit den Koeffizienten aus Tab. A.1.

Die Unsicherheit in Tab. 4.4 berechnet sich nach

$$\begin{aligned} \Delta\eta(E_\gamma) = \eta(E_\gamma) \cdot \frac{\Delta\eta(E_1)}{\eta(E_1)} \cdot \frac{\Delta N_L(E_1)}{N_L(E_1)} \frac{\Delta I_\gamma(E_1)}{I_\gamma(E_1)} \frac{\Delta W_\theta(E_1)}{W_\theta(E_1)} \\ \cdot \frac{\Delta N_L(E_\gamma)}{N_L(E_\gamma)} \frac{\Delta I_\gamma(E_\gamma)}{I_\gamma(E_\gamma)} \frac{\Delta W_\theta(E_\gamma)}{W_\theta(E_\gamma)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Das Verhältnis der relativen Intensitäten zwischen der γ -Linie bei 10 762,9 keV und der bei E_1 ist nach [ZJAL90] mit

$$V_{\text{Zij}} = \frac{I_{\gamma,55^\circ}(10\,762,9\text{ keV})}{I_{\gamma,55^\circ}(E_1)} = 0,806 \pm 0,010 \quad (1,2\%) \quad (4.9)$$

Tabelle 4.4.: Energien E_γ , Linieninhalte N_L , Messzeiten t und Nachweiswahrscheinlichkeiten η der Spektrallinien der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion

Detektor	E_γ [keV]	N_L		η [10^{-3}]	
60 % (90°)	1 778,9	40 811 ± 203	(0,5 %)	1,124 ± 0,003	(0,3 %)
	2 838,9	1 725 ± 43	(2,5 %)	0,82 ± 0,11	(13 %)
	3 063,3	279 ± 18	(6,5 %)	0,65 ± 0,13	(20 %)
	3 123,7	220 ± 16	(7,2 %)	0,88 ± 0,19	(22 %)
	4 497,6	924 ± 32	(3,5 %)	0,54 ± 0,07	(13 %)
	4 608,4	709 ± 28	(3,9 %)	0,40 ± 0,07	(18 %)
	4 743,0	1 559 ± 40	(2,6 %)	0,46 ± 0,05	(11 %)
	6 019,9	759 ± 28	(3,7 %)	0,33 ± 0,05	(15 %)
	6 265,3	274 ± 17	(6,2 %)	0,37 ± 0,07	(19 %)
$t = 5481$ s	10 762,9	4 072 ± 64	(1,6 %)	0,143 ± 0,009	(6,3 %)
90 % (55°)	1 778,9	39 477 ± 200	(0,5 %)	1,113 ± 0,007	(0, %)
	2 838,9	1 664 ± 42	(2,5 %)	0,81 ± 0,11	(0, %)
	3 063,3	318 ± 20	(6,3 %)	0,75 ± 0,15	(0, %)
	3 123,7	234 ± 17	(7,3 %)	0,85 ± 0,18	(0, %)
	4 497,6	1 036 ± 34	(3,3 %)	0,57 ± 0,07	(0, %)
	4 608,4	788 ± 30	(3,8 %)	0,48 ± 0,08	(0, %)
	4 743,0	1 694 ± 42	(2,5 %)	0,52 ± 0,06	(0, %)
	6 019,9	841 ± 30	(3,6 %)	0,38 ± 0,06	(0, %)
	6 265,3	339 ± 19	(5,6 %)	0,42 ± 0,08	(0, %)
$t = 5480$ s	10 762,9	5 563 ± 75	(1,3 %)	0,195 ± 0,007	(0, %)

sehr präzise bekannt, sodass die Nachweiswahrscheinlichkeit über

$$\eta_{55^\circ}(10\,762,9\text{ keV}) = \eta_{55^\circ}(E_1) \frac{N_L(10\,762,9\text{ keV})}{N_L(E_1)} \frac{1}{V_{\text{Zij}}} \quad (4.10)$$

und deren Unsicherheit mit

$$\Delta\eta_{55^\circ}(E_\gamma) = \eta_{55^\circ}(E_\gamma) \frac{\Delta\eta_{55^\circ}(E_1)}{\eta_{55^\circ}(E_1)} \frac{\Delta N_L(E_1)}{N_L(E_1)} \frac{\Delta N_L(10\,762,9\text{ keV})}{N_L(10\,762,9\text{ keV})} \frac{\Delta V_{\text{Zij}}}{V_{\text{Zij}}} \quad (4.11)$$

berechnet werden kann.

Es ist zu berücksichtigen, dass alle Nachweiswahrscheinlichkeiten $\eta(E_\gamma)$ in Tab. 4.4 in Abhängigkeit von $\eta(E_\gamma = E_1)$ berechnet wurden.

In Abb. 4.2 sind die Kalibrierfunktionen und das relative Residuum dargestellt. Die dargestellten Abweichungen der Kalibrierquellen sind auf Repositionierungsfehler zurückzuführen. Um für beide Detektoren jeweils die Kalibrierfunktion und das relative Residuum darzustellen, wurde folgendermaßen vorgegangen:

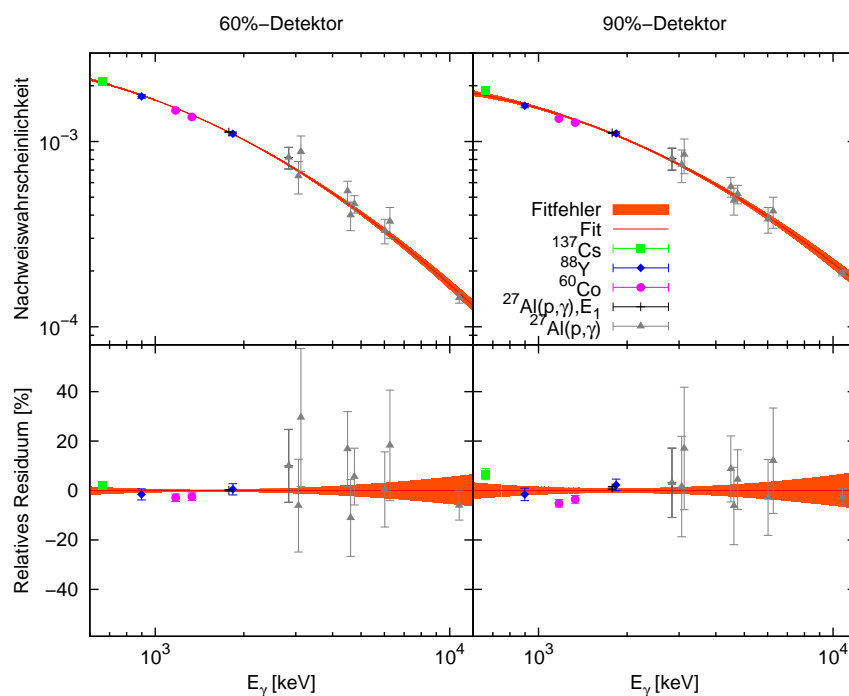


Abbildung 4.2.: Die Kalibrierkurven der Nachweiswahrscheinlichkeiten für die zwei Detektoren mit relativem Residuum.

Gleichung der Kalibrierfunktion Die fünf Kalibrierquellen und die zehn γ -Linien der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion ergeben insgesamt 15 Kalibrierpunkte $\eta(E_i)$ mit $i = 1, \dots, 15$. Damit können 15 Fitfunktionen mit der Gleichung (Vgl. [Tro09, S. 64])

$$\eta(E_\gamma) = \exp \left[a_i + b_i \ln \frac{E_i}{E_\gamma} + c_i \left(\ln \frac{E_i}{E_\gamma} \right)^2 \right], \quad i = 1, \dots, 15 \quad (4.12)$$

formuliert werden, woraus sich jeweils die Parameter a_i , b_i und c_i ergeben. Analog zu Gl. (4.4) ist damit je ein gefitteter Wert der Nachweiswahrscheinlichkeit über

$$\eta(E_i) = \exp(a_i), \quad i = 1, \dots, 15 \quad (4.13)$$

berechenbar. Da die Struktur aller 15 Fitfunktionen identisch ist, liegen auch alle $\eta(E_i)$ auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) = \exp \left[a_{\text{Fit}} + b_{\text{Fit}} \ln E_\gamma + c_{\text{Fit}} (\ln E_\gamma)^2 \right]. \quad (4.14)$$

Aus dieser Funktion kann direkt die Nachweiswahrscheinlichkeit bei einer beliebigen γ -Energie berechnet werden, wobei beachtet werden muss, dass die Kalibrierpunkte nur einen Bereich von 661,657 keV bis 10 762,9 keV abdecken. Die Parameter a_{Fit} , b_{Fit} und c_{Fit} sind

in Tab. 4.5 zu finden. In Abb. 4.2 ist diese Funktion mit „Fit“ gekennzeichnet.

Funktion der Fitfehler Die Fitfehler an den Kalibrierpunkten $\Delta\eta(E_i)$ ergeben sich mit der Funktion (4.12) aus

$$\Delta\eta(E_\gamma) = \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial a_i} \Delta a_i \right| + \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial b_i} \Delta b_i \right| + \left| \frac{\partial\eta(E_\gamma)}{\partial c_i} \Delta c_i \right| \quad (4.15)$$

$$= \eta(E_\gamma) \left[\Delta a_i + \Delta b_i \ln \frac{E_i}{E_\gamma} + \Delta c_i \left(\ln \frac{E_i}{E_\gamma} \right)^2 \right] \quad (4.16)$$

$$\Rightarrow \Delta\eta(E_i) = \eta(E_i) \Delta a_i \quad (4.17)$$

$$= \exp(a_i) \Delta a_i, \quad (4.18)$$

wobei jeweils $i = 1, \dots, 15$ gilt. Die Werte $\eta(E_i) + \Delta\eta(E_i)$ liegen alle auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{+\Delta}(E_\gamma) = \exp \left[a_{+\Delta} + b_{+\Delta} \ln \frac{E_\gamma}{\text{keV}} + c_{+\Delta} \left(\ln \frac{E_\gamma}{\text{keV}} \right)^2 \right], \quad (4.19)$$

wobei die Parameter $a_{+\Delta}$, $b_{+\Delta}$ und $c_{+\Delta}$ in Tab. 4.5 aufgeführt sind. Analog liegen auch alle $\eta(E_i) - \Delta\eta(E_i)$ auf einer Funktion mit der Gleichung

$$\eta_{-\Delta}(E_\gamma) = \exp \left[a_{-\Delta} + b_{-\Delta} \ln \frac{E_\gamma}{\text{keV}} + c_{-\Delta} \left(\ln \frac{E_\gamma}{\text{keV}} \right)^2 \right], \quad (4.20)$$

wobei Tab. 4.5 ebenfalls die Parameter $a_{-\Delta}$, $b_{-\Delta}$ und $c_{-\Delta}$ auflistet. Damit lässt sich schließlich die mit „Fitfehler“ gekennzeichnete Fläche in Abb. 4.2 beschreiben, die von den Funktionen (4.19) und (4.20) begrenzt wird.

Angabe der Nachweiswahrscheinlichkeit Abschließend ist zu bemerken, dass die Nachweiswahrscheinlichkeit mit

$$\eta(E_\gamma) \pm \Delta\eta(E_\gamma) = \eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) \begin{array}{l} +[\eta_{+\Delta}(E_\gamma) - \eta_{\text{Fit}}(E_\gamma)] \\ -[\eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) - \eta_{-\Delta}(E_\gamma)] \end{array} \quad (4.21)$$

angegeben werden sollte. Aus dem symmetrischen Verlauf in Abb. 4.2 ist jedoch zu schlussfolgern, dass

$$\eta_{+\Delta}(E_\gamma) - \eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) \approx \eta_{\text{Fit}}(E_\gamma) - \eta_{-\Delta}(E_\gamma). \quad (4.22)$$

Tabelle 4.5.: Parameter für Nachweiswahrscheinlichkeiten

Detektor	Parameter für die Gl. der Kalibrierfunktion	Parameter für die Funktion der oberen Fitfehler	Parameter für die Funktion der unteren Fitfehler
60 %	$a_{\text{Fit}} = -10,71160$ $b_{\text{Fit}} = 1,84065$ $c_{\text{Fit}} = -0,1759680$	$a_{+\Delta} = -9,958$ $b_{+\Delta} = 1,6363$ $c_{+\Delta} = -0,1620$	$a_{-\Delta} = -11,490$ $b_{-\Delta} = 2,052$ $c_{-\Delta} = -0,1903$
90 %	$a_{\text{Fit}} = -11,34030$ $b_{\text{Fit}} = 1,85653$ $c_{\text{Fit}} = -0,1671980$	$a_{+\Delta} = -10,298$ $b_{+\Delta} = 1,582$ $c_{+\Delta} = -0,1490$	$a_{-\Delta} = -12,439$ $b_{-\Delta} = 2,146$ $c_{-\Delta} = -0,1864$
$\eta_{\dots}(E_{\gamma}) = \exp[a_{\dots} + b_{\dots} \ln(E_{\gamma}/\text{keV}) + c_{\dots}(\ln(E_{\gamma}/\text{keV}))^2]$			

gilt. Damit kann die Nachweiswahrscheinlichkeit sowohl über

$$\eta(E_{\gamma}) \pm \Delta\eta(E_{\gamma}) = \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) \pm [\eta_{+\Delta}(E_{\gamma}) - \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma})], \quad (4.23)$$

als auch über

$$\eta(E_{\gamma}) \pm \Delta\eta(E_{\gamma}) = \eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) \pm [\eta_{\text{Fit}}(E_{\gamma}) - \eta_{-\Delta}(E_{\gamma})] \quad (4.24)$$

angegeben werden.

4.3. Energiekalibrierung des Tandetrans

An der Steuerung des 3-MV-Tandetron (Abschn. 3.1.3) können die nötigen Spannungen abgelesen werden, um mit Gl. (3.1) die Beschleunigungsspannungen zu berechnen. Daraus ergeben sich die Ionenenergien

$$E_{\text{He}} = eU_{\text{He}} = e(U_{\text{Inj}} + 3U_{\text{Bes}}) \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{p}} = eU_{\text{p}} = e(U_{\text{Inj}} + 2U_{\text{Bes}}), \quad (4.25)$$

welche im weiteren Text als Nennenergien bezeichnet werden.

Eine solche Nennenergie E_{Nenn} stimmt jedoch nicht mit der Energie E_0 überein, mit der die Ionen letztlich auf das Target treffen.

Wie in [Tro09] beschrieben, wurde eine Kalibrierung der Protonenenergie am Tandetron bereits 2009 durchgeführt. Mit Hilfe gut bekannter Resonanzen (Abschn. 2.3.2) der Reaktionen $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$, $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$ und $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$ wurden dafür Energiepunkte bestimmt. Es ergab sich im Energiebereich von ca. 0,5 bis 2 MeV eine Fitfunktion [Tro09,

Gl. 4.3] von

$$E_0 = (1,017 \pm 0,002) \cdot E_{\text{Nenn}} - (5,2 \pm 1,0) \text{ keV.} \quad (4.26)$$

Während der Experimente in 2010 wurde dieses Verfahren auf die $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -, die $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ - und die $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion angewendet, was einen erheblich größeren Energiebereich von bis zu 4,5 MeV für die Kalibrierung ermöglicht. Dabei wird außerdem die Annahme überprüft, ob die Eigenschaften des Tandetrans die Beschleunigung aller Ionen identisch beeinflusst und somit Protonen- und α -Strahl gleich kalibriert sind.

Ermittlung der Nennenergien Die Kalibrierung des Tandetrans wurde mit acht Energiepunkten durchgeführt, für welche jeweils der entsprechende Ionenstrahl im Bereich der Resonanzenergie ein Target bestrahlte. Der Beschleuniger wurde dafür zunächst auf eine Nennenergie eingestellt, die sich aus Gl. (4.26) ergibt. Dann wurde diese Nennenergie innerhalb einiger keV variiert, sodass für jeden Kalibrierpunkt mehrere γ -Spektren (Abschn. 2.4.3) aufgenommen werden konnten.

Während der Reaktion $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ zeigte sich im Spektrum u. a. eine γ -Linie bei 1779 keV, während der Reaktion $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ eine bei 2882 keV und während der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ eine bei 1083 keV. Diese Linien entstehen durch γ -Quanten, die emittiert werden, wenn sich angeregte Kernzustände (Abschn. 2.2.4) abregen.

Mit dem Linieninhalt N_γ (Abschn. 2.4.4) und der ebenfalls jeweils gemessenen Ladung auf dem Target Q_T (Absch. 3.1.4) lässt sich die Anzahl der γ -Quanten je einfallender Ladung bestimmen. Dieses Verhältnis entspricht einer ladungsspezifischen Ausbeute (Abschn. 2.3.3), was

$$Y_Q = \frac{N_\gamma}{Q_T} \quad (4.27)$$

ausdrückt. Es ist zu bemerken, dass für die Ermittlung der Anzahl der γ -Quanten im Folgenden stets die Linieninhalte des 60 %- und des 90 %-Detektors (Abschn. 3.3) addiert wurden.

Unter der Angabe des jeweiligen Targets ist in Abb. 4.3 diese Ausbeute über der Ionenenergien dargestellt, wobei der Kalibrierpunkt bei einer Protonenenergie von 1820 keV bei drei verschiedenen Targets ermittelt werden sollte.

Die einzelnen Messpunkte der ladungsspezifischen Ausbeute lassen sich sehr gut mit der Funktion (2.63), S. 26, beschreiben, wenn E_0 durch E_{Nenn} , E_{Res} durch $E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}$ und $Y(E_0)$ durch $Y_Q(E_{\text{Nenn}})$ ersetzt wird. Das Einsetzen von Gl. (2.64), S. 26, ergibt schließlich

$$Y_Q(E_{\text{Nenn}}) = \frac{Y_{\text{max}}}{\pi} \left[\arctan \left(\frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}}{\Gamma/2} \right) + \frac{\pi}{2} \right], \quad (4.28)$$

4. Ergebnisse der Messungen

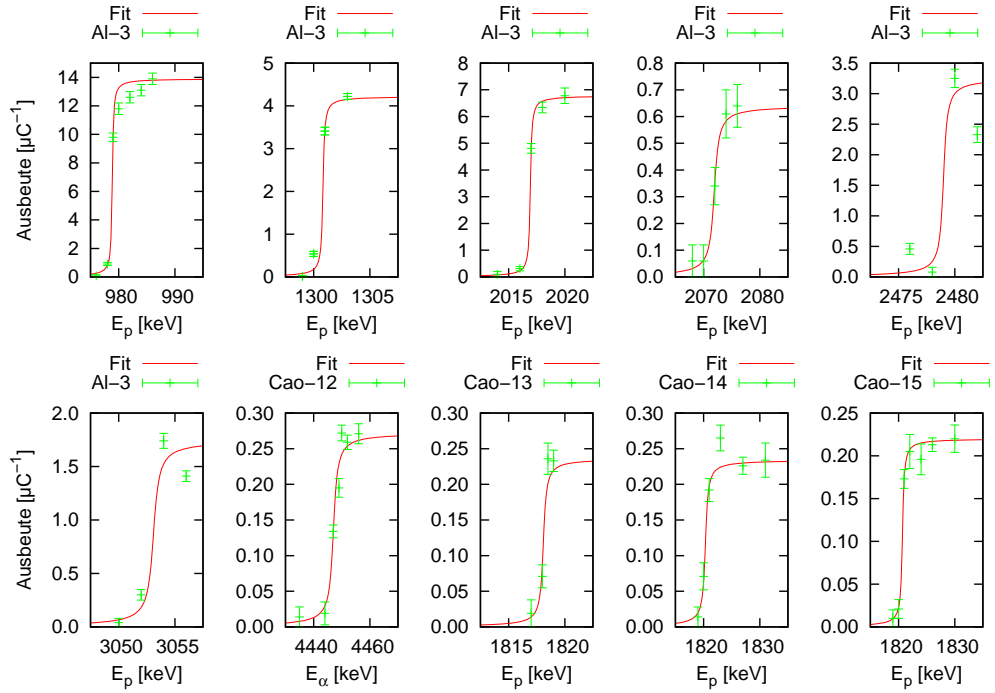


Abbildung 4.3.: Aus den rechten Flanken verschiedener Anregungsfunktionen können Energiepunkte für die Kalibrierung des Tandetrans bestimmt werden.

wobei $Y_{\max} = Y_{\max, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}$ für die maximale Ausbeute dicker Targets und $\Gamma = \Gamma_{\text{Res}}$ für die gesamte Resonanzbreite steht.

Die gefitteten Funktionen sind ebenfalls in Abb. 4.3 dargestellt, woraus sich die Nennenergien E_{Nenn} in Tab. 4.6 ergeben. Die Unsicherheiten in der letzten Spalte wurden aus den statistischen Fitfehlern $\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}}$ und aus einer systematischen Unsicherheit $\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{syst}}$ über

$$\Delta E_{\text{Nenn}} = \sqrt{(\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}})^2 + (\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{syst}})^2} \quad (4.29)$$

berechnet. Letztere ergeben sich aus den Unsicherheiten bei der Einstellung der Beschleunigerspannung (Abschn. 3.1.3) und betragen bei Protonen $2 \cdot 0,5 \text{ keV}$ (zweifache Ausnutzung der Beschleunigerspannung) und beim α -Strahl $3 \cdot 0,5 \text{ keV}$ (dreifache Ausnutzung der Beschleunigerspannung).

Aus den drei gefitteten Werten der $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Resonanz wurde der Mittelwert gebildet. Für die Unsicherheit wurden der statistische Fiffehler der drei Messungen $\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}}$, die systematische Unsicherheit der Beschleunigerspannungsanzeige $\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{syst}}$ und die Standardabweichung bei der Bildung des Mittelwerts $\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stab}}$ quadratisch addiert, so dass sich

$$\Delta E_{\text{Nenn}} = \sqrt{(\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stat}})^2 + (\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{syst}})^2 + (\Delta E_{\text{Nenn}}^{\text{stab}})^2} \quad (4.30)$$

$$= \sqrt{(0,3)^2 + (1,0)^2 + (1,4)^2} \text{ keV} = \sqrt{3,05} \text{ keV} \cong 1,7 \text{ keV} \quad (4.31)$$

Tabelle 4.6.: Resonanzen für Tandetron-Kalibrierung

Target	Reaktion	E_{Res} [keV] aus [Cen11]	E_{Nenn} [keV]
GG-Al-3	$^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$	$991,756 \pm 0,017$	$978,9 \pm 1,0$
		$1317,14 \pm 0,07$	$1300,8 \pm 1,0$
		$2045,08 \pm 0,03$	$2016,9 \pm 1,0$
		$2101,6 \pm 0,8$	$2071,9 \pm 1,0$
		$2517,7 \pm 1,0$	$2479,0 \pm 1,3$
		$3099,1 \pm 1,0$	$3053,1 \pm 1,2$
GSI-CaO-13	$^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$		1818,1
GSI-CaO-14			1820,3
GSI-CaO-15			1820,7
Mittelwert		$1842,66 \pm 0,14$	$1819,7 \pm 1,7$
GSI-CaO-12	$^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$	4510 ± 2	$4447,0 \pm 1,6$

ergibt.

Kalibrierfunktion Der sich ergebende Zusammenhang zwischen der Nennenergie E_{Nenn} und der Resonanzenergie E_{Res} ist linear. Doch im Gegensatz zu [Tro09], wo für die Ausgleichsrechnung eine lineare Funktion der Form $y = ax + b$ genutzt wurde, wird hier $b = 0$ gesetzt. Dies ist folgendermaßen begründet:

- Der niedrigste Kalibrierpunkt von 2009 liegt nach [Tro09, S. 34] bei einer Protonenenergie im Laborsystem von 429,6 keV. Dieser Punkt ist das Ergebnis einer $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$ -Reaktion. Während der Arbeit am Tandetron im Jahr 2010 wurde die sehr gut bekannte Resonanzenergie der $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ -Reaktion als niedrigster Kalibrierpunkt genutzt. Die Protonenenergie im Laborsystem beträgt $E_p^{\text{Lab}} = 991,756$ keV.
- Der Energieverlust im Strippergas (Abschn. 3.1.3) ist mit einigen Elektronenvolt für den Protonen- und für den α -Strahl vernachlässigbar.
- Wenn die Kalibrierpunkte in Tab. 4.6 durch eine lineare Funktion mit $b \neq 0$ gefittet werden, sind Anstieg a und Achsenabschnitt b zu 92,3% korreliert. Doch viel entscheidender ist, dass der relative Fitfehler des Achsenabschnitts $\Delta b/b$ 50% beträgt. Dies hat bei der Angabe von Ionenenergien stets eine unnötig große Unsicherheit zur Folge.

Der Fit ergibt schließlich die direkte Proportionalität

$$E_0 = (1,0142 \pm 0,0003)E_{\text{Nenn}} \quad (4.32)$$

und somit einen relativen Fitfehler von 0,03%.

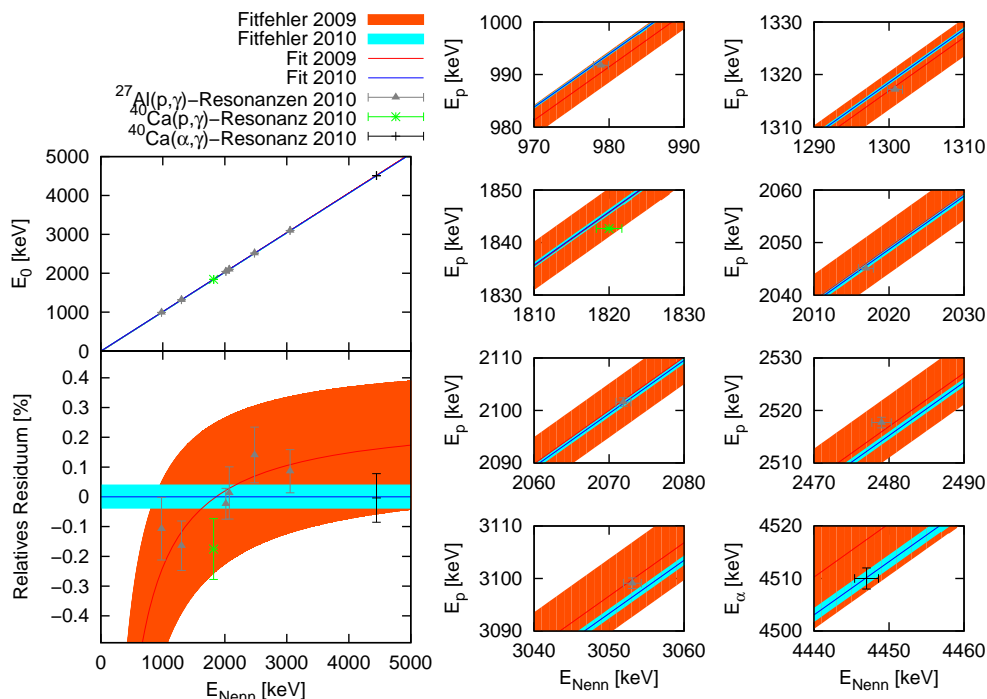


Abbildung 4.4.: Auf der linken Seite ist oben ein Überblick der Kalibrierfunktionen und unten das relative Residuum bzgl. der Fitfunktion dieser Arbeit dargestellt. Die vergrößerten Ausschnitte der Funktionen auf der rechten Seite zeigen die Bereiche um die Kalibrierpunkte.

In Abb. 4.4 ist die Energie E_0 , mit der die Ionen auf das Target treffen, über der Energie E_{Nenn} dargestellt. Die einzelnen Ausschnitte der Kalibrierfunktionen erstrecken sich jeweils über 20 keV und zeigen so, wie der Fitfehler mit steigender Energie zunimmt. Dabei verläuft die neue Fitfunktion (4.32) mit ihrem Fitfehler innerhalb der Fläche, die durch den Fitfehler der Kalibrierfunktion (4.26) aufgespannt wird. Zusätzlich zeigt Abb. 4.4 auch noch das relative Residuum (Abschn. A.2), woran zu erkennen ist, dass die Kalibrierpunkte nicht mehr als 0,2% von der Fitkurve abweichen.

4.4. Anregungsfunktion der Resonanzen

Da die drei Resonanzen (Abschn. 2.3.2) jeweils nur 13,2 keV α -Energie im Laborsystem voneinander entfernt sind, wurden für GSI-CaO-5, GSI-CaO-8 und GSI-CaO-12 (Abschn. 3.2) die Anregungsfunktionen (Abschn. 2.3.3) aufgenommen. Wie ausführlich in Abschn. 4.3 erklärt, wurden dafür bei verschiedenen Nennenergien aus den Spektren der γ -Detektoren die ladungsspezifischen Ausbeuten der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion bestimmt. Für die Messwerte in Abb. 4.5 wurden jeweils die Linieninhalte (Abschn. 2.4.4) bei $E_\gamma = 1083$ keV aus den Spektren beider γ -Detektoren addiert. Jedoch ist jeweils nur die Hauptresonanz

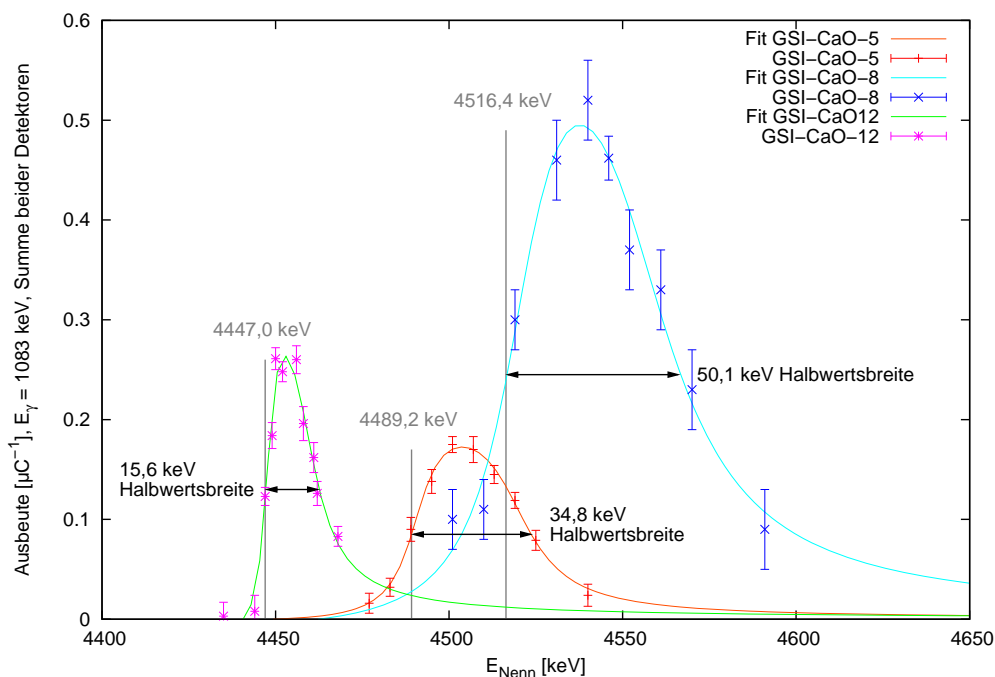


Abbildung 4.5.: Bei den drei Anregungsfunktionen der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion ist jeweils nur die Hauptresonanz zu erkennen.

sichtbar.

Außerdem ist in Abb. 4.5 eine Fitfunktion dargestellt. Für diese muss zunächst Gl. (2.53), S. 24, angepasst werden. Dazu werden

$$\begin{aligned}
 \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} &\rightarrow F, \\
 E_0 &\rightarrow E_{\text{Nenn}}, \\
 E_{\text{Res}} &\rightarrow E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}, \\
 \Gamma_{\text{Res}} &\rightarrow \Gamma_1 \text{ bzw. } \Gamma_2 \quad \text{und} \\
 Y(E_0) &\rightarrow Y_Q(E_{\text{Nenn}})
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

substituiert, woraus sich die Fitfunktion

$$Y_Q(E_{\text{Nenn}}) = F \left(\arctan \frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}}{\Gamma_1/2} - \arctan \frac{E_{\text{Nenn}} - E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_2/2} \right)
 \tag{4.34}$$

ergibt. Dabei beschreibt Y_Q die ladungsspezifische Ausbeute, E_{Nenn} die Nennenergie, F den zur Maximalausbeute (2.58) proportionalen Faktor, $E_{\text{Nenn}}^{\text{Res}}$ die Energie, bei der die Resonanz getroffen wird, Γ_1 den Verlauf der ansteigenden und Γ_2 den der abfallenden Flanke.

Tabelle 4.7.: Gegenüberstellung der simulierten und der beobachteten Energieverluste nach 90 nm Gold.

Target	ΔE_α simuliert (SRIM, Abb. 3.3)	ΔE_α beobachtet (Abb. 4.5)
GSI-CaO-5	43 keV	42,2 keV
GSI-CaO-8	43 keV	69,4 keV

In Tab. 4.7 sind kurz die simulierten und beobachteten Werte der Energieverluste des α -Strahls für die Targets GSI-CaO-5 und GSI-CaO-8 aufgelistet.

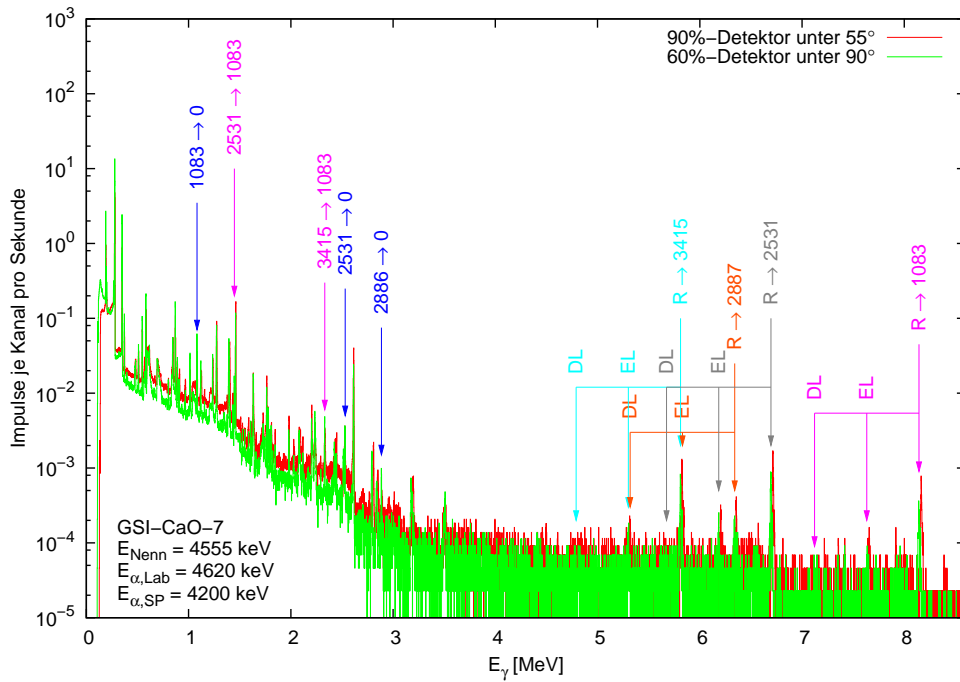
Außerdem ist der Abb. 4.5 zu entnehmen, dass beim Target GSI-CaO-12 die Resonanz bei einer Nennenergie von 4447,0 keV liegt.

Beim Target GSI-CaO-5 muss der α -Strahl zusätzlich eine Goldschicht (Abschn. 3.2) durchqueren, die unter einem Winkel von $\theta = 55^\circ$ (Abschn. 3.1.4) ca. 90 nm dick ist. Nach dieser Goldschicht beträgt der mittlere Energieverlust gemäß SRIM 43 keV (Abb. 3.3, S. 47). In der Tat kann damit fast vollständig die in Abb. 4.5 dargestellte Nennenergie von 4489,2 keV erklärt werden.

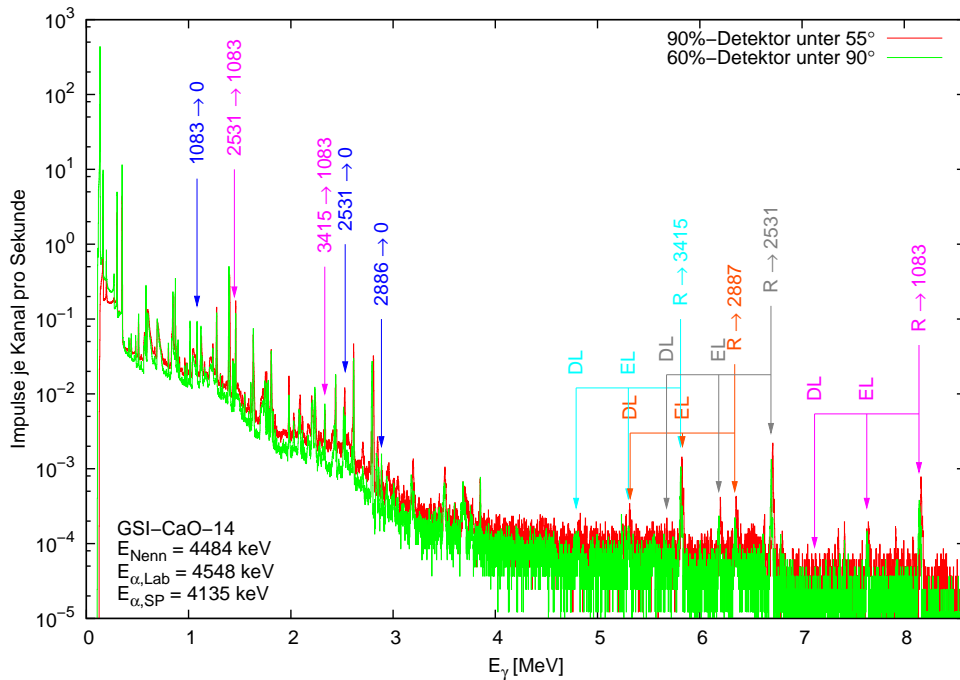
Jedoch wird die Anregungsfunktion nach [Ili07, Abschn. 4.8] auch durch die Dicke der CaO-Schicht beeinflusst. Aus Tab. 3.1 ist ersichtlich, dass die CaO-Schicht des GSI-CaO-12 36 nm und die des GSI-CaO-5 30 nm dick ist. Dies bedeutet für den α -Strahl unter $\theta = 55^\circ$, dass mit der etwas dünneren CaO-Schicht des GSI-CaO-5 auch der mittlere Energieverlust etwas geringer ist. Dazu zeigt Abb. 3.4, S. 49, den Energieverlust im Calciumoxid in Abhängigkeit von der Schichtdicke. Somit ergibt sich schließlich die in Abb. 4.5 dargestellte Nennenergie von 4489,2 keV.

Analog kann auch die Nennenergie der Resonanz beim GSI-CaO-8 von 4516,4 keV erklärt werden. Wegen des Energieverlustes in der Goldschicht muss die Nennenergie im Mittel 43 keV höher liegen. Da die CaO-Schicht des Targets mit 100 nm (Tab. 3.1) wesentlich dicker ist, wird dadurch die Lage der Nennenergie ebenfalls beeinflusst, was eine weitere Erhöhung von 26,4 keV zur Folge hat.

Die Halbwertsbreite der Resonanz ist bei den mit Gold beschichteten Targets ebenfalls größer als beim GSI-CaO-12. Der Unterschied zwischen 15,6 keV beim GSI-CaO-12 und 34,8 keV beim GSI-CaO-5 entspricht ungefähr der in Abb. 3.3, S. 47, angegebenen Zunahme von 16 keV. Beim GSI-CaO-8 ist die Halbwertsbreite auf Grund der Dicke der CaO-Schicht zusätzlich um ca. 15 keV größer.



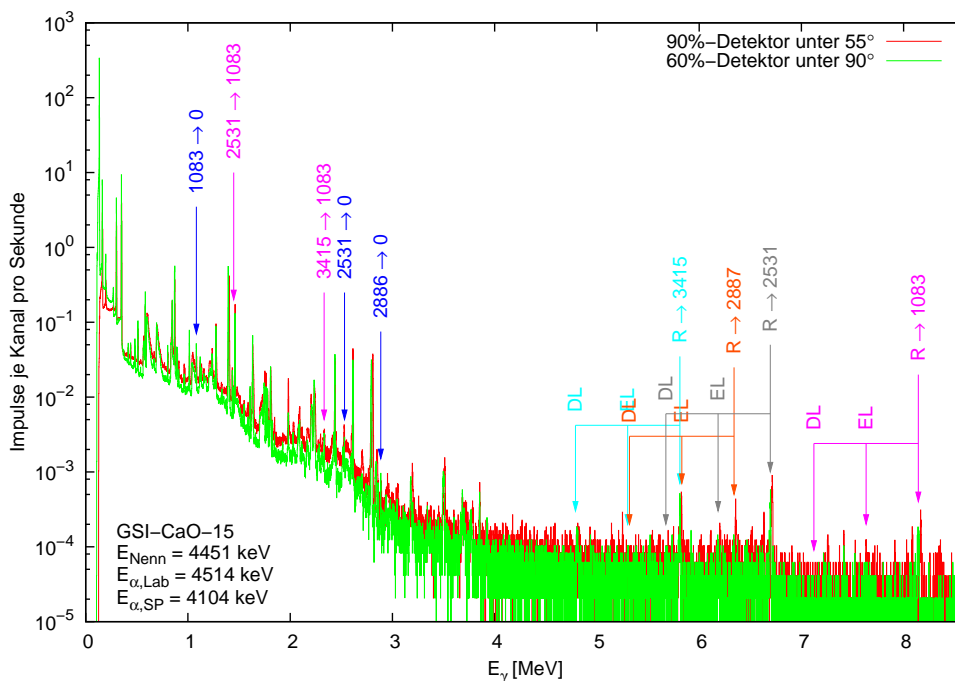
(a) Nach 43 716 s Aktivierung mit $E_{\text{Nenn}} = 4555$ keV wurde auf dem Target GSI-CaO-7 eine Ladung von 55 141,29 μC gemessen.



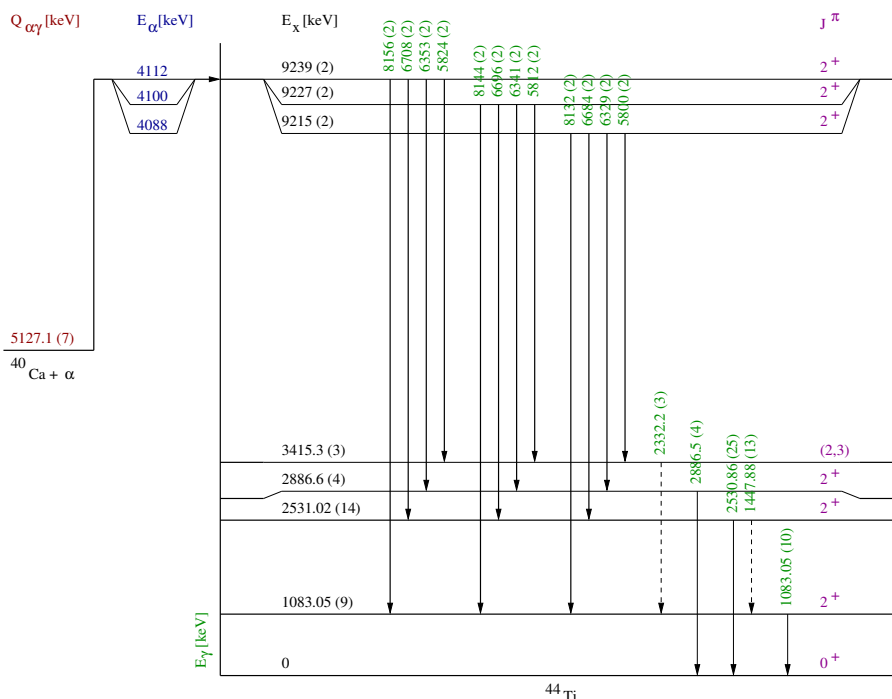
(b) Nach 84 308 s Aktivierung mit $E_{\text{Nenn}} = 4485$ keV wurde auf dem Target GSI-CaO-14 eine Ladung von 127 243,62 μC gemessen.

Abbildung 4.6.: γ -Spektren wahrend der Aktivierung der Targets GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14.

4. Ergebnisse der Messungen



(a) Nach 49 593 s Aktivierung mit $E_{\text{Nenn}} = 4451 \text{ keV}$ wurde auf dem Target GSI–CaO–15 eine Ladung von 64 358,94 μC gemessen.



(b) Energieniveauschema des Resonanztripletts bei einer α -Energie von ca. 4,5 MeV im Labor- bzw. 4,1 MeV im Schwerpunktsystem.

Abbildung 4.7.: γ -Spektren wahrend der Aktivierung von GSI–CaO–15 mit Ausschnitt aus dem Energieniveauschema der $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion.

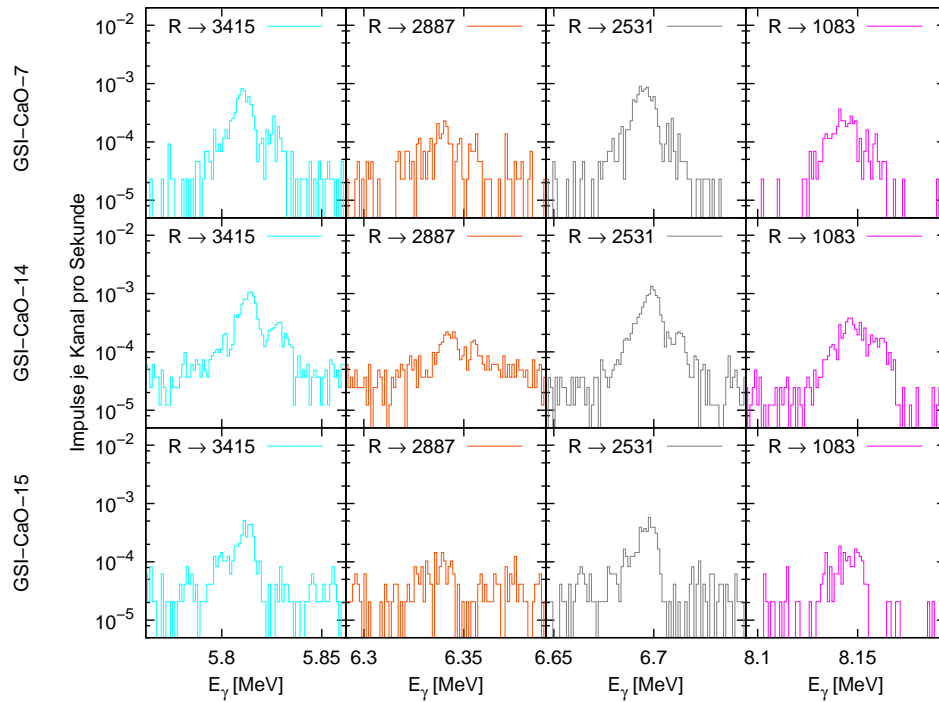


Abbildung 4.8.: Die Ausschnitte der γ -Spektren des 60 %-Detektors während der Aktivierung bestätigen, dass beim GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen und bei GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über das gesamte Triplet aktiviert wurde.

4.5. Aktivierungen der Calciumtargets

Während der Experimente wurden die Targets GSI-CaO-7, GSI-CaO-13, GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 bei unterschiedlichen Nennenergien aktiviert. Da bei der Bestrahlung des GSI-CaO-13 die Energie des α -Strahls nicht konstant gehalten werden konnte, wird diese Aktivierung nicht ausgewertet.

Das γ -Spektrum der Aktivierung von GSI-CaO-7 ist in Abb. 4.6(a) dargestellt. Die zahlreichen γ -Linien resultieren aus Reaktionen der α -Teilchen mit den Sauerstoffkernen des Calciumoxids und mit den weiteren Calciumisotopen neben ^{40}Ca , welche in Tab. 2.1, S. 8, aufgelistet sind. Außerdem sind auch die γ -Linien der natürlichen Radioaktivität (Abschn. 2.4.1) zu erkennen. Eine detaillierte Auswertung aller γ -Linien soll hier nicht vorgenommen werden. Wichtig sind aber die markierten Energien, mit denen γ -Quanten ausgesendet werden, wenn sich der angeregte (Abschn. 2.2.4) ^{44}Ti -Kern abregt.

In den Spektren des GSI-CaO-7 in Abb. 4.6(a) sind die Einfach- (EL) und Doppel- Escapelinien (DL) (Abschn. 2.4.3) nicht so stark ausgeprägt wie im Spektrum des GSI-CaO-14 in Abb. 4.6(b). Dies ist jedoch lediglich auf die größere Bestrahlungszeit zurückzuführen. Dadurch sind auch alle weiteren γ -Linien stärker ausgeprägt.

Die wichtigsten γ -Linien der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion sind auch im Spektrum des GSI-

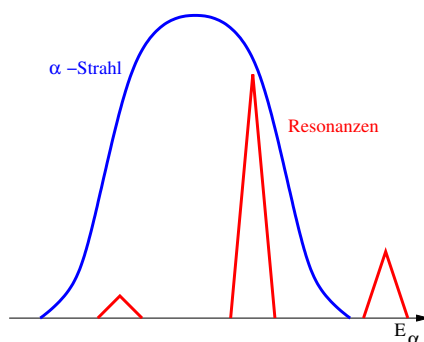


Abbildung 4.9.: Bei der Bestrahlung von GSI-CaO-15 wird nicht über die obere Resonanz aktiviert.

CaO-15 in Abb. 4.7(a) zu sehen. Doch sind in den Spektren nur die γ -Linien markiert, über welche sich ein erzeugter ^{44}Ti -Kern abregt, wenn mit einer Energie des Resonanztripletts (Abschn. 2.3.2) bestrahlt wurde. Das Energieniveauschema in Abb. 4.7(b) beinhaltet diese γ -Energien.

Zusätzlich sind in Abb. 4.8 die vergrößerten Ausschnitte der hochenergetischen Linien der drei Targets dargestellt. Da auf γ -Quanten, die unter $\theta = 90^\circ$ emittiert werden, die Dopplerverschiebung (Abschn. 2.2.3) keinen Einfluss hat, sind hier nur Ausschnitte aus den Spektren des 60 %-Detektors dargestellt.

Vor allem im Bereich der γ -Energie von 6,7 MeV in Abb. 4.8 ist zu erkennen, dass die Targets GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über alle drei Resonanzen des Triplets aktiviert wurden. Beim GSI-CaO-14 ist dafür die α -Energie im Schwerpunktsystem von 4135 keV ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4548,5$ keV) ausreichend, da sie 23 keV oberhalb der α -Energie von $E_\alpha^{\text{SP}} = 4112$ keV ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4523,2$ keV) liegt, die nach Abb. 4.7(b) der oberen Resonanz des Triplets entspricht. Bei der Bestrahlung des GSI-CaO-7 ist die α -Energie mit 4200 keV im Schwerpunktsystem ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4620$ keV) sogar noch höher.

Dass das Target GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde, ist bereits an der α -Energie im Schwerpunktsystem zu erkennen. Diese liegt mit 4104 keV ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4514,4$ keV) oberhalb der Hauptresonanz mit 4100 keV ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4510$ keV) und unterhalb der oberen Resonanz mit 4112 keV ($E_\alpha^{\text{Lab}} = 4523,2$ keV), siehe Abb. 4.7(b). Auch durch die energetische Strahlbreite, die nach Abb. 3.4 mit zunehmender Schichtdicke zunimmt, kann kein Ion die Energie der oberen Resonanz erreichen, wenn der mittlere Energieverlust deutlich größer als die Strahlbreite ist. Das Schema in Abb. 4.9 verdeutlicht die Situation.

Dies wird durch die fehlenden γ -Linien der oberen Resonanz bestätigt, da in Abb. 4.8 bei GSI-CaO-15 rechts neben der Hauptresonanz die Anzahl der Impulse je Kanal erheblich geringer ist.

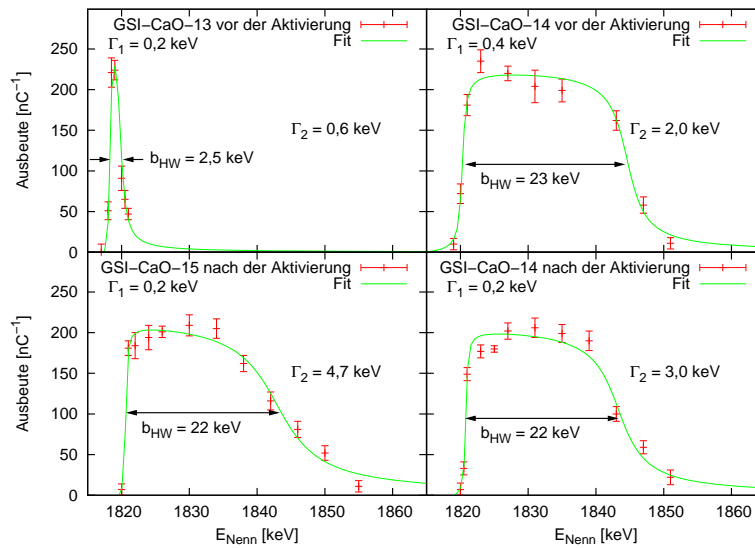


Abbildung 4.10.: Die Anregungsfunktionen der $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion stellen die Struktur der Targets vor und nach der Aktivierung dar.

4.6. Struktur der Calciumtargets

Um die Stabilität der Targets vor und nach der Aktivierung zu überprüfen, wurden sie mit Protonen bestrahlt. Bei verschiedenen Nennenergien wurden analog zu den Abschnitten 4.3 und 4.4 aus den Spektren der γ -Detektoren für die $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion die ladungsspezifischen Ausbeuten (Abschn. 2.3.3) bestimmt.

Letztere ergeben sich, wenn der Linieninhalt (Abschn. 2.4.4) bei $E_\gamma = 2882\text{ keV}$ durch den Wert der Ladung geteilt wird, der während der Bestrahlung auf dem Target gemessen wurde. Auch in Abb. 4.10 sind die Messpunkte jeweils mit Gl. (4.34) gefittet.

Einen Vergleich zwischen der in Abschnitt 3.2 mit SRIM simulierten Schichtdicken und der gemessenen Halbwertsbreiten liefert Tab. 4.8. Sie stimmen sehr gut überein.

Folgend werden die gefitteten Werte für Γ_1 und Γ_2 in Gl. (4.34) genauer betrachtet. Wie bereits in Abschn. 4.4 erwähnt, beschreiben die Werte den Verlauf der auf- und absteigenden Flanke der Resonanz. Je steiler die Anregungsfunktion verläuft, desto kleiner ist der Wert für Γ .

Die Fitfunktionen der ladungsspezifischen Ausbeuten in Abb. 4.10 stimmen sehr gut mit den Betrachtungen in [Ili07, Fig. 4.60] überein. Während bei dünnen Targets beide Flanken steil verlaufen, wird die abfallende Flanke mit zunehmender Targetdicke immer

Tabelle 4.8.: Gegenüberstellung der energetischen Schichtdicke ΔE_p und der gemessenen Halbwertsbreite b_{HW} .

Target	d_{CaO}	ΔE_p simuliert (SRIM, Abb. 3.4)	b_{HW} gemessen (Abb. 4.10)
GSI-CaO-13 vor Aktivierung	36 nm	2,6 keV	2,5 keV
GSI-CaO-14 vor Aktivierung	300 nm	21,5 keV	23 keV
GSI-CaO-14 nach Aktivierung	300 nm	21,5 keV	22 keV
GSI-CaO-15 nach Aktivierung	300 nm	21,5 keV	22 keV

flacher. Dieser Verlauf ist auch in Abb. 4.10 zu erkennen. Für die steil ansteigende Flanke hat Γ_1 stets einen Wert zwischen 0,2 keV und 0,4 keV. Für die abfallende Flanke vergrößert sich Γ_2 von 0,6 keV beim 36 nm dünnen Target GSI-CaO-13 bis auf 4,7 keV beim 300 nm dicken Target GSI-CaO-15.

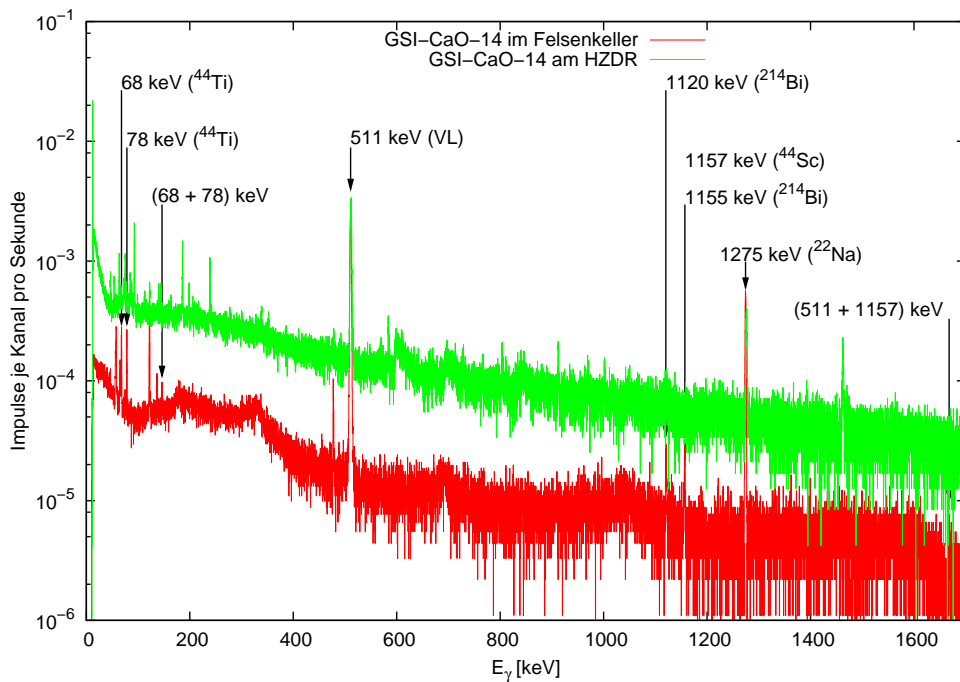
Außerdem ist es wichtig, die Anregungsfunktionen der Targets vor und nach der Aktivierung zu vergleichen. Beispielsweise sind beim GSI-CaO-14 die Unterschiede der beiden Funktionen (rechts in Abb. 4.10) gering. Demzufolge hat sich die CaO-Schicht nicht wesentlich verändert und das Target blieb während der Aktivierung stabil.

4.7. Gammaspektren im Felsenkeller

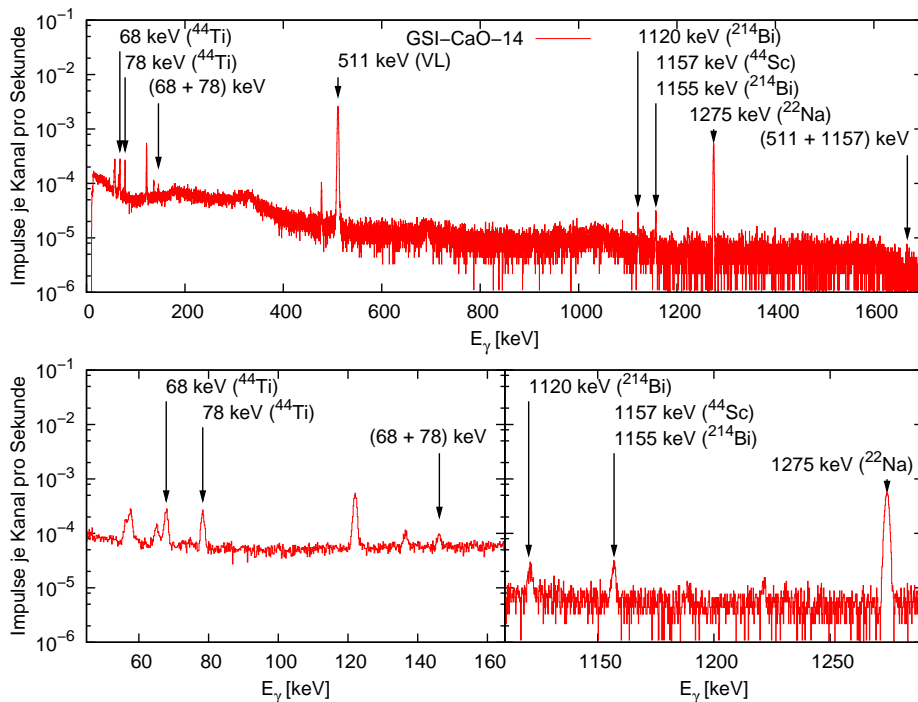
Nach den Experimenten am Tandetron wurden im Untergrundlabor Felsenkeller [KDL⁺09] die Spektren der aktivierten Proben aufgenommen. In Abb. 4.11(a) ist zunächst der Vergleich mit einem Detektor am HZDR dargestellt. Dieser steht in einer „Bleiburg“ und ist in der Bauweise ähnlich dem Detektor im Felsenkeller. Dennoch werden sowohl die niedere energetischen γ -Linien des ^{44}Ti als auch die hochenergetischen Linien des ^{44}Sc vollkommen durch den Untergrund überdeckt. Des Weiteren resultieren die Linien nahe der ^{44}Ti -Energien von 68 keV und 78 keV nicht aus dem ^{44}Ti -Zerfall, sondern sind Lumineszenzen von Blei und Tantal.

Abb. 4.11(b) zeigt das Felsenkellerspektrum des Targets GSI-CaO-14. Die Bereiche der nieder- und hochenergetischen γ -Linien sind zusätzlich vergrößert dargestellt. Um einen ersten Vergleich zwischen den Spektren zu gewährleisten, wurden die Kanalhalte durch die Messzeit geteilt.

Gleiches gilt auch für das Spektrum vom GSI-CaO-7 in Abb. 4.12(a) und vom GSI-CaO-15 in Abb. 4.12(b). Da auch eine Standardquelle mit bekannter Aktivität unter den gleichen geometrischen Bedingungen wie die Proben aufgenommen wurde, ist es möglich, so auf die Aktivitäten der anderen Proben zu schließen. Dieser Inhalt wird im nächsten Kapitel diskutiert.



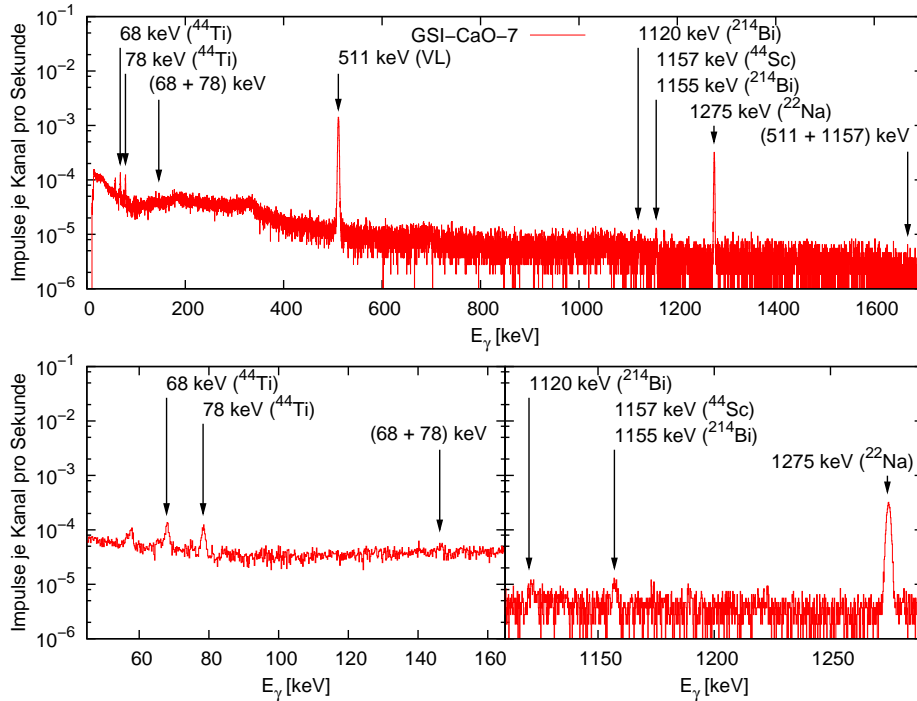
(a) Die Proben müssen im Felsenkeller ausgemessen werden, da sonst der Untergrund die wichtigen Linien völlig überdeckt. Die niederenergetischen Linien des HZDR-Spektrums sind nicht die ^{44}Ti -Linien sondern Blei- und Tantalluminiszenzen.



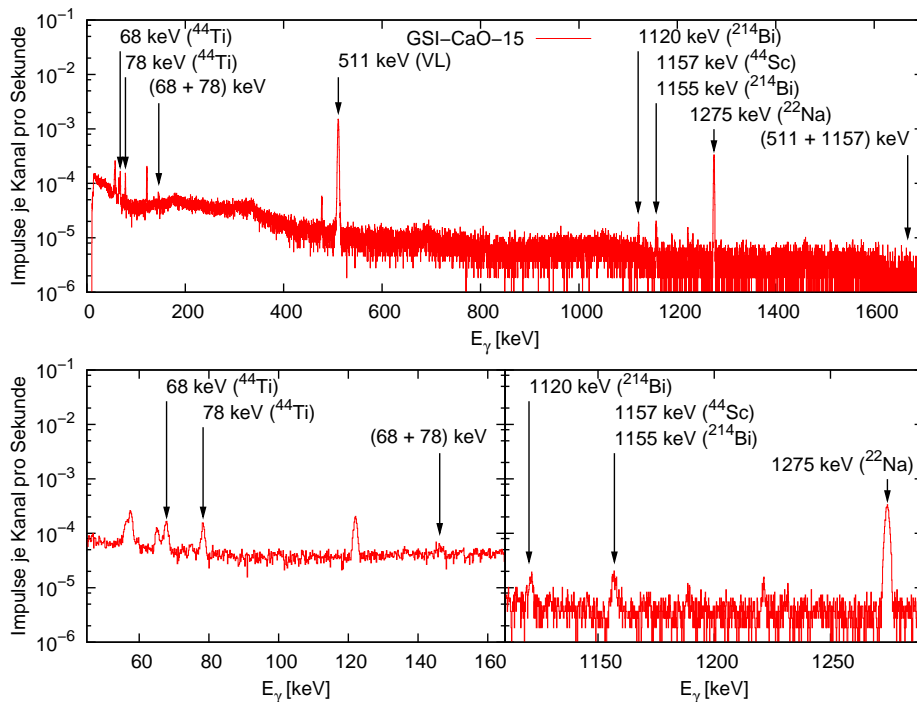
(b) Die ^{44}Sc -Linie bei 1157 keV wird durch eine ^{214}Bi -Linie beeinflusst, ^{44}Ti -Linie bei 68 keV ist ebenfalls nicht isoliert, doch die γ -Linie bei 78 keV lässt sich gut auswerten.

Abbildung 4.11.: Es wurden sowohl am HZDR, als auch im Felsenkeller γ -Spektren von GSI-CaO-14 aufgenommen.

4. Ergebnisse der Messungen



(a) Bei allen Proben ist eindeutig eine ^{22}Na -Linie zu identifizieren. Quelle für diese Kontamination ist die $^{19}\text{F}(\alpha, \gamma)^{22}\text{Na}$ -Reaktion, die durch Fluorverunreinigungen im Calciumoxid ermöglicht wird.



(b) Die γ -Linie bei ca. 120 keV ist nur bei den Proben zu sehen, die ohne eine Bremsschicht aus Gold aktiviert wurden. Jedoch ist diese γ -Linie nicht annähernd so störend, wie die ^{22}Na -Linie.

Abbildung 4.12.: Der Untergrund der Felsenkeller-Spektren resultiert größtenteils aus den Compton-Ereignissen der beim ^{22}Na -Zerfall emittierten γ -Quanten.

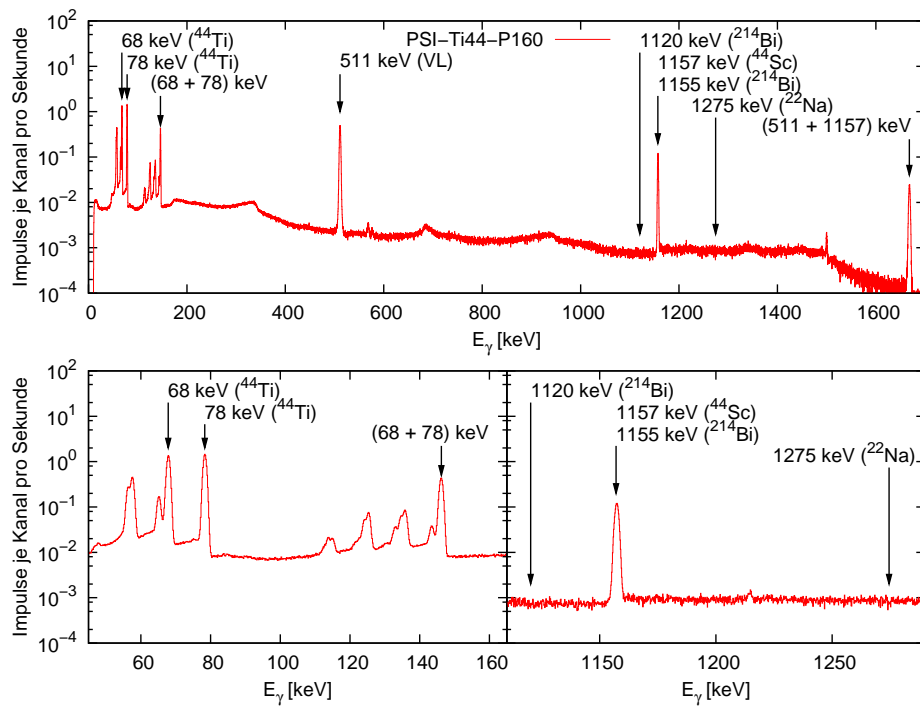


Abbildung 4.13.: Dieses Spektrum der Standardquelle wird für die Berechnung der Aktivität der Proben genutzt. Diese PSI-Ti44-P160-Quelle hatte während der Aufnahme eine Aktivität von $66,9 \pm 0,8$ Bq.

5. Diskussion der Ergebnisse

5.1. Aktivitäten der Targets

5.1.1. Vorhersage der Aktivität mittels der Resonanzstärken aus der Literatur

Während der Bestrahlung wurde die Ladung gemessen, die das Target erreichte. Damit lässt sich, da die Resonanzstärke ungefähr bekannt ist, die Aktivität vorhersagen.

Die Aktivität A steht nach Gl. (2.5) und Gl. (2.7) mit der Anzahl der entstandenen ^{44}Ti -Kerne N_{Ti} über

$$A = N_{\text{Ti}} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (5.1)$$

im Zusammenhang. Das Verhältnis aus entstandenen ^{44}Ti -Kernen zu einfallenden α -Teilchen N_{α} ist nach Gl. (2.45) und Gl. (2.64) gleich der Ausbeute $Y_{\max, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}}$, sodass

$$N_{\text{Ti}} = N_{\alpha} Y_{\max, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} \quad (5.2)$$

folgt. Die Anzahl der einfallenden α -Teilchen ist aus der Ladung Q durch

$$N_{\alpha} = \frac{Q}{2e} \quad (5.3)$$

bekannt, wobei e die Elementarladung ist und die α -Teilchen zweifach positiv geladen sind. Die Ausbeute wird hingegen nach Gl. (2.64) aus

$$Y_{\max, \Delta E \gg \Gamma_{\text{Res}}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{eff}}^{\text{SP}}} \quad (5.4)$$

berechnet, wobei λ_{Res} die de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz, $\omega\gamma$ die Resonanzstärke (Abschn. 2.3.2) und ε_{eff} das effektive Bremsvermögen (Abschn. 2.2.2) ist. Das halbe Qua-

drat der de-Broglie-Wellenlänge der Resonanz ist mit Gl. (2.37) nach Gl. (2.38) über

$$\frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{E_{\text{Res}}^{\text{SP}}} \frac{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} m_{\text{Ca}}} \quad (5.5)$$

gegeben, mit der reduzierten Planck-Konstante \hbar , der Resonanzenergie im Schwerpunktsystem $E_{\text{Res}}^{\text{SP}}$ und der Projektil- bzw. Targetkernmasse m_{α} bzw. m_{Ca} . Für die Resonanzenergie im Schwerpunktsystem gilt

$$E_{\text{Res}}^{\text{SP}} = \frac{m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}} E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}. \quad (5.6)$$

Unter der Voraussetzung, dass im Calciumoxid *identisch viele Calcium- und Sauerstoffkerne* vorliegen, ist aus Gl. (2.15) das effektive Bremsvermögen

$$\varepsilon_{\text{eff}}^{\text{SP}} = \frac{m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}} \left[\left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}} \right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \right] \quad (5.7)$$

bekannt, wobei $N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$ das Verhältnis der prozentualen Häufigkeiten (Tab. 2.1) der Calciumisotope, die für die Reaktion irrelevant sind, und des relevanten ^{40}Ca -Nuklids, ε_{Ca} das Bremsvermögen von α -Teilchen im Calcium, $N_{\text{O}}/N_{\text{rele}}$ das Verhältnis aus Sauerstoff- und ^{40}Ca -Kernen sowie ε_{O} das Bremsvermögen von α -Teilchen im Sauerstoff ist. Setzt man schließlich alle Gleichungen ineinander ein, so folgt

$$A = \frac{Q}{2e} \frac{\pi^2 \hbar^2}{E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}} \frac{m_{\alpha} + m_{\text{Ca}}}{m_{\alpha} m_{\text{Ca}}} \frac{\omega \gamma}{\left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}} \right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}}} \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (5.8)$$

Eine Übersicht der Ergebnisse und der benötigten Variablen gibt Tab. 5.1.

5.1.2. Abschätzung der Aktivität mittels Gammaspektren während der Aktivierung

Wenn man ein γ -Spektrum während der Aktivierung aufzeichnet, so werden Spektrallinien sichtbar, welche beim Abregen der angeregten Kernzustände (Abschn. 2.2.4) entstehen. Aus dem Linieninhalt N_L (Abschn. 2.4.4), der Nachweiswahrscheinlichkeit η des Detektors (Abschn. 4.2) und der Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.5) von $I = (83 \pm 8)\%$ eines γ -Quants mit $E_{\gamma} = 1083 \text{ keV}$, lässt sich die Anzahl der entsprechenden Reaktionen

$$N_R = \frac{N_L}{\eta I} \quad (5.9)$$

Tabelle 5.1.: Mit der Ladung, die während der Bestrahlung auf dem Target gemessen wurde, können die Aktivitäten vorhergesagt werden. Dabei wird angenommen, dass GSI-CaO-7 und GSI-CaO-14 über alle drei Resonanzen, GSI-CaO-15 nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde.

Probe	E_{α}^{Lab} [keV]	Q [μC]	ε_{Ca}	ε_{O}	A [mBq]
GSI-CaO-7	4620	55 141,29	4,110	2,084	2,3
GSI-CaO-14	4548	127 243,62	4,147	2,105	5,3
GSI-CaO-15	4514	64 358,94	4,165	2,114	2,0
$\omega\gamma(4497 \text{ keV})$	= (0,50 \pm 0,10) eV		(20 %)	aus [DSS80]	
$\omega\gamma(4510 \text{ keV})$	= (5,8 \pm 1,2) eV		(21 %)	aus [DSS80]	
$\omega\gamma(4523 \text{ keV})$	= (2,0 \pm 0,4) eV		(20 %)	aus [DSS80]	
m_{α}	= 4 u		aus [AWT03]		
m_{Ca}	= 40 u		aus [AWT03]		
$N_{\text{irre}}/N_{\text{rele}}$	= 3,059/96,941		aus Tab. 2.1		
$N_{\text{O}}/N_{\text{rele}}$	= 100/96,941		aus Tab. 2.1		
$T_{1/2}(^{44}\text{Ti})$	= (58,9 \pm 0,3) a		(0,5 %)	aus [AGM ⁺ 06]	

Tabelle 5.2.: Mit den γ -Spektren, die während der Bestrahlung aufgenommen wurden, können die Aktivitäten abgeschätzt werden. Dazu wurde angenommen, dass $I = (83 \pm 8) \%$ der angeregten ^{44}Ti -Kerne beim Abregen isotrop ein γ -Quant mit 1083 keV emittieren.

Probe	Detektor	$\eta(1083 \text{ keV}) [10^{-3}]$	N_L	A [mBq]
GSI-CaO-7	60 %	1,594 \pm 0,009	5 652 \pm 85	1,6 \pm 0,2 (12,5 %)
	90 %	1,457 \pm 0,021	4 121 \pm 92	1,3 \pm 0,2 (15,4 %)
GSI-CaO-14	60 %	1,594 \pm 0,009	16 826 \pm 160	4,7 \pm 0,6 (12,8 %)
	90 %	1,457 \pm 0,021	12 610 \pm 178	3,9 \pm 0,5 (12,8 %)
GSI-CaO-15	60 %	1,594 \pm 0,009	4 332 \pm 95	1,2 \pm 0,2 (16,7 %)
	90 %	1,457 \pm 0,021	3 716 \pm 120	1,1 \pm 0,2 (18,2 %)

bestimmen, wobei eine isotrope Emission der γ -Quanten angenommen wird. Unter der Voraussetzung, dass bei jeder so identifizierten Reaktion ein ^{44}Ti -Kern entsteht, d.h. $N_R = N_{^{44}\text{Ti}}$, ergibt sich mit Gl. (5.1) die Aktivität

$$A = \frac{N_L}{\eta I} \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (5.10)$$

In Tab. 5.2 sind für jede Probe die Aktivitäten aufgelistet, die mit den Spektren der 60 %-Detektoren und der 90 %-Detektoren abgeschätzt wurden.

Mittels der Gammaspektren während der Aktivierung könnte auch eine Überprüfung der Verzweungsverhältnisse erfolgen. Dies ist jedoch bei dieser Vielzahl der Linien sehr

Tabelle 5.3.: Aktivitäten im Felsenkeller normiert auf den 01.01.2011.

Probe bzw. Standardquelle	N_L	t_m [s]	A [mBq]
GSI-CaO-7	495 ± 41	1 078 564	$3,2 \pm 0,3$ (9,4 %)
GSI-CaO-14	988 ± 51	911 198	$7,6 \pm 0,5$ (6,6 %)
GSI-CaO-15	630 ± 45	1 083 619	$4,1 \pm 0,3$ (7,3 %)
PSI-Ti44-P160	773056 ± 990	80 797	$66 900 \pm 800$ (1,2 %)

zeitaufwendig und soll hier nicht durchgeführt werden.

5.1.3. Berechnung der Aktivität mittels Gammaspektren im Felsenkeller

Die Aktivitäten der Proben lassen sich mit der Standardquelle PSI-Ti44-P160 (Abschn. A.4) folgendermaßen bestimmen.

Die Aktivität (Abschn. 2.1.2) der Standardquelle, während sie gemessen wurde, war

$$A_{P160}(t_m) = A_{P160}(t_0) \left(\frac{1}{2} \right)^{(t_m - t_0)/T_{1/2}} = (66,9 \pm 0,8) \text{ Bq} \quad (1,2 \%), \quad (5.11)$$

wobei die Aktivität $A_{P160}(t_0)$ in Tab. A.2 zu finden ist. Da das Verhältnis der Aktivitäten gleich dem Verhältnis der Linienflächen je Messzeit ist, ergeben sich die Aktivitäten der Proben aus

$$A_{\text{Probe}} = A_{P160} \frac{N_{\text{Probe}}}{N_{P160}} \frac{t_{P160}}{t_{\text{Probe}}} \quad (5.12)$$

zu den in Tab. 5.3 aufgeführten Werten.

5.2. Resonanzstärken

5.2.1. Resonanzstärke für normiertes Elementenverhältnis im CaO

Zunächst sollen die Resonanzstärken für den Fall bestimmt werden, dass die Anzahl der Calciumkerne identisch mit der Anzahl der Sauerstoffkerne ist. Dazu ist Gl. (5.8) nach der Resonanzstärke umzustellen. Es gilt

$$\omega\gamma = A \frac{2e}{Q} \frac{E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}}{\pi^2 \hbar^2} \frac{m_\alpha m_{\text{Ca}}}{m_\alpha + m_{\text{Ca}}} \left[\left(1 + \frac{N_{\text{irre}}}{N_{\text{rele}}} \right) \varepsilon_{\text{Ca}} + \frac{N_{\text{O}}}{N_{\text{rele}}} \varepsilon_{\text{O}} \right] \frac{T_{1/2}}{\ln 2}. \quad (5.13)$$

Die benötigten Werte sind in Tab. 5.1 zu finden, die Aktivität A ergibt sich aus Tab. 5.3. Die berechneten Werte zeigt Tab. 5.4.

Tabelle 5.4.: Voraussetzung für diese Resonanzstärken ist, dass die Anzahl der Calciumkerne identisch mit der Anzahl der Sauerstoffkerne ist.

Probe	Aktivierete $E_{\text{Res}}^{\text{Lab}}$ [keV]	$\omega\gamma$ [eV]
GSI-CaO-7	4497; 4510 und 4523	$11,5 \pm 1,1$ (9,5 %)
GSI-CaO-14	4497; 4510 und 4523	$12,0 \pm 0,8$ (6,7 %)
GSI-CaO-15	4497; 4510	$12,8 \pm 1,0$ (7,8 %)

Tabelle 5.5.: Ladung Q und Linieninhalte bei $E_\gamma = 2882$ keV der Targets GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15. Für die Summe aus beiden Detektoren müssen die Unsicherheiten quadratisch addiert werden.

Probe	Q [μC]	60 %-Detektor	90 %-Detektor	Summe
GSI-CaO-14	3533,39	337 ± 22	445 ± 24	782 ± 30 (3,8 %)
GSI-CaO-15	5908,77	493 ± 22	698 ± 30	1191 ± 40 (3,4 %)

Obwohl die Resonanzstärke beim GSI-CaO-15 stärker scheint, ist es innerhalb der angegebenen Unsicherheiten dennoch möglich, dass nur über die beiden unteren Resonanzstärken aktiviert wurde.

5.2.2. Fehlerbetrachtung für die Resonanzstärke bei unbekanntem Elementenverhältnis im CaO

Da das genaue Verhältnis aus der Anzahl der Calcium- und Sauerstoffisotope nicht bekannt ist, ergibt sich eine erhebliche Vergrößerung der Unsicherheit. Diese kann abgeschätzt werden, indem über eine bekannte Resonanz das Elementenverhältnis bestimmt wird.

Sowohl in Abb. 4.3, als auch in Abb. 4.10 sind für GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 die ladungsspezifischen Ausbeuten der Reaktion $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ dargestellt. Die Ausbeuten ergeben sich aus dem Linieninhalt bei 2882 keV und der auf dem Target gemessenen Ladung. Für jedes Target sind die Messwerte des Punktes mit der besten Statistik in Tab. 5.5 aufgelistet.

Aus Gl. (4.23) bzw. (4.24) kann die Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren für die γ -Energie von 2882 keV in Tab. 5.6 ermittelt werden. Die winkelabhängige Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.6) berechnet sich aus Gl. (2.31) bzw. (2.33). Die benötigten

Tabelle 5.6.: Nachweiswahrscheinlichkeit η der Detektoren bei $E_\gamma = 2882$ keV.

Detektor	Winkel zum Ionenstrahl	η
60 %	90°	$(7,35 \pm 0,07) \cdot 10^{-4}$ (0,95 %)
90 %	55°	$(7,76 \pm 0,09) \cdot 10^{-4}$ (1,16 %)

Tabelle 5.7.: Winkelkorrelation für γ -Quanten der $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ -Reaktion nach [KCLR77].

E_γ [keV]	a_2	a_4	W_{55°	W_{90°
$2882,30 \pm 0,06$	$0,52 \pm 0,03$	$-0,06 \pm 0,05$	$1,020 \pm 0,018$ (1,8 %)	$0,719 \pm 0,024$ (3,3 %)

Koeffizienten und die berechneten Winkelkorrelationen sind in Tab. 5.7 zu finden.

Mit Hilfe der Gl. (5.9) kann aus dem Linieninhalt N_L die Anzahl der Reaktionen N_R berechnet werden, wenn alle γ -Quanten isotrop emittiert werden. Liegt jedoch eine winkelabhängige Emissionswahrscheinlichkeit (Abschn. 2.2.6) vor und kann sich der angeregte Zustand (Abschn. 2.2.4) nur über eine mögliche γ -Emission abregen, kommt

$$N_R = \frac{N_L}{\eta_{55^\circ} W_{55^\circ} + \eta_{90^\circ} W_{90^\circ}} \quad (5.14)$$

zur Anwendung, wobei sich η_{55° bzw. W_{55° auf den 90 %-Detektor beziehen, η_{90° bzw. W_{90° auf den 60 %-Detektor. Die Summation der Produkte im Nenner berücksichtigt, dass der Wert N_L ebenfalls die Summe aus den energetisch gleichen Linien zweier Detektoren (Tab. 5.5) ist. Mit der Ladung aus Tab. 5.5 kann über die angepassten Gleichungen (5.2) und (5.3) die Ausbeute

$$Y = N_R \frac{e}{Q} \quad (5.15)$$

bestimmt werden. Mit der Resonanzstärke

$$\omega_\gamma = (140 \pm 15) \text{ meV} \quad (11 \%) \quad (5.16)$$

nach [ZML87] und dem halben de-Braglie-Wellenlängenquadrat der Resonanz

$$m_p = 1 \text{ u}, \quad m_{\text{Ca}} = 40 \text{ u}, \quad E_{\text{Res}}^{\text{Lab}} = 1843 \text{ keV} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} = 2,34 \text{ cm}^2 \quad (5.17)$$

ergibt sich das effektive Bremsvermögen

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2} \frac{\omega_\gamma}{Y}, \quad (5.18)$$

welches zusammen mit N_R und Y in Tab. 5.8 zu finden sind.

Aus dem effektiven Bremsvermögen lässt sich über Gl. (5.7) auf das Elementenverhältnis zwischen Sauerstoff und Calcium schließen. Die größte Unsicherheit resultiert jedoch aus der Resonanzstärke, Gl. (5.16), die nur mit einer Genauigkeit von 11 % bekannt ist.

Tabelle 5.8.: Anzahl der Reaktionen N_R , Ausbeute Y und effektives Bremsvermögen ε_{eff} für die Targets GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15.

Probe	N_R [10^5]	Y [10^{-11}]	ε_{eff} [10^{-14}]
GSI-CaO-14	$5,9 \pm 0,3$ (5,1 %)	$2,67 \pm 0,13$ (4,9 %)	$1,22 \pm 0,19$ (15,6 %)
GSI-CaO-15	$9,0 \pm 0,5$ (5,6 %)	$2,44 \pm 0,13$ (5,3 %)	$1,34 \pm 0,21$ (15,7 %)

Um die gesamte Unsicherheit zu bestimmen, können die relativen Unsicherheiten der Resonanzstärken (Tab. 5.4) für die Proben GSI-CaO-14 und GSI-CaO-15 quadratisch mit den relativen Unsicherheiten in Tab. 5.8 addiert werden. Es folgt

$$\text{GSI-CaO-14: } \sqrt{(6,7\%)^2 + (15,6\%)^2} = 17,0\% \quad \text{und} \quad (5.19)$$

$$\text{GSI-CaO-15: } \sqrt{(7,8\%)^2 + (15,7\%)^2} = 17,5\%. \quad (5.20)$$

Demzufolge resultiert der größte Beitrag der Unsicherheit aus dem unbekanntem Verhältnis zwischen Calcium- und Sauerstoffkernen. Wenn die Resonanzstärke der $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ -Reaktion relativ zur Reaktion $^{40}\text{Ca}(p,\gamma)^{41}\text{Sc}$ gemessen wird, kann das Ergebnis nicht besser sein, als die Unsicherheit der Protonenreaktion von 11 %.

Ein sehr genaues Verfahren, was das Verhältnis auf wenige Prozent genau bestimmen kann, ist die Elastische Rückstreuungsdetektionsanalyse (ERDA). Dies wird unter anderem in [DFBF98] und [DBG⁺04] beschrieben. Wenn damit die Annahme (Abschn. 5.2.1) bestätigt wird, dass die Anzahl der Calciumkerne mit der Anzahl der Sauerstoffkerne übereinstimmt, kann die Stärke des Triplets nach Tab. 5.4 mit einer Genauigkeit von unter 10 % angegeben werden.

6. Zusammenfassung

Für die Untersuchung des Resonanztripletts der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ bei einer α -Energie von 4,5 MeV wurde zunächst die Ionenenergie des 3-MV-Tandetrans kalibriert. Dafür wurde der Energiebereich einer früheren Kalibrierung nach [Tro09] von 2 MeV auf 4,5 MeV erweitert. Damit wurde zugleich auch gezeigt, dass die Kalibrierung sowohl für Protonen als auch für α -Teilchen geeignet ist.

Weiter wurden Erfahrungen im Umgang mit Calciumoxid gesammelt. Wie sich herausstellte, waren die Targets so stabil, dass auf eine äußere Schutzschicht aus Gold verzichtet werden konnte. Die in dieser Arbeit betrachteten Auswirkungen dieser Goldschicht auf die Ionenstrahlen, wie Energieverlust und Zunahme der energetischen Breite, müssen demnach bei zukünftigen Experimenten nicht mehr beachtet werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die Unsicherheiten der Resonanzstärken des Tripletts bei 4,5 MeV α -Energie der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ zu verringern. Wenn jedoch die Ergebnisse

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) + \omega\gamma(4523 \text{ keV}) = (12,0 \pm 2,0) \text{ eV} \quad (17\%) \quad (6.1)$$

und

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) = (12,8 \pm 2,3) \text{ eV} \quad (18\%) \quad (6.2)$$

mit der Summe der Resonanzstärken nach [DSS80] verglichen werden,

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) + \omega\gamma(4523 \text{ keV}) = (8,3 \pm 1,3) \text{ eV} \quad (16\%) \quad (6.3)$$

und

$$\omega\gamma(4497 \text{ keV}) + \omega\gamma(4510 \text{ keV}) = (6,3 \pm 1,2) \text{ eV} \quad (19\%), \quad (6.4)$$

wurde dies zwar nicht bei der Summe aller Resonanzstärken, aber bei der Summe der beiden unteren Resonanzen erreicht. Zukünftig ist jedoch geplant, die Unsicherheiten weiter zu reduzieren, indem die zwei Hauptursachen eingeschränkt werden sollen.

Einerseits können durch eine längere Messzeit im Felsenkeller die statistischen Unsicherheiten bei der Aktivitätsmessung reduziert werden. Diese betragen zur Zeit 6,6 % bei der

Probe, die über alle Resonanzen aktiviert wurde und 7,3% bei der Probe, die nur über die beiden unteren Resonanzen aktiviert wurde.

Andererseits kann die erheblich größere Unsicherheit aus der Unkenntnis der CaO-Zusammensetzung ebenfalls reduziert werden. Denn im Gegensatz zur Relativmessung in dieser Arbeit, kann das Elementenverhältnis z. B. durch eine in Abschn. 5.2.2 erwähnte ERDA-Messung auf wenige Prozent genau bestimmt werden.

Letzteres hätte zur Folge, dass nach genauer Kenntnis des Elementenverhältnisses die Unsicherheiten definitiv unter 10% liegen. Bereits mit den Daten dieser Arbeit (Tab. 5.4) könnte unter dieser Voraussetzung für die Summe der Resonanzstärken des Triplets eine maximale Unsicherheit von 9,5% angegeben werden.

A. Anhang

A.1. Herleitung der Halbwertsbreite der Ausbeutekurve

Im Abschn. 2.3.3 werden u. a. die Eigenschaften der Ausbeute nach Breit-Wigner hergeleitet. Bei der Berechnung der Halbwertsbreite werden $Y_{\max}/2$ aus Gl. (2.58) und $Y(E_{0,50\%})$ aus Gl. (2.53) gleichgesetzt, um die Energien zu erhalten, bei denen die Ausbeute auf 50 % des Maximums angestiegen ist. Hier wird dies im Einzelnen nachgerechnet.

Für das halbe Maximum aus Gl. (2.58) gilt

$$\frac{Y_{\max}}{2} = \frac{\lambda_{\text{Res}}^2}{2\pi} \frac{\omega\gamma}{\varepsilon_{\text{Res}}} \arctan \frac{\Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}}. \quad (\text{A.1})$$

Da die Faktoren vor dem Arkustangens identisch mit den Vorfaktoren in Gl. (2.53) sind, müssen nach dem Gleichsetzen nur die Argumente des Arkustangens übereinstimmen. In Gl. (2.53) sollen diese jedoch zunächst mit Hilfe der Gl. (2.59) umgeformt werden. Wenn Arg das Argument der Arkustangensfunktion ist, gilt

$$\begin{aligned} \text{Arg} &= \frac{\frac{\Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2}}{1 + \frac{E_{0,50\%} - E_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}/2} \frac{E_{0,50\%} - E_{\text{Res}} - \Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}/2}} \\ &= \frac{2 \cdot \Delta E \cdot \Gamma_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}^2 + 4(E_{0,50\%} - E_{\text{Res}})(E_{0,50\%} - E_{\text{Res}} - \Delta E)} \\ &= \frac{2 \cdot \Delta E \cdot \Gamma_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}^2 + 4[E_{0,50\%}^2 - E_{0,50\%}(2E_{\text{Res}} + \Delta E) + E_{\text{Res}}^2 + E_{\text{Res}}\Delta E]}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Damit können die Argumente gleichgesetzt werden und es folgt

$$\frac{\Delta E}{\Gamma_{\text{Res}}} = \frac{2 \cdot \Delta E \cdot \Gamma_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{Res}}^2 + 4[E_{0,50\%}^2 - E_{0,50\%}(2E_{\text{Res}} + \Delta E) + E_{\text{Res}}^2 + E_{\text{Res}}\Delta E]} \quad (\text{A.3})$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \Gamma_{\text{Res}}^2 = \Gamma_{\text{Res}}^2 + 4 \cdot [E_{0,50\%}^2 - E_{0,50\%}(2E_{\text{Res}} + \Delta E) + E_{\text{Res}}(E_{\text{Res}} + \Delta E)] \quad (\text{A.4})$$

$$\Rightarrow 0 = E_{0,50\%}^2 - E_{0,50\%}(2E_{\text{Res}} + \Delta E) + E_{\text{Res}}(E_{\text{Res}} + \Delta E) - \frac{1}{4} \Gamma_{\text{Res}}^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\Rightarrow E_{0,50\%} = E_{\text{Res}} + \frac{\Delta E}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Gamma_{\text{Res}}^2 + (\Delta E)^2} \quad (\text{A.6})$$

A.2. Das Residuum

Hier werden am Bsp. der Energiekalibrierung des Tandetrans die Gleichungen hergeleitet, die für die Berechnung des Residuums nötig sind.

In Abschn. 4.3 wird beschrieben, wie die Energie E_0 , mit der die Ionen auf dem Target auftreffen, aus der Nennenergie zu berechnen ist. Dafür wurden mit Hilfe von Resonanzen (Abschn. 2.3.2) Nennenergien für gut bekannte Resonanzenergien E_{Res} ermittelt. Zu den so entstandenen Datenpunkten wurde schließlich die Funktion (4.32) gefittet.

Das Residuum beschreibt dabei die relativen Abweichungen zwischen den Resonanzenergien und den aus Gl. (4.32) ermittelten Energien und gibt damit ein Maß der Genauigkeit der Fitfunktion an.

Aus einer zunächst unbekanntem Nennenergie x lässt sich mit der Funktion (4.32) die bekannte Resonanzenergie bestimmen.

$$f(x) = E_{\text{Res}} \quad (\text{A.7})$$

Setzt man jedoch die im Experiment ermittelte Nennenergie ein,

$$f(E_{\text{Nenn}}) = aE_{\text{Nenn}}, \quad (\text{A.8})$$

so ergibt sich nur eine Näherung an die Resonanzenergie, wobei $a = 1,0142 \pm 0,0003$ die Proportionalitätskonstante ist. Somit gilt für das Residuum

$$R = f(x) - f(E_{\text{Nenn}}) = E_{\text{Res}} - aE_{\text{Nenn}}. \quad (\text{A.9})$$

Wird das Residuum durch den Funktionswert für die Nennenergie dividiert, so ergibt sich das relative Residuum über

$$R_{\text{rel}} = \frac{R}{aE_{\text{Nenn}}} = \frac{E_{\text{Res}}}{aE_{\text{Nenn}}} - 1. \quad (\text{A.10})$$

Die Unsicherheit des relativen Residuums ΔR_{rel} setzt sich wegen

$$\Delta R_{\text{rel}} = \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{dE_{\text{Res}}} \Delta E_{\text{Res}} \right| + \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{da} \Delta a \right| + \left| \frac{dR_{\text{rel}}}{dE_{\text{Nenn}}} \Delta E_{\text{Nenn}} \right| \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{E_{\text{Res}}}{aE_{\text{Nenn}}} \left(\frac{\Delta E_{\text{Res}}}{E_{\text{Res}}} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta E_{\text{Nenn}}}{E_{\text{Nenn}}} \right) \quad (\text{A.12})$$

aus den relativen Unsicherheiten zusammen.

Tabelle A.1.: Koeffizienten für Winkelkorrelation aus [AKHF77]

E_γ [keV]	a_2		a_4	
1 778,9	0,000	$\pm 0,003$	-0,016	$\pm 0,003$
2 838,9	-0,009	$\pm 0,011$	-0,022	$\pm 0,013$
3 063,3	0,08	$\pm 0,03$	0,02	$\pm 0,03$
3 123,7	0,03	$\pm 0,03$	-0,16	$\pm 0,04$
4 497,6	0,085	$\pm 0,012$	-0,069	$\pm 0,013$
4 608,4	-0,013	$\pm 0,014$	0,036	$\pm 0,015$
4 743,0	-0,015	$\pm 0,009$	-0,003	$\pm 0,011$
6 019,9	0,00	$\pm 0,012$	0,029	$\pm 0,014$
6 265,3	0,080	$\pm 0,020$	-0,090	$\pm 0,020$
10 762,9	0,051	$\pm 0,005$	-0,032	$\pm 0,005$

Tabelle A.2.: Aktivitäten der Standardquellen vom 01.01.2010.

Standardquelle	A [Bq]	
P-60	$35,5 \pm 0,4$	(1,1 %)
P-160	$67,5 \pm 0,8$	(1,2 %)
F-130	$137,1 \pm 1,7$	(1,2 %)
F-320	225 ± 3	(1,3 %)
P-690	498 ± 6	(1,2 %)

A.3. Koeffizienten für die Winkelkorrelation

In Abschnitt 2.2.6 wurde die Winkelkorrelation eingeführt. Um sie für die Tab. 4.3 zu berechnen, sind in Tab. A.1 die Koeffizienten aufgelistet.

A.4. Verfügbare Titan-44-Standardquellen

Für die Berechnung der Aktivität der Proben in Abschnitt 5.1.3 wird eine Standardquelle herangezogen. Eine Liste der verfügbaren ^{44}Ti -Standardquellen gibt Tab. A.2, wobei die Messung der Aktivitäten in B dargestellt, und die Ergebnisse in Tab. B.13 zu finden sind.

B. Bericht über die Tätigkeit als studentische Hilfskraft - Charakterisierung und Kalibrierung schwacher Titan-44-Quellen

B.1. Zusammenfassung

Es wurden fünf ^{44}Ti -Kalibrierquellen vom Paul-Scherrer-Institut untersucht, die für Messungen der Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ benötigt werden. Dazu wurden zunächst Karten der Aktivitätsverteilung mit dem Image-Plate-System erstellt. Weiterhin wurden die Aktivitäten mittels γ -Spektrometrie bestimmt. Somit stehen jetzt Standards zur Verfügung, welche auf $\pm 1,2\%$ kalibriert sind. Es wird empfohlen, bei bekannter Aktivitätsverteilung die P60-Quelle zu verwenden, bei unbekannter Verteilung zusätzlich noch die F320-Quelle.

B.2. Summary

Five ^{44}Ti calibration sources supplied by Paul-Scherrer-Institut have been studied. They are necessary for measurements of the $^{40}\text{Ca}(\alpha,\gamma)^{44}\text{Ti}$ reaction. First, maps of activity distribution have been created by an Image-Plate-System. Furthermore the activities have been determined by γ -ray spectrometry. Hence there are standards which are calibrated to $\pm 1.2\%$. It is recommended to use the P60 source for known, the F320 source for unknown areal distribution of the ^{44}Ti activity to be determined.

Tabelle B.1.: Ausschnitt aus dem Analyserapport des PSI, Abteilung Strahlenschutz und Sicherheit vom 29. 06. 2007.

Bezeichnung der Quelle	Nuklid	Aktivität	Unsicherheit
PSI-Ti44-P60	$^{44}\text{Ti}/^{44}\text{Sc}$	47 Bq	20 %
PSI-Ti44-P160	$^{44}\text{Ti}/^{44}\text{Sc}$	155 Bq	10 %
PSI-Ti44-P690	$^{44}\text{Ti}/^{44}\text{Sc}$	620 Bq	10 %
PSI-Ti44-F130	$^{44}\text{Ti}/^{44}\text{Sc}$	150 Bq	10 %
PSI-Ti44-F320	$^{44}\text{Ti}/^{44}\text{Sc}$	315 Bq	10 %

B.3. Einleitung

Um die Aktivität der Proben in Abschnitt 5.1.3 zu bestimmen, muss auf Standardproben zurückgegriffen werden. Dazu wurden fünf am Paul-Scherrer-Institut/Schweiz von Dr. Dorothea Schumann hergestellte (siehe [SN08]) ^{44}Ti -Quellen ($58,9 \pm 0,3$ Jahre Halbwertszeit [AGM⁺06]) charakterisiert und kalibriert. Eine am PSI durchgeführte Analyse der Quellen ergab die in Tab. B.1 dargestellten Ergebnisse.

Bei den Quellen handelt es sich um Tantal-Plättchen mit einer Dicke von 0,22 mm und einem Durchmesser von 24 mm, auf welche das ^{44}Ti in einer Lösung aufgetropft wurde. Die gesamten Plättchenoberflächen sind mit einer 5 nm starken Chromschicht bedampft, welche als Haftgrund für die 200 nm dicke Schutzschicht aus Gold dient. In Abb. B.1 sind die fünf Standardquellen dargestellt.

Im Abschn. B.4 wird beschrieben, wie mit Hilfe eines Image-Plate-Systems die Verteilung des Titans innerhalb der Quelle untersucht wurde, woraus sich die Charakterisierung der Standardquellen ergibt. Der Inhalt des Abschnitts B.5 behandelt die Messung der γ -Energienlinien bei 68 keV und bei 78 keV des Mutterkerns ^{44}Ti , doch vor allem bei 1157 keV des Tochterkerns ^{44}Sc mittels Gammaskopmetrie. Letzteres dient als Grundlage für die Kalibrierung der Aktivität der Standardquellen.

B.4. Charakterisierung

B.4.1. Image-Plate-System

Um die räumliche Verteilung der aktiven Atome innerhalb der Quelle zu messen, wurde das Image-Plate-System genutzt. Dabei ergeben sich letztlich dreidimensionale Grafiken, womit sich die Quellen charakterisieren lassen. Zur Erstellung dieser Figuren wurden die Freeware ImageJ [Ima11] und die Freeware gnuplot [gnu10] verwendet.

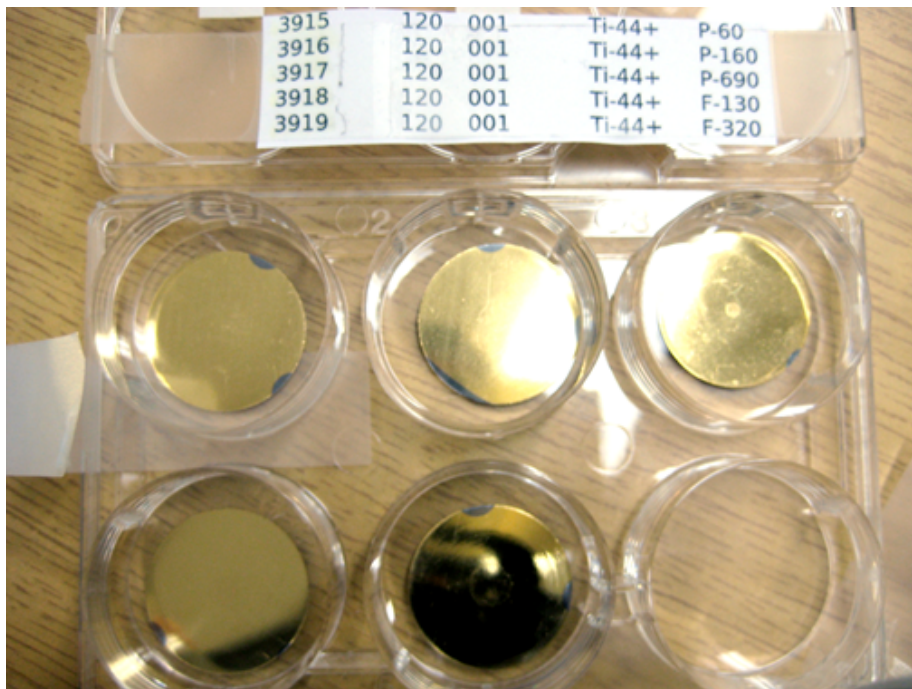


Abbildung B.1.: Oben sind die Quellen PSI-Ti44-P60, -P160 und -P690, unten PSI-Ti44-F130 und -F320.

B.4.2. Funktionsprinzip

Eine Image-Plate¹ (IP) ist vergleichbar mit einem Photofilm, auf welchem jedoch die Strahlungsenergie gespeichert werden kann. Ursprünglich wurde die IP entwickelt, um Röntgenaufnahmen in der Medizin auszuwerten. Es ist aber auch möglich, die Strahlungsintensität von Gammastrahlen aufzunehmen.

Eine IP besteht nach [HPC⁺07] aus mehreren Schichten, wie vereinfacht in Abb. B.2 dargestellt ist. Als Trägermaterial dienen die drei unteren Schichten (Support). Die Rückseite ist 160 μm stark, der Basisfilm 190 μm und die Grundierung 12 μm . Darüber folgt die 115 μm dicke empfindliche Schicht (Photo-stimulable layer), welche nach außen durch eine 9 μm starke Schutzschicht (Protective layer) abgegrenzt wird.

Die eigentliche Aufnahme findet in der empfindlichen Schicht statt. Diese besteht aus Europium(II)-dotiertem Bariumfluorobromid BaFBr:Eu^{2+} , welche sich für die photostimulierte Lumineszenz besonders eignet. Wird die Schicht z. B. Gammastrahlung ausgesetzt, oxidieren die Eu^{2+} -Ionen zu Eu^{3+} und Photoelektronen werden in das Leitungsband angehoben, sodass ein angeregter Zustand vorliegt. Durch Defekte im Kristallgitter werden die Elektronen in metastabilen Zuständen gefangen, sodass die Anregung konserviert wird.

Beim Ausleseprozess, der in Abb. B.3(a) dargestellt ist, muss die IP mit Licht passender

¹image plate (engl.; „Phosphorbild-, Speicherplatte“)

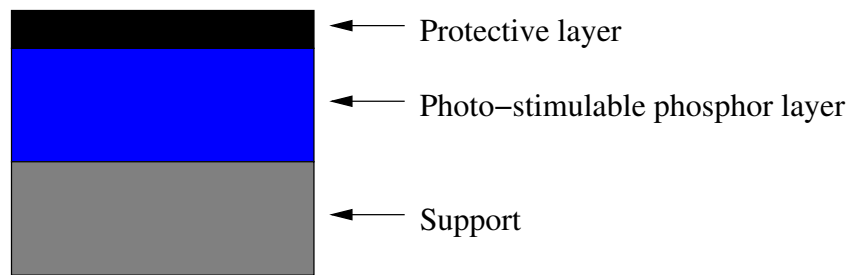


Abbildung B.2.: Dargestellt ist ein vereinfachtes Schema des Aufbaus einer Image-Plate, aus [FUJ98].

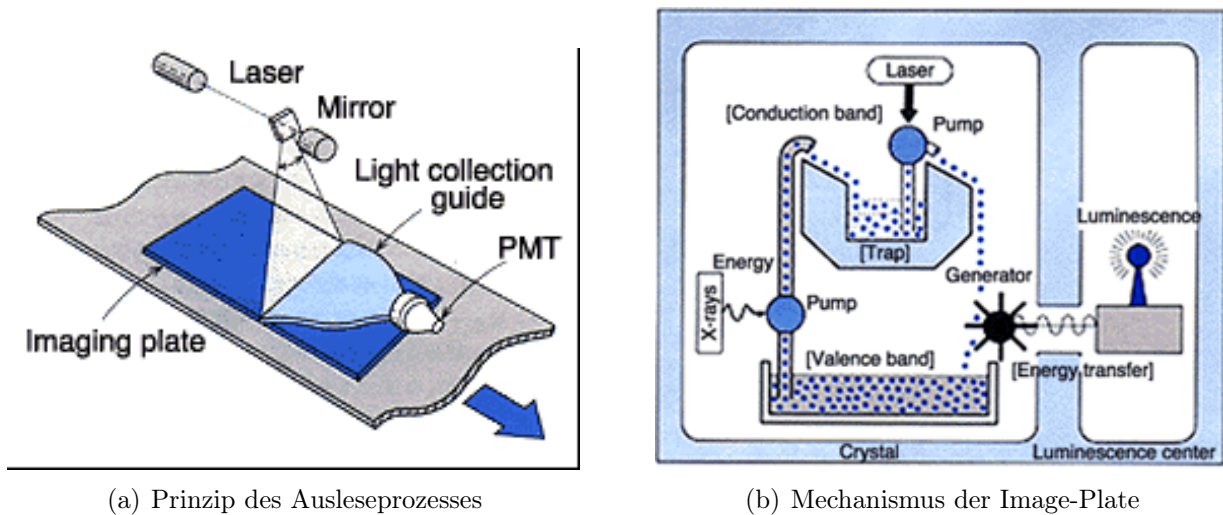


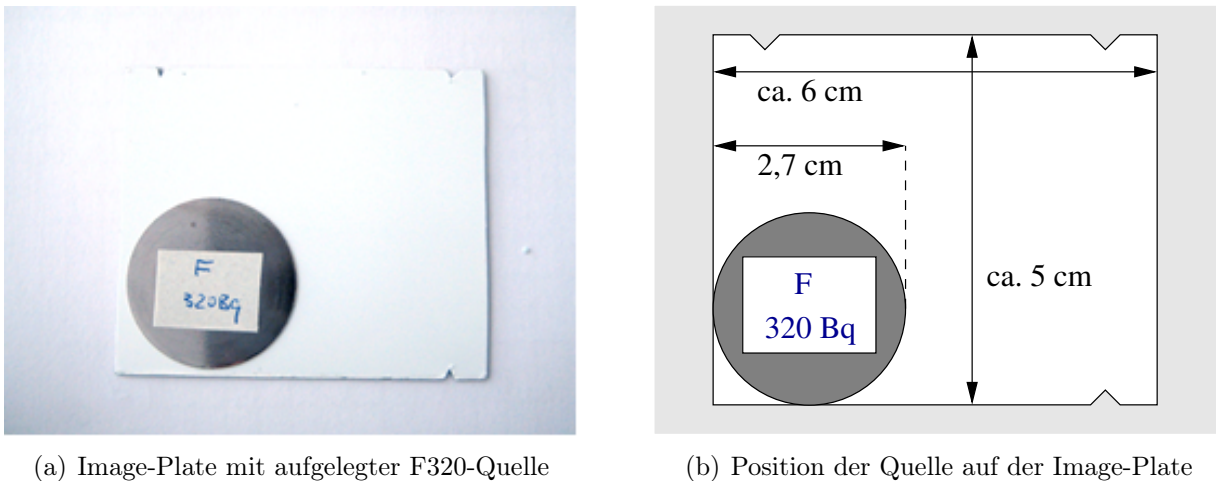
Abbildung B.3.: Die schematischen Darstellungen, , aus [FUJ98], verdeutlichen (a) den Ausleseprozess und (b) die Funktionsweise einer Image-Plate.

Wellenlänge bestrahlt werden, um eine stimulierte Emission hervorzurufen. Ein Aufnahmegerät misst dann die Wellenlänge des emittierten Photons, welche im sichtbaren Bereich liegt.

Um mit der IP weitere Aufnahmen zu machen, muss sie letztlich noch gelöscht werden, um die Elektronen wieder in das Valenzband zurückzuführen. Dies geschieht bereits teilweise, wenn die IP dem Tageslicht ausgesetzt wird. Um die letzte Aufnahme jedoch vollkommen zu löschen, wird die IP einige Minuten lang einem intensiven weißen Licht ausgesetzt, was in einer Löscheinheit geschieht. Es handelt sich also um einen reversiblen Prozess, sodass eine IP beliebig oft wiederbenutzt werden kann.

Abbildung B.3(b) zeigt den prinzipiellen Mechanismus, wobei hier die Aktivierung nicht mit Röntgen-, sondern mit Gammastrahlen der ^{44}Ti -Quellen stattfand.

Die zur Aufnahme verwendeten Image-Plates haben eine Größe von ca. fünf mal sechs Zentimetern.



(a) Image-Plate mit aufgelegter F320-Quelle

(b) Position der Quelle auf der Image-Plate

Abbildung B.4.: Die Aufnahme der Quelle auf der IP (a) zeigt, dass die Position noch nicht dem Schema (b) entspricht. Dazu muss die Quelle noch ein wenig nach links unten verschoben werden.

Um ein Koordinatensystem über die Quelle legen zu können, wurde bei den Aufnahmen die Quelle so ausgerichtet, dass ihr Rand mit den Rändern der IPs übereinstimmte und die Ränder des Quellen-Etiketts parallel zu den IP-Rändern lagen. Die drei Kerben, welche in Abb. B.4 zu erkennen sind, dienen der Orientierung, da die IPs nach der Bestrahlungszeit keinem Licht ausgesetzt werden dürfen, während sie in das Auslesegerät eingelegt werden.

Das Auslesen geschieht mit dem „FUJIFILM BAS-1800 II“². In diesen IP-Scanner wird die IP eingelegt. An einem angeschlossenen PC wird mit dem zum Gerät gehörenden Programm Image-Reader die Aufnahme eingescannt und als img-Datei abgespeichert.

B.4.3. Bearbeitung der Messwerte

In einer weiteren inf-Datei werden die im Programm Image-Reader editierbaren Einstellungen gespeichert. Die Pixelgröße in Mikrometern betrug bei den Aufnahmen entweder 50 oder 200 μm . Stets unverändert blieben die Einstellungen Empfindlichkeit ($S = 4000$), Latitute ($L = 5$) und Größe der absoluten Grauskala ($G = 65536$, was einer 16 bit-Grauskala entspricht).

ImageJ Um die Daten der Image-Dateien auszuwerten, wurden sie mit dem Programm ImageJ als Rohdaten importiert. Das sich dadurch ergebende Bild konnte gedreht und der interessierende Bereich ausgeschnitten werden. Anschließend wurde durch eine Exportfunktion eine Text-Image-Datei erzeugt, sodass folgend die Messwerte im ASCII-Format

²BAS: Bioimaging Analyzer System

tabelliert in einer txt-Datei vorlagen.

Die Einheit PSL Die nun vorliegenden Messwerte (QL) stehen für den Wert des Pixels auf einer Grauskala von 16 bit. Jedoch ist dieser Wert aufgrund des Ausleseprozesses nicht proportional zur im Bereich des Pixels gespeicherten Energie. Um dies zu gewährleisten, müssen die Grauwerte über

$$\text{PSL} = \left(\frac{\text{pix}}{100} \right)^2 \frac{4000}{S} 10^{L(QL/G-0,5)} \quad (\text{B.1})$$

umgerechnet werden. PSL steht hierbei als Abkürzung für „photostimulierte Lumineszenz“ und ist direkt proportional zur gespeicherten Strahlungsintensität. Die Einheit pix steht für die Pixelgröße und ist neben S , L und G bereits am Anfang des Abschnitts B.4.3 erklärt.

Darstellung mit gnuplot Die Darstellung der soweit aufbereiteten Messwerte erfolgt mit dem Programm gnuplot. Diese Software eignet sich sehr gut zum zwei-, aber vor allem zum dreidimensionalen Darstellen von Funktionen und Datensätzen.

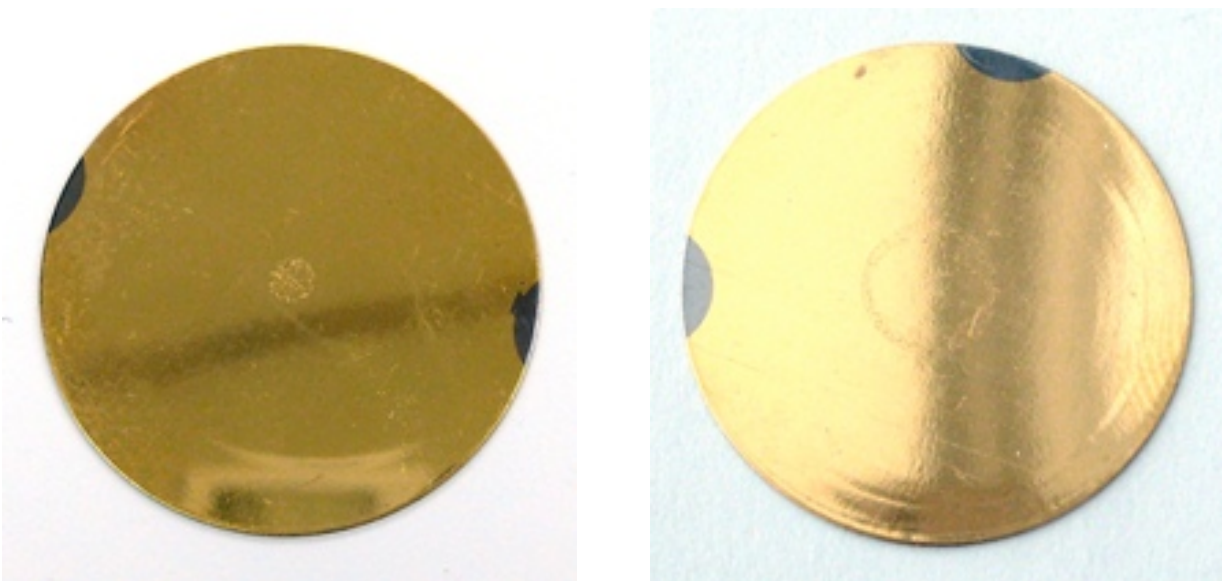
B.4.4. Auswertung

Die Titan-Quellen Dass es sich nicht um ideale Punkt- bzw. Flächenquellen handelt, ist bereits an den Aufnahmen in Abb. B.5 ersichtlich. Ursache hierfür ist die Herstellung der Quellen. Dabei wurde das ^{44}Ti in einer Lösung auf den Quellträger getropft, wodurch sich das Titan hauptsächlich am Tropfenrand ablagerte. Nach dem Verdunsten der Lösung blieb zuletzt bei den Punktquellen eine Flächenstruktur wie z. B. in Abb. B.5(a) und bei den Flächenquellen eine Ringstruktur wie z. B. in Abb. B.5(a) bestehen. Die anschließende Bedampfung mit der in Abschn. B.3 beschriebenen Goldschicht ließ die Verteilung des ^{44}Ti unbeeinflusst.

Bestätigt wird dies durch die Aufnahmen mit dem Image-Plate-System. Bei der F130-Quelle in Abb. B.9 ist das ^{44}Ti zwar über die gesamte Fläche verteilt, wird aber durch einen Rand begrenzt, der eine höhere Aktivität aufweist. Dahingegen hat sich das Titan bei der F320-Quelle in Abb. B.10 nur am Rand der maximal bedeckten Fläche angesammelt.

Die inhomogene Verteilung bei den Punktquellen ist bei der P60-Quelle in Abb. B.6 noch zu vernachlässigen, zeigt aber bei der P160-Quelle in Abb. B.7 schon eine Struktur. Die P690-Quelle in Abb. B.8 zeigt jedoch eine mit den Flächenquellen vergleichbare Struktur.

Letztlich ist herauszustellen, dass es sich bei der P60 um die beste Punkt- und bei der F130 um die beste Flächenquelle handelt.



(a) Ausdehnung der P690-Quelle in der Mitte des Tantalplättchens.

(b) Ringstruktur der F320-Quelle auf dem Tantalplättchen.

Abbildung B.5.: Die Aufnahmen zeigen, dass es sich nicht um ideale Punkt- (a) bzw. Flächenquellen (b) handelt.

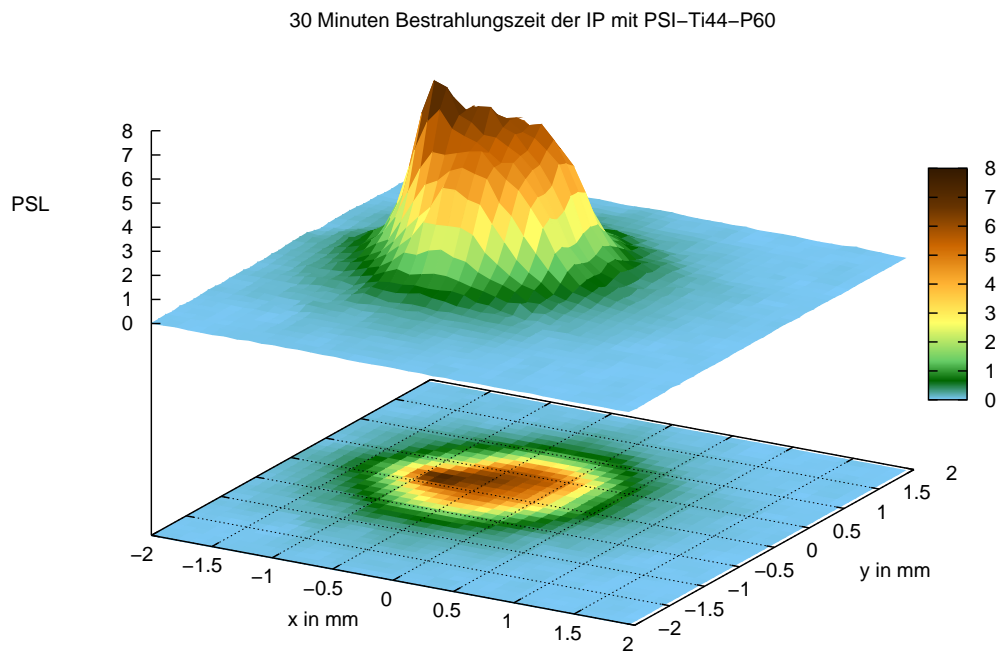


Abbildung B.6.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle P60 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

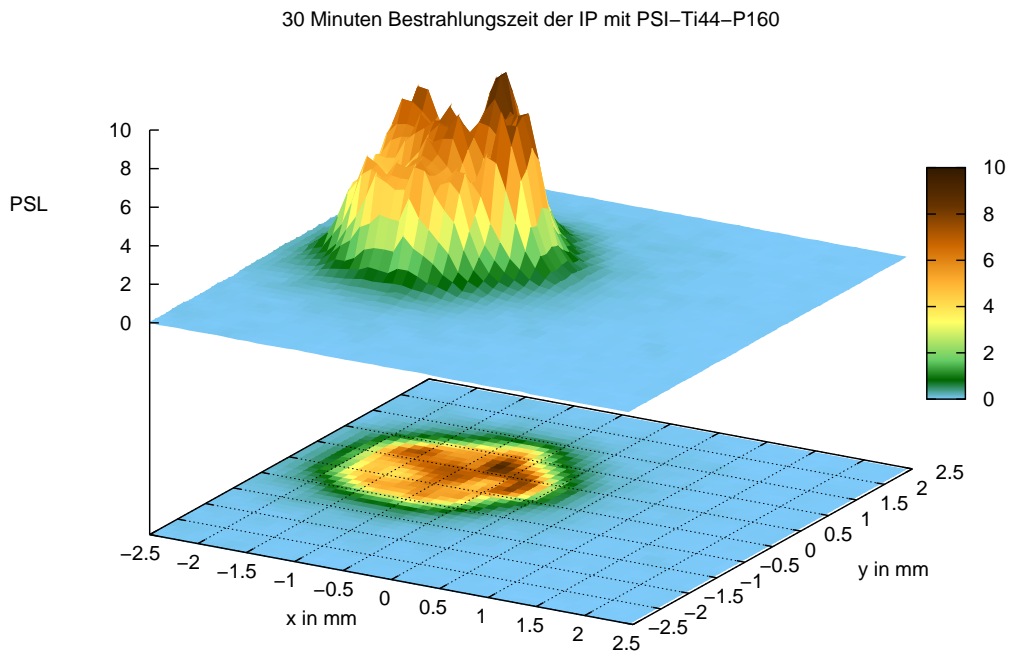


Abbildung B.7.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle P160 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

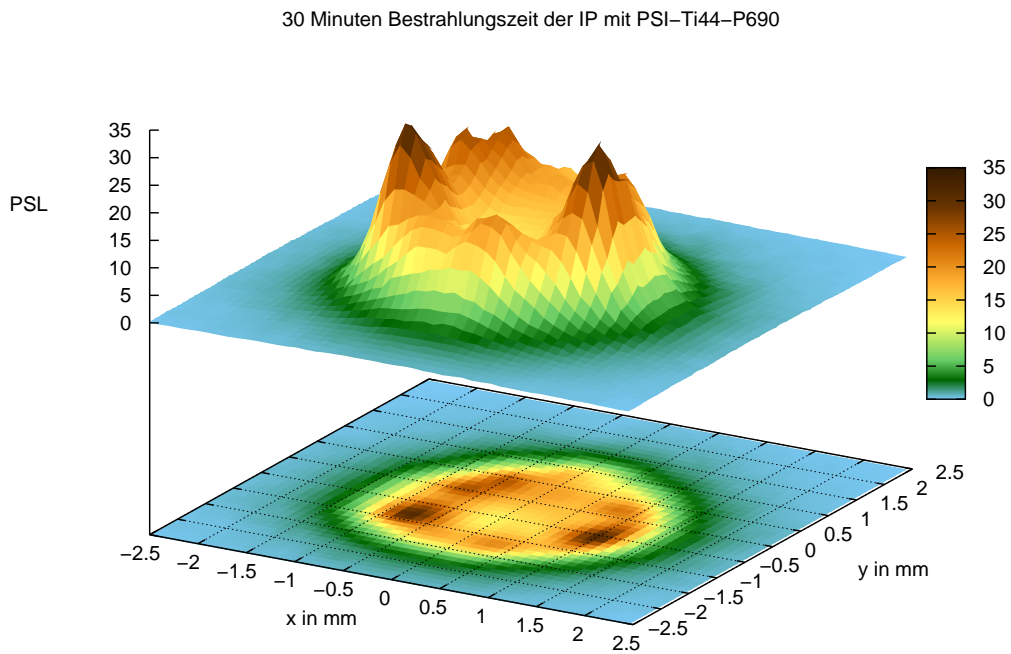


Abbildung B.8.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle P690 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

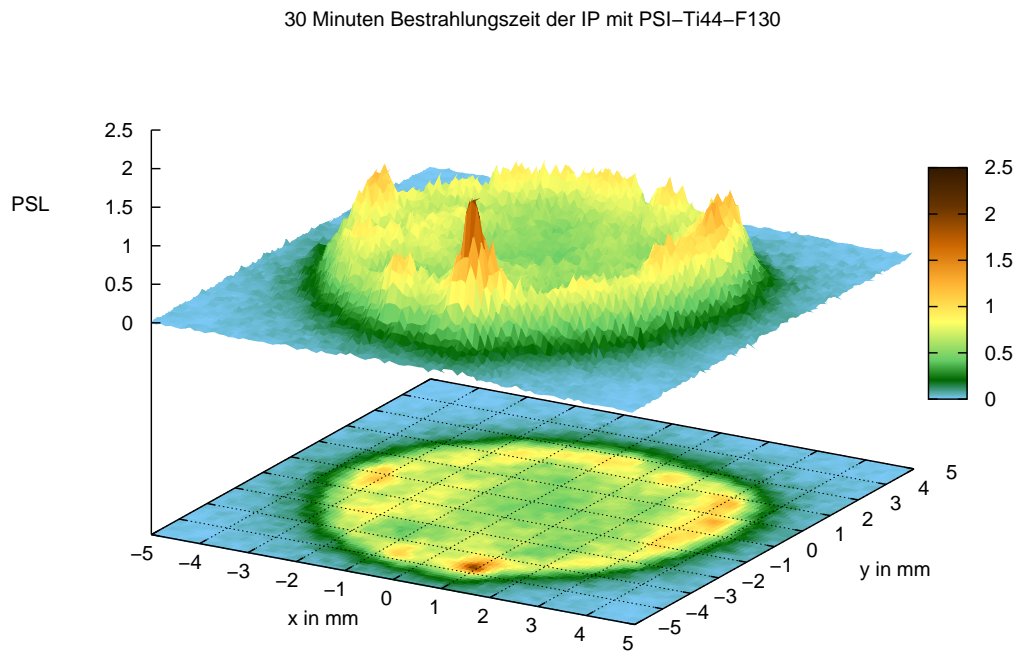


Abbildung B.9.: Aufnahme der ^{44}Ti -Flächenquelle F130 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

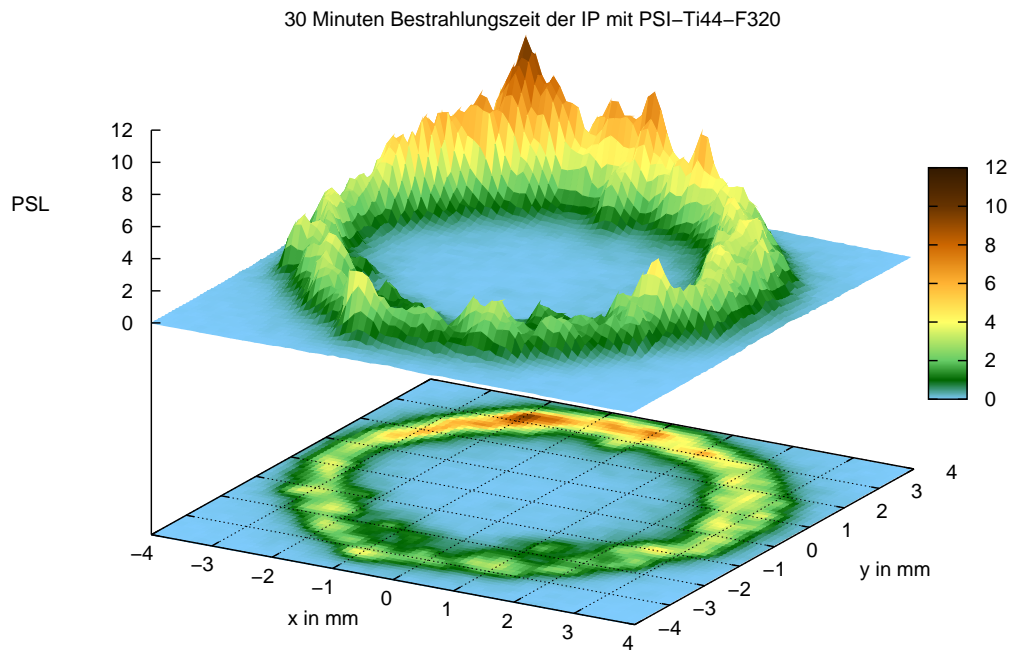


Abbildung B.10.: Aufnahme der ^{44}Ti -Flächenquelle F320 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

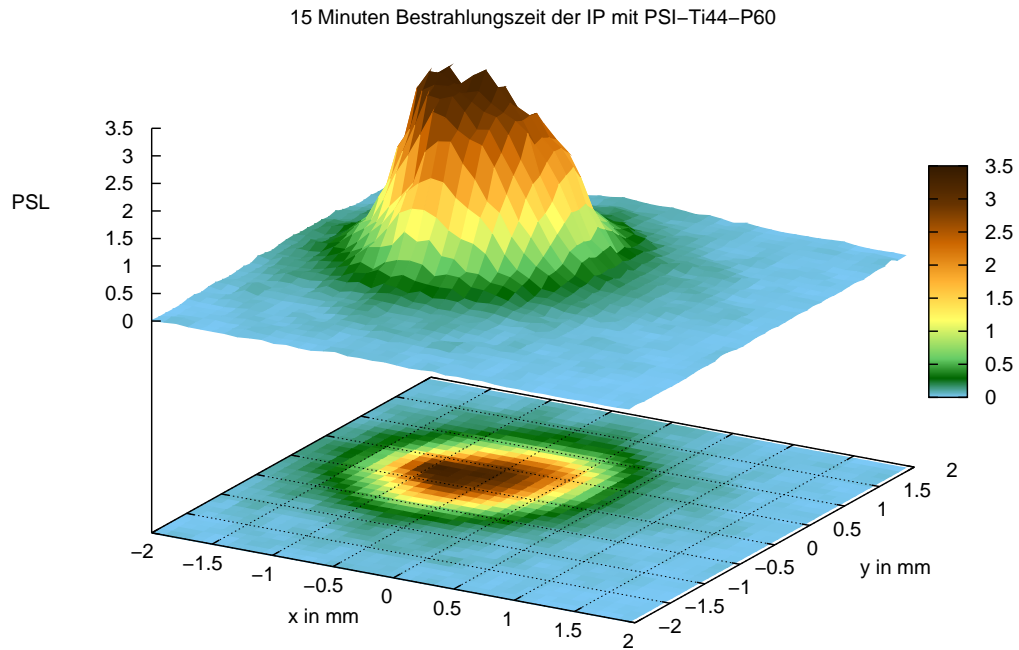


Abbildung B.11.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle P60 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 15 Minuten.

Bestrahlungszeit In diesem Abschnitt wird beschrieben, dass die PSL-Werte mit zunehmender Bestrahlungszeit anwachsen. Dazu wurden von der P60-Quelle drei verschiedene Aufnahmen erstellt, mit einer Bestrahlungszeit in Abb. B.11 von 15, in Abb. B.12 von 30 und in Abb. B.13 von 60 Minuten.

Es ist ein linearer Zusammenhang zwischen der Bestrahlungszeit und den Maxima der PSL zu erkennen. Das Auftragen dieser Maxima in Abhängigkeit von der Bestrahlungszeit ergibt den linearen Zusammenhang in Abb. B.14.

Die gespeicherte Strahlungsenergie der Punktquellen ist demnach zur Bestrahlungszeit direkt proportional.

Die Genauigkeit des Koordinatensystems Um zu bestimmen, wie genau der Koordinatenursprung auf die Mitte des Quellenträgers gelegt werden kann, wurde die ^{44}Ti -Punktquelle P60 viermal aufgenommen. Die zugehörigen Plots sind in Abbildung B.15 zu finden.

Um die Diskrepanzen vergleichen zu können, soll hier die Position des Maximums dienen, da die Position der Projektion dieses Peaks auf der Grundfläche sehr gut abzulesen ist. Die Koordinaten, deren Mittelwerte und die Standardabweichung sind in Tab.B.2 aufgelistet.

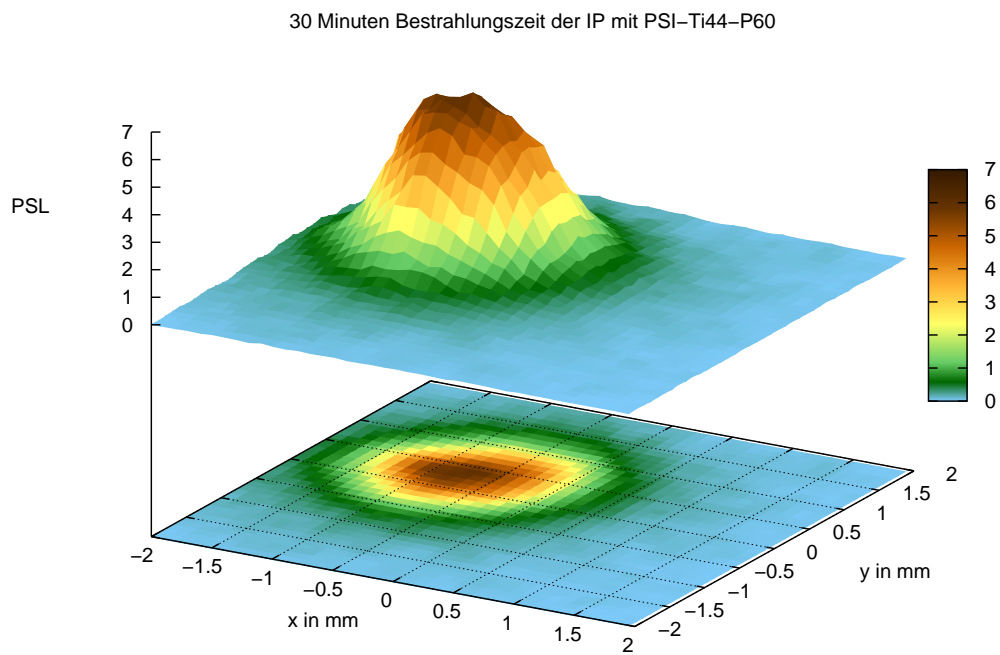


Abbildung B.12.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle P60 nach einer Bestrahlungszeit der IP von 30 Minuten.

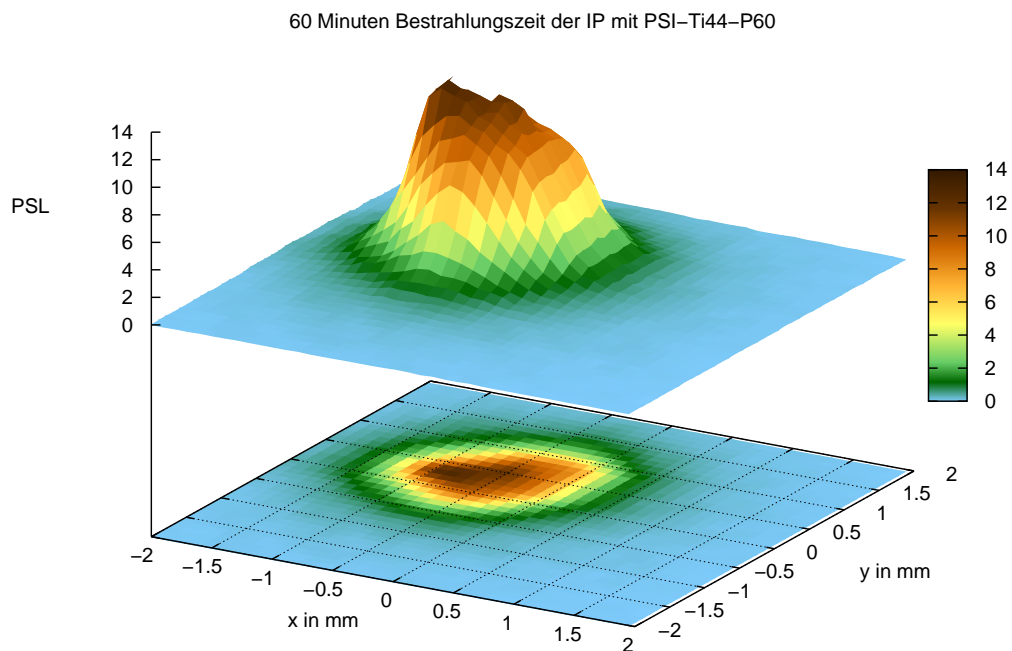


Abbildung B.13.: Aufnahme der ^{44}Ti -Punktquelle nach einer Bestrahlungszeit der IP von 60 Minuten.

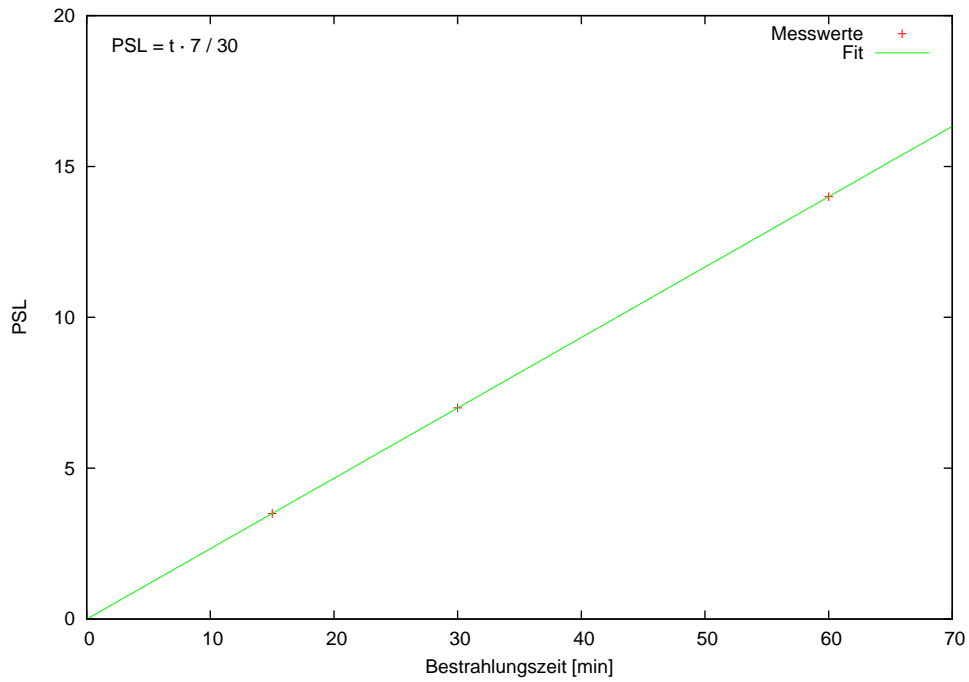


Abbildung B.14.: Maxima der Aufnahmen der ^{44}Ti -Punktquelle P60 in Abhängigkeit von der Bestrahlungszeit, es entsteht eine Ursprungsgerade.

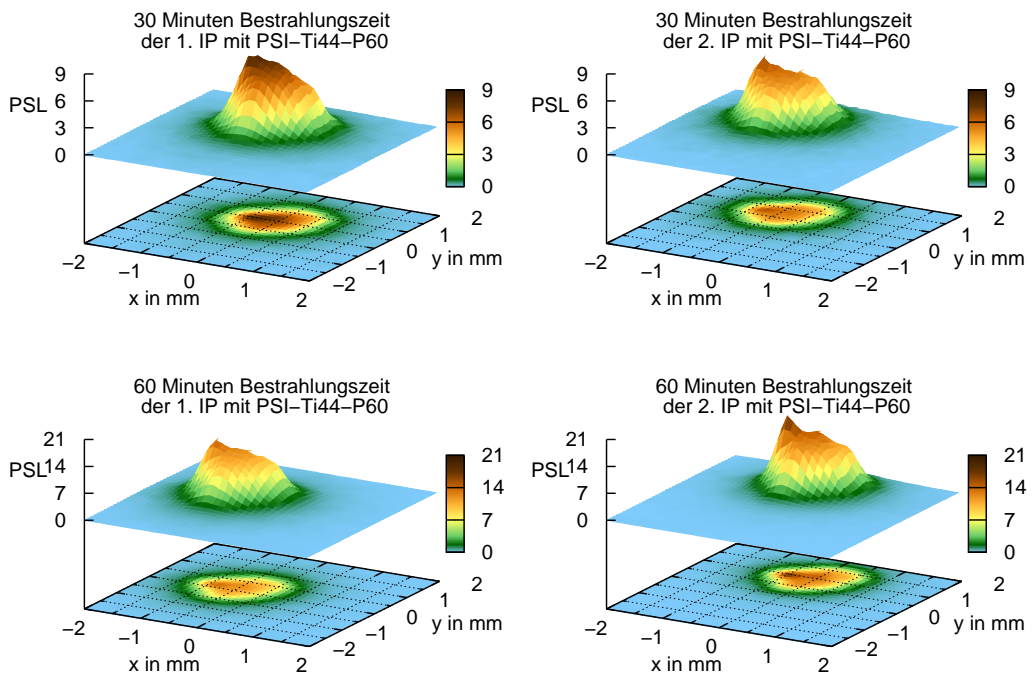


Abbildung B.15.: Um die Genauigkeit des Koordinatensystems zu untersuchen, wurden die Maxima der Aufnahmen der ^{44}Ti -Punktquelle P60 verglichen.

Tabelle B.2.: Koordinaten des Maximums der gespeicherten Energie, wobei der Mittelpunkt des Quellträgers bei $x = 0$ und $y = 0$ liegt.

Aufnahme mit der P60-Quelle Bestrahlung	Koordinaten des Maximums		Entfernung vom Koordinatenursprung
	x [mm]	y [mm]	r [mm]
30 min der 1. IP	0,55	-0,40	0,71
30 min der 2. IP	1,00	-0,45	1,06
60 min der 1. IP	0,20	-0,85	0,91
60 min der 2. IP	0,80	-0,70	1,03
Mittelwert	0,6	-0,60	0,93
Standardabweichung	0,3	0,21	0,16

Die Standardabweichung wurde nach

$$x_{\text{KS}} = \sqrt{\frac{\sum_n (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (\text{B.2})$$

(analog y und r) berechnet und entspricht der Ungenauigkeit des Koordinatensystems. Die Diskrepanzen zwischen den einzelnen Aufnahmen sind kleiner als ein Millimeter und die Standardabweichung ist kleiner als 0,34 mm (also bei 50 μm /Pixel kleiner als 7 Pixel).

Diese Diskrepanzen sind trotz sorgfältigem Arbeiten folgendermaßen begründet. Einerseits kam es zu Translation. Wenn die Quelle auf die IP gelegt wird, können ihre Ränder nicht immer exakt aufeinander ausgerichtet werden. Hinzu kommt, dass beim Ausschneiden der Daten im Programm ImageJ der Rand der IP nur auf 3 Pixel genau erkannt werden kann. Abbildung B.16 zeigt den Rahmen im Programm ImageJ, mit welchem die Aufnahme zugeschnitten wird.

Andererseits kam es zu Rotation. Die Ränder des Quellenetiketts können nicht exakt parallel zu den Rändern der IP ausgerichtet werden.

Niveaulinie der Aktivität auf dem Quellträger Die Quelle PSI-Ti44-P60 ähnelt einer Punktquelle am meisten, was z. B. aus Abb. B.6 hervorgeht. Es ist möglich, die dort dargestellte Form etwas genauer zu charakterisieren. Eine Möglichkeit besteht darin, Gaußfunktionen über den Peak zu legen.

Dies wurde für alle vier Aufnahmen gemacht, die in Abb. B.15 zu finden sind. Dafür wurden aus jeder Aufnahme die PSL-Werte parallel zur x - und y -Achse entnommen, welche durch die Maxima aus Tab. B.2 vorgegeben sind. Damit können je Aufnahme zwei senkrecht zueinander verlaufende Niveaulinien dargestellt werden, die sich im Maximum der Aktivitätsverteilung schneiden. Für eine bessere Charakterisierung wurde dazu jeweils

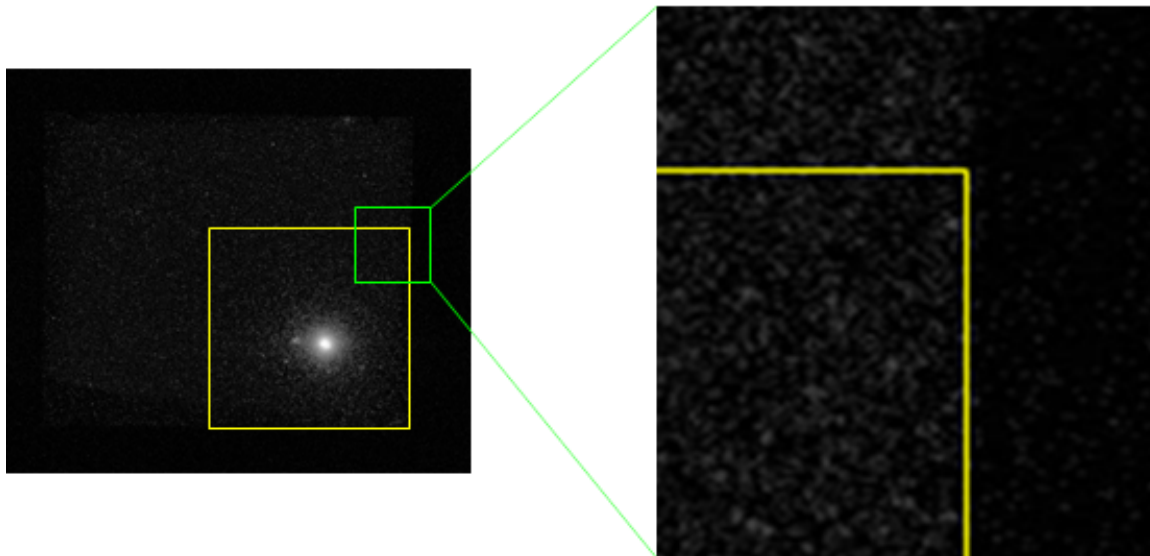


Abbildung B.16.: Bei der Positionierung des Rahmens im Programm ImageJ ist die Grenze zwischen der IP (mit helleren Punkten) und der Umgebung (nur schwarz) nicht exakt zu ermitteln.

eine Gaußfunktion gefittet. Diese bietet die Möglichkeit die Halbwertsbreite als charakteristische Vergleichsgröße zu entnehmen. Dargestellt ist dies in Abb. B.17.

Die Gaußfunktionen wurden mit dem Programm gnuplot gefittet, welches durch Iteration die Fitparameter

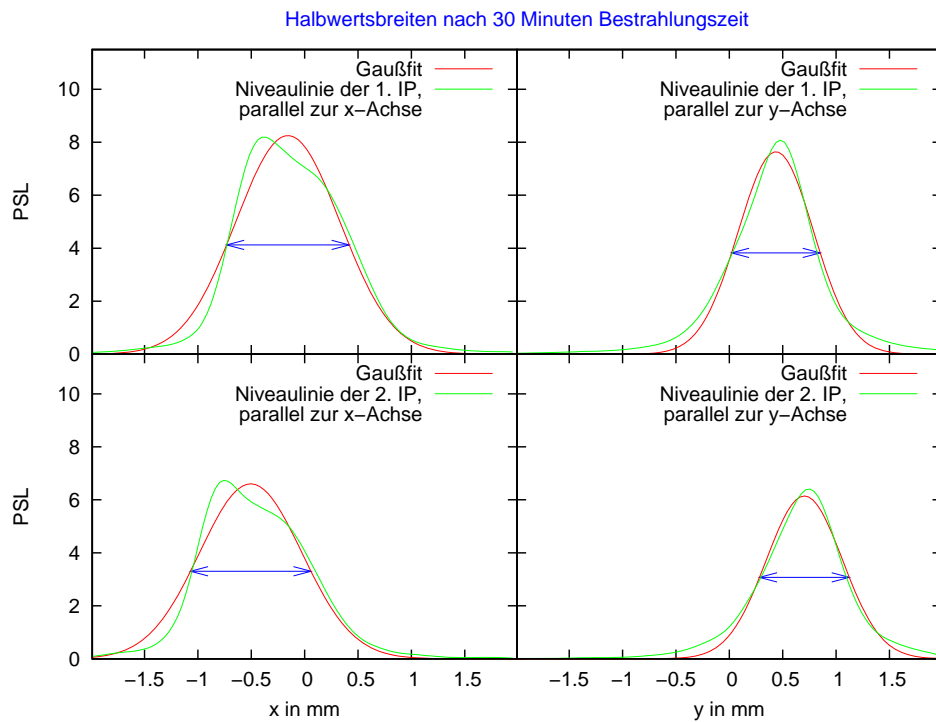
- a = maximale Amplitude
- μ = Abzissenwert des Maximums
- h = Halbwertsbreite

immer weiter verbessert, sodass letztendlich die Funktion

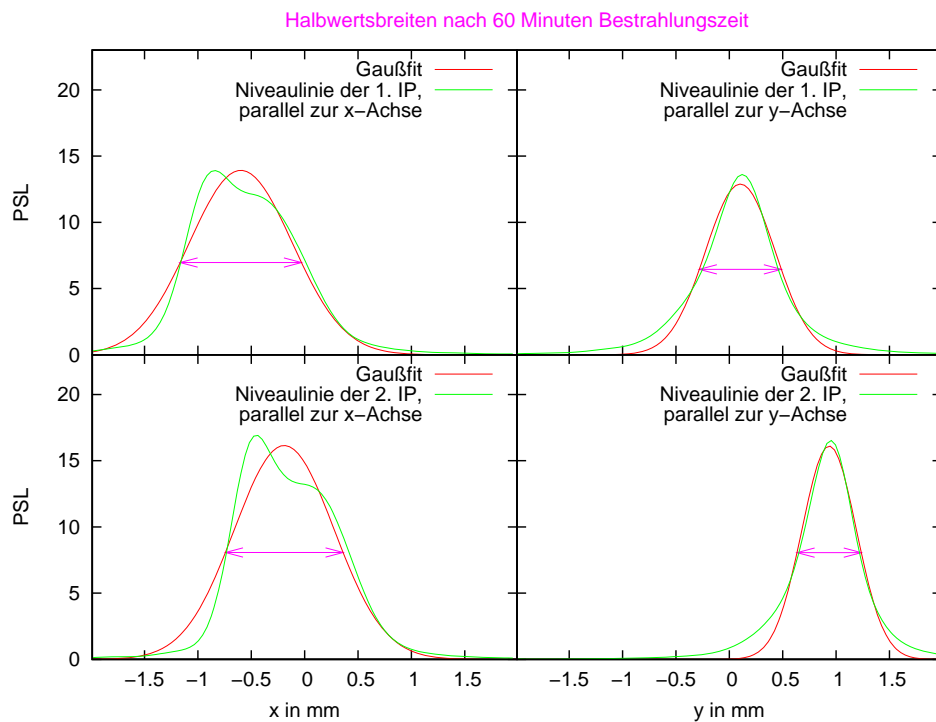
$$f(x) = a \cdot \exp\left(\frac{-4 \cdot \ln(2) \cdot (x - m)^2}{h^2}\right) \quad (\text{B.3})$$

der jeweiligen Niveaulinie am besten angenähert ist. Durch die jeweilige Fitfunktion können auch die zugehörigen Halbwertsbreiten h entnommen werden. Sie sind in Tab.B.3 zu finden. Die Unsicherheiten folgen aus den Standardfehlern, welche beim Fitten auftreten.

Es ist zu erkennen, dass alle Halbwertsbreiten der Aktivitätsverteilung nur innerhalb eines halben Millimeters schwanken. Bei den Höhenlinien parallel zur x -Achse liegen die Halbwertsbreiten sogar nur zwischen 1,10 und 1,15 mm, parallel zur y -Achse zwischen 0,60 und 0,84 mm. Somit ist die Quelle etwas mehr in x - als in y -Richtung ausgelehnt.



(a) Aufnahmen der P60-Quelle nach einer Bestrahlungszeit von 30 Minuten.



(b) Aufnahmen der P60-Quelle nach einer Bestrahlungszeit von 60 Minuten.

Abbildung B.17.: Zu den Niveaulinien wurden Gaußfunktionen gefitteten, aus welchen sich die charakterisierenden Halbwertsbreiten der Aktivitätsverteilungen in Abb. B.15 ermitteln lassen.

Tabelle B.3.: Eine Übersicht dieser Halbwertsbreiten der Punktquelle P60 nach den Bestrahlungszeiten von 30 und 60 Minuten zeigt Abb. B.18.

Aufnahme der P60-Quelle Bestrahlung	Halbwertsbreite [mm]			
	parallel zur x -Achse		parallel zur y -Achse	
30 min der 1. IP	1,149 ± 0,025	(2,2 %)	0,832 ± 0,016	(1,9 %)
30 min der 2. IP	1,13 ± 0,03	(2,7 %)	0,842 ± 0,015	(1,8 %)
60 min der 1. IP	1,14 ± 0,03	(2,6 %)	0,769 ± 0,016	(2,1 %)
60 min der 2. IP	1,10 ± 0,04	(3,6 %)	0,603 ± 0,015	(2,5 %)

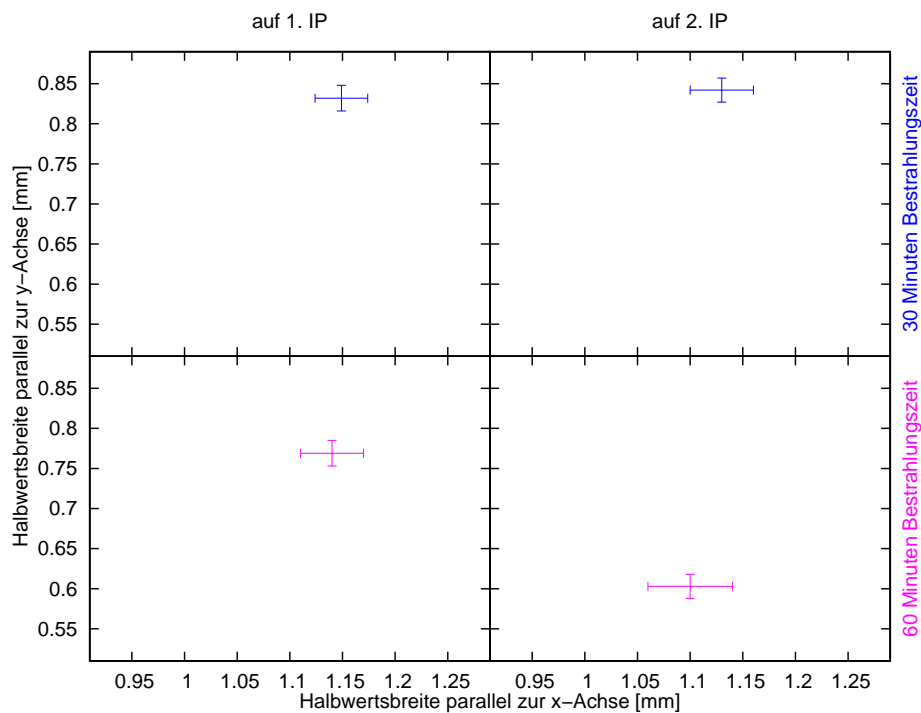


Abbildung B.18.: Die Werte dieser Halbwertsbreiten der Punktquelle mit einer Nennaktivität von 60 Bq nach einer Bestrahlungszeit von 30 und 60 Minuten sind in Tab. B.3 zu finden.

Weiter fällt auf, dass die Messabweichungen der Halbwertsbreiten bei den Höhenlinien parallel zur x -Achse ebenfalls größer sind. Dies liegt einerseits an den etwas größeren Halbwertsbreiten. Andererseits ist das Maximum der PSL, wie in Abb. B.15 zu erkennen ist, in y -Richtung weniger von der Quellmitte entfernt als in x -Richtung. Dies führt zu den größeren Abweichungen der gefitteten Funktionen in Abb. B.17 und vergrößert somit auch die Abweichung der Halbwertsbreiten.

Weiter ist abzulesen, dass auch die verschiedenen IPs unterschiedliche Halbwertsbreiten und zugehörige Messabweichungen haben. Jedoch sind dies nur geringe Unterschiede.

Eine zusätzliche Möglichkeit die Quelle etwas genauer zu charakterisieren, geht aus den Höhenlinien parallel zur x -Achse in Abb. B.17 hervor. Wenn die ^{44}Ti -haltige Lösung mit zwei Tropfen auf den Quellträger aufgebracht wurde, ist auch ein Fit mit zwei Gaußverteilungen denkbar.

Jedoch zeigt die Ringstruktur der Flächenquellen und auch die der Punktquelle mit einer Aktivität von ca. 690 Bq, dass sich vielmehr das ^{44}Ti am Rand der aufgetropften Lösung gesammelt hat.

Schwerpunkte der Flächenquellen Um die Flächenquellen genauer zu charakterisieren, sollen folgend ihre Schwerpunkte berechnet werden. Die Aufnahmen, aus denen sie bestimmt werden sollen, sind in Abb. B.19 dargestellt.

Die Koordinaten des Schwerpunkts berechnen sich nach

$$x_S = \frac{\sum_i x_i z_i}{\sum_i z_i} \quad \text{bzw.} \quad y_S = \frac{\sum_i y_i z_i}{\sum_i z_i}, \quad (\text{B.4})$$

wobei z dem jeweiligen PSL-Wert entspricht. Aus den Schwerpunkten für die erste und zweite IP wird dann der Mittelwert bestimmt. Die zugehörigen Abweichungen berechnen sich über

$$\Delta x_S = \sqrt{\left(\frac{x_S(1.\text{IP} + x_S(2.\text{IP}))}{2}\right)^2 + (x_{\text{KS}})^2} \quad (\text{B.5})$$

(analog Δy_S), wobei x_{KS} bzw. y_{KS} für die Ungenauigkeit des Koordinatensystems stehen und in Tab. B.2 zu finden sind. Die Ergebnisse sind in Tab. B.4 aufgelistet.

Die Aufnahmen der Flächenquelle F130 in Abb. B.19 zeigen, dass sich bei negativen y -Werten ein Maximum der inhomogenen Verteilung befindet. Dies ist dafür verantwortlich, dass auch die Mittelwerte in diese Richtung abweichen.

Bei der F320-Quelle sind die ^{44}Ti -Teilchen ringförmig verteilt und zeigen bei negativen x - und positiven y -Werten ein Maximum. Die Koordinaten des Schwerpunkts sind ebenfalls gleichmäßig in Richtung des größten Peaks verschoben.

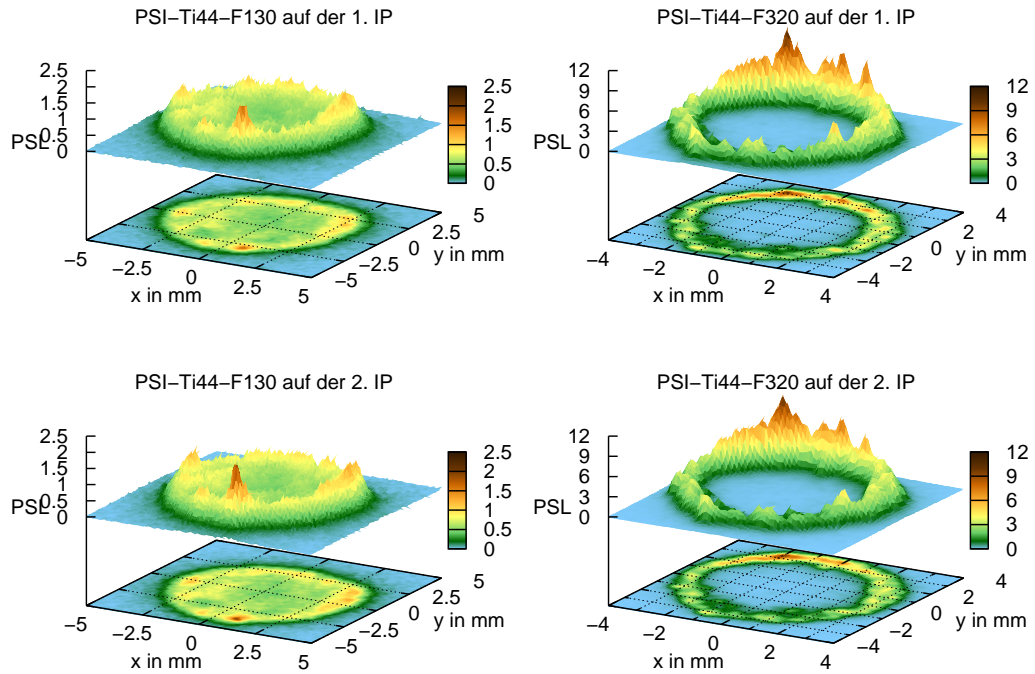


Abbildung B.19.: Zur Bestimmung ihrer Schwerpunkte wurden die ^{44}Ti -Flächenquellen F130 und F320 für je 30 Minuten auf zwei IPs gelegt.

Tabelle B.4.: Koordinaten der Schwerpunkte der Flächenquellen.

Quelle	PSI-Ti44-F130		PSI-Ti44-F320	
	x_S [mm]	y_S [mm]	x_S [mm]	y_S [mm]
Mittelwert	0,0	-0,1	-0,1	0,7
Abweichung	0,4	0,5	0,3	0,3

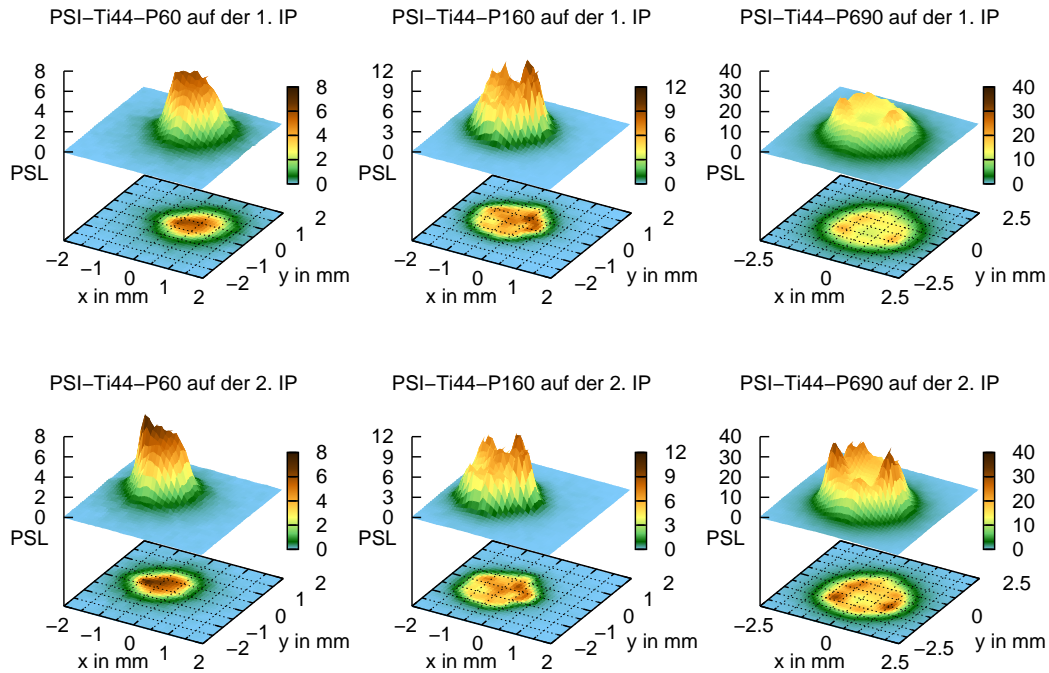


Abbildung B.20.: Zur Bestimmung ihrer Schwerpunkte wurden die ^{44}Ti -Punktquellen P60, P160 und P690 für je 30 Minuten auf zwei IPs gelegt.

Tabelle B.5.: Koordinaten der Schwerpunkte der Punktquellen.

Quelle	PSI-Ti44-P60		PSI-Ti44-P160		PSI-Ti44-F690	
	x_s [mm]	y_s [mm]	x_s [mm]	y_s [mm]	x_s [mm]	y_s [mm]
Mittelwert	0,0	0,26	-0,4	0,0	0,1	-0,18
Abweichung	0,6	0,22	0,3	0,3	0,3	0,25

Auch hier resultieren die Abweichungen aus Translations- und Rotationsabweichungen beim Positionieren der Quelle auf der IP. Insgesamt liegen die Schwerpunkte der Flächenquellen nicht weiter als ein Millimeter vom Quellenmittelpunkt entfernt.

Schwerpunkte der Punktquellen Analog wurden auch für die Punktquellen die Schwerpunkte ermittelt. Dabei ergeben sich auch hier die sechs Aufnahmen in Abb. B.20 und die zugehörigen Koordinaten der Schwerpunkte in Tab. B.5.

B.5. Kalibrierung

Ziel dieses Abschnitts ist es, die Aktivität der vorliegenden ^{44}Ti -Quellen absolut zu bestimmen. Dazu soll zunächst der Versuchsaufbau beschrieben werden. Anschließend wird

Tabelle B.6.: Zur Kalibrierung der Nachweiswahrscheinlichkeit verwendete punktförmige Kalibrierpräparate.

Hersteller	ID-Nr.	Lfd. Nr.	Quell-Nr.	Nuklid	$A \pm 1\sigma$ [kBq] (Ref. Datum)	$A \pm 1\sigma$ (1.1.2010)
Amersham	3497	67	NU 157	^{60}Co	$41,9 \pm 0,6$ (1.11.05)	$24,2 \pm 0,3$
PTB	3396	32	2004-1816	^{137}Cs	$11,3 \pm 0,06$ (1.1.05)	$10,07 \pm 0,06$
PTB	3394	30	2004-1862	^{60}Co	$9,12 \pm 0,04$ (1.1.05)	$4,73 \pm 0,02$
PTB	n.g.	n.g.	2008-1157	^{88}Y	$41,8 \pm 0,25$ (1.7.08)	$1,18 \pm 0,08$

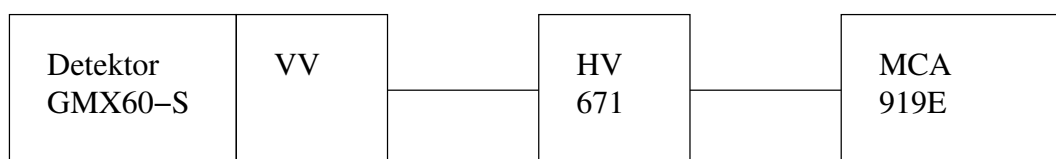


Abbildung B.21.: Schematischer Messaufbau für Messung der Gammaenergien.

die Kalibrierung der Energie durchgeführt und eine Positionsabhängigkeit untersucht, bevor sich die Berechnung der Effizienz in Abhängigkeit von der Energie anschließt. Damit kann (nach Berücksichtigung von Summationseffekten) abschließend die Aktivität der fünf Titanquellen ermittelt werden.

B.5.1. Kalibrierpräparate

Neben den fünf Titanquellen kamen noch punktförmige Kalibrierpräparate, eins der Firma Amersham und drei der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt aus Tab. B.6 hinzu.

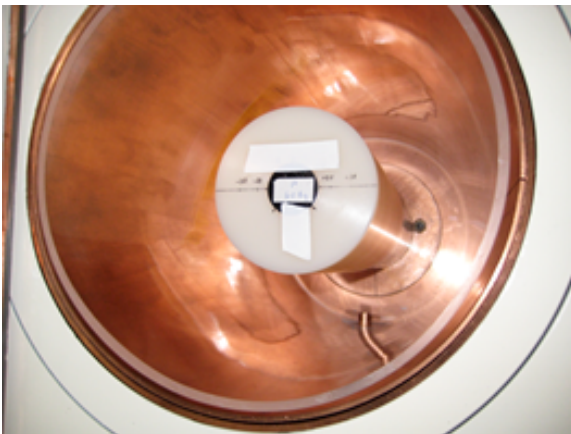
Aus den Referenzdaten ergibt sich die relative $1\text{-}\sigma$ -Abweichung der besten Kalibrierquelle zu

$$\Delta A_{\text{kal}} = 0,4\% \quad (\text{B.6})$$

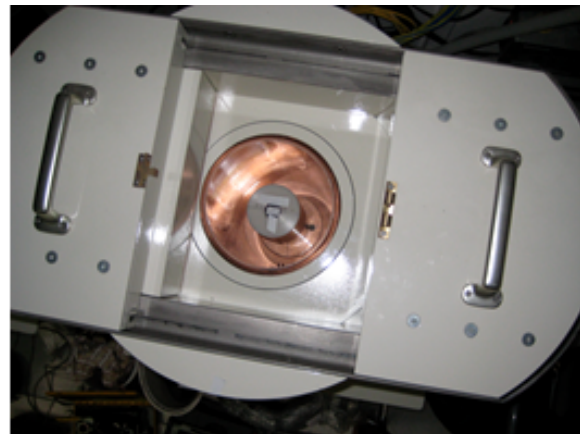
B.5.2. Messaufbau am HZDR

Die Messungen der Gammaenergien wurden mit einem HPGe-Detektor von ORTEC mit der Modellnummer GMX60-S aufgenommen, welcher mit einer Vorspannung von +4500 Volt arbeitete. Als Hauptverstärker (HV) diente ein ORTEC 671. Dieser war wiederum mit dem Vielkanalanalysator (MCA, Multi Channel Analyser) 919E verbunden. Abb. B.21 bietet einen schematischen Überblick.

Sowohl die ^{44}Ti -Quellen als auch die Kalibrierpräparate wurden auf einen 16 cm hohen Quellträger mit 9 cm Durchmesser über dem Detektor positioniert. Der Detektor befindet sich dabei in einer Bleiburg, die an einen Stickstoffabdampfer angeschlossen ist. Das Mess-



(a) Blick auf den Quellhalter mit Quelle im Inneren der Bleiburg.



(b) Die offene Bleiburg lässt sich vor der Messung schließen.

Abbildung B.22.: Der Innenraum (a) der Bleiburg wird nach dem Schließen der Oberseite (b) mit Stickstoff geflutet, um den Untergrund zu reduzieren.

Tabelle B.7.: Daten für Energiekalibrierung des γ -Detektors.

Nuklid	Kanal	γ -Energie [keV]	aus
^{60}Co	5 299	$1\,332,49 \pm 0,004$	[Tul03]
	4 663	$1\,173,23 \pm 0,003$	[Tul03]
^{137}Cs	2 615	$661,66 \pm 0,003$	[BT07]
^{88}Y	3 562	$898,04 \pm 0,003$	[MS05]
	7 312	$1\,836,06 \pm 0,012$	[MS05]

gerät ist unten in der Bleiburg verankert. Den Quellenträger in Abb. B.22(a) und die zu messenden Proben können von oben in die Bleiburg eingebracht werden, was Abb. B.22(b) verdeutlicht.

Aus den Messungen ergeben sich mit dem Vielkanalanalysator je Kanal eine bestimmte Zählrate. Die Breite der Kanäle wurde dabei so gewählt, dass das gesamte hier interessierende Spektrum sichtbar wurde und eine gute Auflösung vorlag. Bei den Messungen betrug die Totzeit gemäß Angabe des 919E maximal 0,2% der Realtime.

B.5.3. Energiekalibrierung

Um den Messkanälen eine Energie zuzuordnen, wurden zunächst die Gammaskpektren in Abb. B.23 aufgenommen.

Da die Vollenergielinien dieser drei Quellen bekannt sind, konnte mit Hilfe der Tab. B.7 der lineare Zusammenhang zwischen Kanalnummer K und Energie E in Abb. B.24 bestimmt werden.

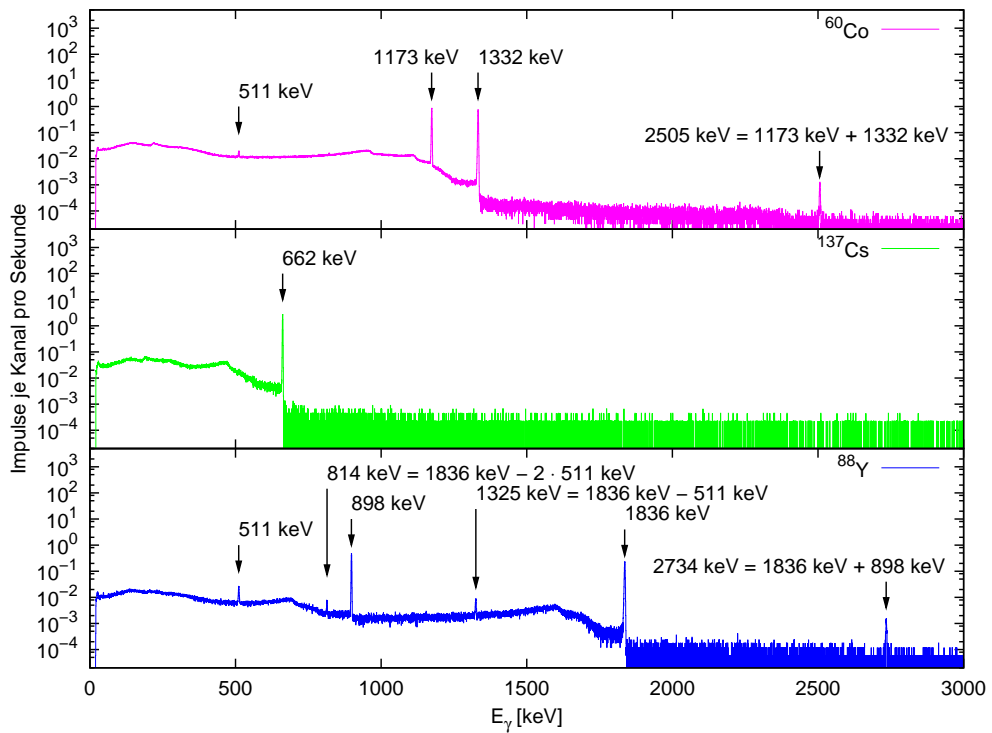


Abbildung B.23.: Gammaspectren der Kalibrierpräparate ^{60}Co , ^{137}Cs und ^{88}Y .

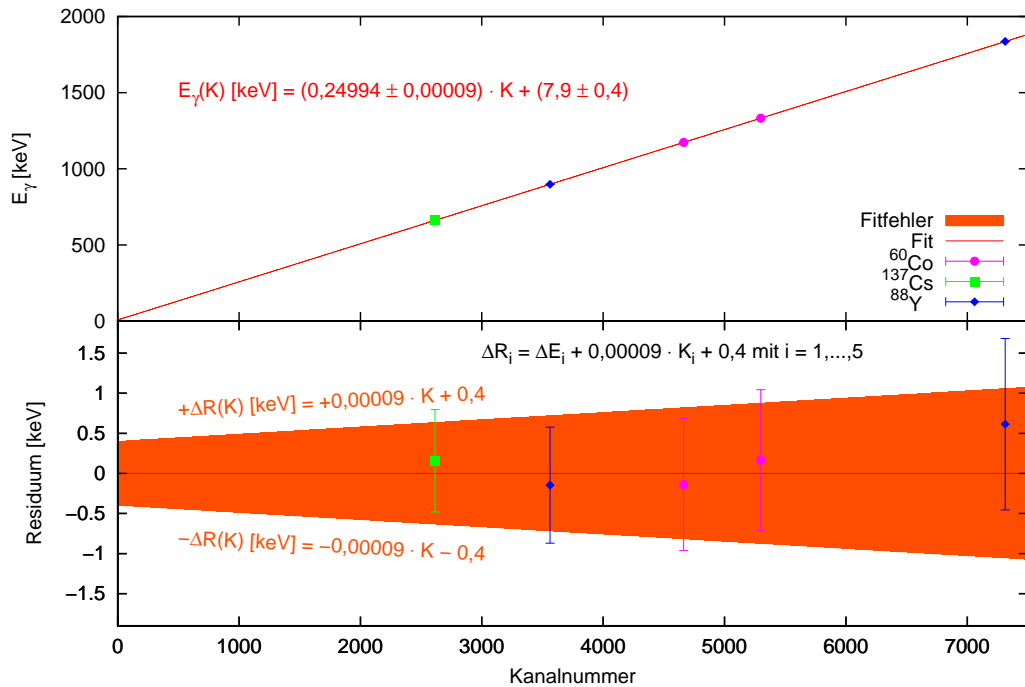


Abbildung B.24.: Neben der Kalibrierkurve, mit welcher jedem Kanal eine Energie zugeordnet werden kann, ist auch das Residuum dargestellt. Als Grundlage dienen die Vollenergielinien von ^{60}Co , ^{137}Cs und ^{88}Y .

Tabelle B.8.: Für die Untersuchung der Positionsabhängigkeit wurde eine Quelle in verschiedenen Abständen vom Mittelpunkt des Quellhalters ausgemessen.

Position [mm]	Messzeit [s]	Linienfläche bei 1173 keV	Linienfläche bei 1333 keV	Rate in beiden Linien [s ⁻¹]	Anteil an der 0-Position
-30	586,20	23 309	21 557	76,5 ± 0,4	(97,4 ± 0,4) %
-10	521,84	21 090	19 677	78,1 ± 0,4	(99,4 ± 0,4) %
-5	532,78	21 745	20 087	78,5 ± 0,4	(99,9 ± 0,4) %
0	2 363,72	96 394	89 342	78,58 ± 0,18	100 %
5	520,54	21 111	20 002	79,0 ± 0,4	(100,5 ± 0,4) %
10	536,22	22 229	20 176	79,1 ± 0,4	(100,7 ± 0,4) %
30	564,44	22 288	20 584	76,0 ± 0,4	(96,7 ± 0,4) %

Dazu wurde die Energie über der Kanalnummer aufgetragen und eine lineare Funktion gefittet. Diese lautet mit eingesetzten Parametern

$$\frac{E_\gamma(K)}{\text{keV}} = (0,24994 \pm 0,00009) \cdot K + (7,9 \pm 0,4), \quad (\text{B.7})$$

wobei $E_\gamma(K)$ für die kanalabhängige Energie und K für die Kanalnummer steht.

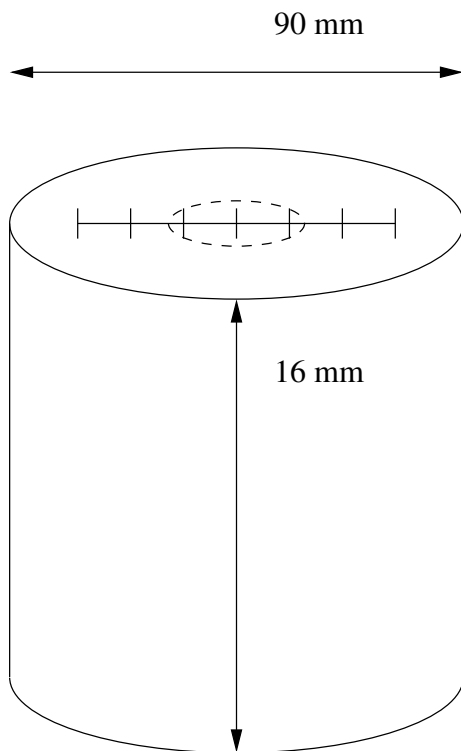
Bei allen Gammaspektren wurde bereits die Kanalnummer durch die Energie in keV ersetzt. Jedoch ist darauf zu achten, dass die Berechnungen der folgenden Abschnitte mit den Kanalnummern erfolgt.

B.5.4. Positionsabhängigkeit

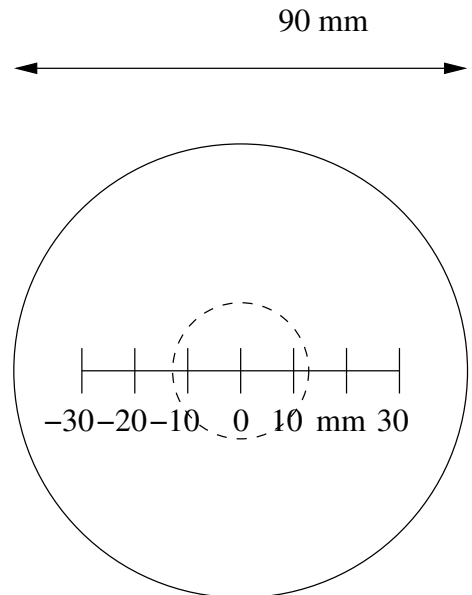
Um zu untersuchen, welche Abweichungen sich ergeben, wenn eine Quelle auf dem Quellträger nicht genau mittig aufgelegt wird, wurde die Co-Quelle von Amersham (Nu 157) auf den in Tab. B.8 aufgezählten Positionen ausgemessen, welche in Abb.B.25 dargestellt sind.

Um die Positionsabhängigkeit der Titanquellen zu untersuchen, muss beachtet werden, dass die aktive Fläche auf den Quellträgern eine Ausdehnung von 5 mm hat. Dies ist z. B. an der Aufnahme der Quelle PSI-Ti44-F130 in Abb. B.9 zu erkennen.

Aus Tab. B.8 ist zu entnehmen, dass bei der Position -5 mm noch $(99,9 \pm 0,4)$ % von der Zählrate der 0-Position gemessen wird. Dies entspricht einem Zählratenverlust von $(0,1 \pm 0,4)$ %. Bei der Position $+5$ mm beträgt nach Tab. B.8 die Differenz $(0,5 \pm 0,4)$ %. Um eine realistische Abschätzung der experimentellen Messabweichung zu bekommen, kommt zu der größten Differenz von $0,5$ % noch eine Ungenauigkeit von $0,2$ % für die Ungenauigkeit des Koordinatensystems hinzu. Damit beträgt die experimentelle Messabweichung $0,7$ %.



(a) Skizze des Probenhalters von der Seite.



(b) Skizze des Probenhalters von oben.

Abbildung B.25.: Um die Positionen des Quellträgers auf dem Detektor zu verdeutlichen, ist vom Probenhalter in (a) die Seitenansicht und in (b) die Deckfläche skizziert.

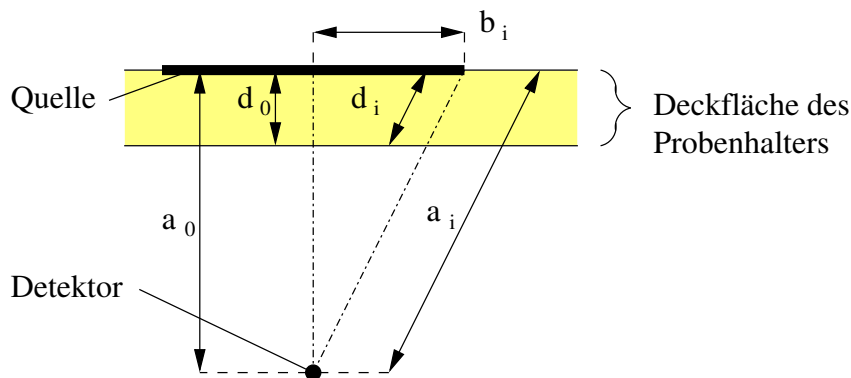


Abbildung B.26.: Das vereinfachte Schema der Abstände zwischen Quelle und Detektor ist nicht maßstabsgerecht.

Im folgenden soll die Positionsabhängigkeit theoretisch betrachtet werden. Dazu führt Abb. B.26 die Bezeichnungen der Abstände ein.

An der Position $b_i = 0$ ist der Probenhalter $d_0 = 0,5$ mm dick. Findet die Emission eines γ -Quants im Abstand $b_i = 5$ mm vom Quellmittelpunkt statt, muss das Quant eine Dicke von

$$d_i = \frac{d_0}{\cos(b_i/a_0)} = \frac{5 \text{ mm}}{\cos(5/160)} = 5,002 \text{ mm} \quad (\text{B.8})$$

überwinden, d.h. einen 0,04 % längeren Weg zurücklegen. Dies bedeutet, dass die resultierende Abschwächung und somit die Deckfläche des Probenhalters vernachlässigt werden kann.

Unter der Annahme eines quadratischen Abstandsgesetzes, beträgt die Impulsrate bei $b_i = 0$

$$Z(a_0) = \frac{Z_0}{a_0^2}, \quad (\text{B.9})$$

wobei Z_0 die Impulsrate direkt an der Quelle ist. An der Position b_i gilt somit allgemein

$$Z(a_i) = \frac{Z_0}{a_i^2} = \frac{Z_0}{a_0^2 + b_i^2} \quad (\text{B.10})$$

Dies entspricht einem Anteil von

$$\alpha = \frac{Z(a_i)}{Z(a_0)} = \frac{a_0^2}{a_0^2 + b_i^2}. \quad (\text{B.11})$$

Werden die Höhe des Probenhalters $a_0 = 160$ mm und die horizontale Ausdehnung der Quelle von 5 mm eingesetzt, so ergibt sich ein Anteil von 99,9%. Dies stimmt mit dem experimentell ermittelten Anteil in Tab.B.8 bei -5 mm überein.

Das quadratische Abstandsgesetz und die experimentellen Messwerte sind in Abb.B.27

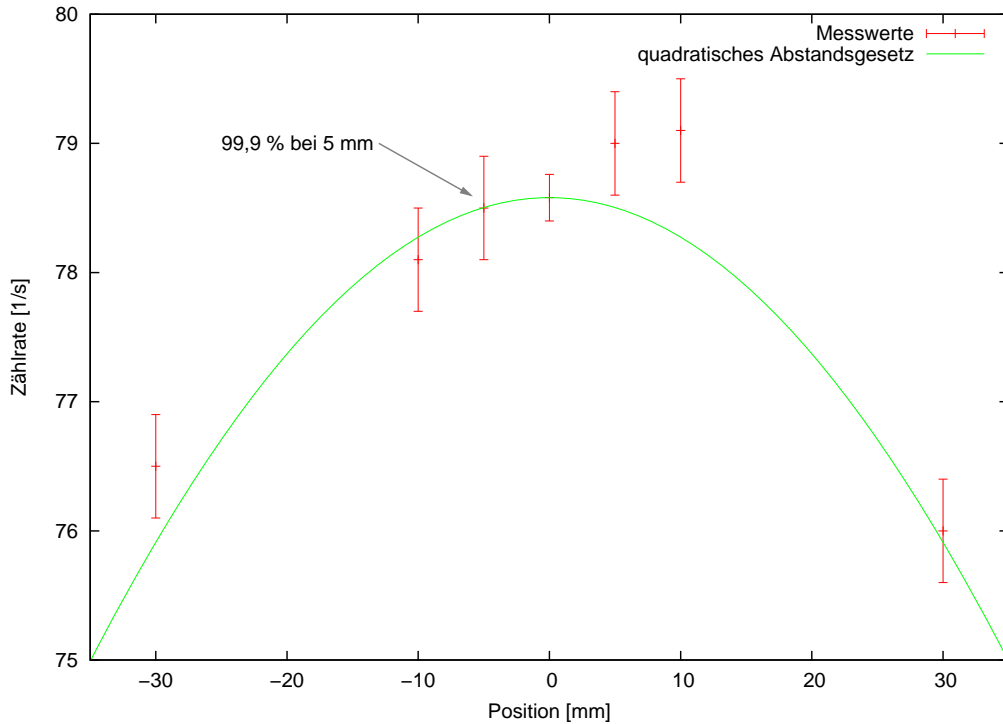


Abbildung B.27.: Die meisten Messwerte ergeben Zählraten, die durch das quadratische Abstandsgesetz vorhergesagt werden.

dargestellt.

Da die theoretische Abweichung kleiner ist als die experimentelle, gilt für die Messabweichung der Positionsabhängigkeit

$$\Delta A_{\text{pos}} = 0,7\%. \quad (\text{B.12})$$

B.5.5. Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit

Nachweiswahrscheinlichkeit bei den Vollenergielinien Um eine Beziehung zwischen der Aktivität der Quelle und der Fläche unter der Vollenergielinie des jeweiligen Spektrums zu finden, muss zunächst die energieabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit $\eta(E_\gamma)$ bestimmt werden.

Dazu müssen zuerst die Spektren so ausgewertet werden, wie es in Abschn. 2.4.4 beschrieben ist. Dann kann die Nachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der γ -Energie nach Abschn. 2.4.7 mit Gl. (2.103) berechnet werden. In Tab. B.9 sind die Daten der Abb. B.23 genutzten Ausgangswerte, einige Zwischenergebnisse und die Nachweiswahrscheinlichkeiten der Kalibrierpräparate zu finden.

Tabelle B.9.: Aus den Messwerten, die in Abb. B.23 dargestellt sind, können für jedes Nuklid zu den Vollenergielinien der Energie E_γ folgende Daten entnommen werden. Die Summe aller Impulse N_n im niederenergetischen Untergrund, der sich über n Kanäle erstreckt; der Gehalt N_g der g Kanäle breiten Vollenergielinie; die Summe aller Impulse N_h der h Kanäle im hochenergetischen Untergrund. Weiter können daraus die Linienfläche N_L und ihre Ungenauigkeit ΔN_L berechnet werden. Schließlich ergibt sich aus zusätzlich der Messzeit t , der Aktivität während der Messung $A(t_m)$ und der Emissionswahrscheinlichkeit $V(E_\gamma)$ die Nachweiswahrscheinlichkeit η und ihre Ungenauigkeit $\Delta\eta$.

Nuklid	E_γ [keV]	N_n	n	N_g	g	N_h	h
^{137}Cs	661,657	1 101	54	93 626	27	77	54
^{88}Y	898,042	1 266	33	69 051	33	907	33
^{60}Co	1 173,228	16 260	36	526 937	36	10 996	36
^{60}Co	1 332,492	3 812	50	476 217	50	640	50
^{88}Y	1 836,063	338	45	44 621	45	57	45
Nuklid	N_L	ΔN_L	t [s]	$A(t_m)$ [kBq]	$V(E_\gamma)$ [%]	η [10^{-3}]	$\Delta\eta$ [10^{-3}]
^{137}Cs	93 300	300	4 486,50	10,13	85,1	2,41	0,03
^{88}Y	68 000	300	16 761,02	2,16	93,7	2,00	0,03
^{60}Co	513 300	800	62 688,66	4,89	99,85	1,678	0,014
^{60}Co	474 000	700	62 688,66	4,89	99,9826	1,547	0,013
^{88}Y	44 400	200	16 761,02	2,16	99,2	1,240	0,020

Tabelle B.10.: Nach der Berücksichtigung von Summationseffekten ergeben sich korrigierte Nachweiswahrscheinlichkeiten zu den spezifischen γ -Energien der Kalibrierpräparate.

Nuklid	E_γ [keV]	η [10^{-3}]	$\Delta\eta$ [10^{-3}]	$\Delta\eta/\eta$ [%]
^{137}Cs	661,657	2,41	0,03	1,2
^{88}Y	898,042	2,02	0,03	1,4
^{60}Co	1 173,228	1,696	0,014	0,8
^{60}Co	1 332,492	1,564	0,013	0,7
^{88}Y	1 836,063	1,25	0,02	1,6

Einbeziehung von Summationseffekten In Abb. B.23 sind auch Summenlinien zu erkennen. Dies hat zur Folge, dass die Nachweiswahrscheinlichkeiten korrigiert werden müssen. Dies ist ausführlich in Abschn. 2.4.8 erläutert.

Hier soll jedoch zur Vereinfachung angenommen werden, dass die Emissionswahrscheinlichkeiten der beiden γ -Linien gleich sind und auch die totalen Nachweiswahrscheinlichkeiten von E_1 und E_2 übereinstimmen. Damit geht Gl. (2.111) in Gl. (2.108) über und nach dem Einsetzen der totalen Nachweiswahrscheinlichkeit nach Gl. (2.104) und der Anzahl der mit der Energie E_γ emittierten γ -Quanten nach Gl. (2.102) ergibt sich der Korrekturfaktor K für ^{60}Co zu

$$K = \frac{1}{1 - N_{\text{tot}}/(2At)}, \quad (\text{B.13})$$

wobei der Faktor 2 berücksichtigt, dass je Betazerfall zwei γ -Quanten emittiert werden. Das Einsetzen der gesamten im Spektrum aufgenommenen Impulse $N_{\text{tot}} = 6\,440\,349$, der Aktivität zum Messzeitpunkt $A = 4889\text{ Bq}$ und der Messzeit $t = 62\,688,66\text{ s}$ ergibt einen Korrekturfaktor von 1,1 %. D. h., die gemessenen Nachweiswahrscheinlichkeiten für ^{60}Co in Tab. B.9 sind um 1,1 % kleiner als die tatsächlichen Nachweiswahrscheinlichkeiten.

Auch beim Spektrum des ^{88}Y in Abb. B.23 ist eine Summenlinie bei 2734 keV zu erkennen. Da der Korrekturfaktor hier wesentlich schwieriger zu berechnen ist, soll er hier auf den Korrekturfaktor des ^{60}Co abgeschätzt werden. Aus dieser groben Abschätzung folgt eine durch die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten verursachte Messabweichung von

$$\Delta A_{\text{eff}} = \frac{1}{2} 1,1 \% = 0,55 \%. \quad (\text{B.14})$$

Die korrigierten Nachweiswahrscheinlichkeiten zeigt Tab. B.10.

Um einen Wert der Nachweiswahrscheinlichkeit bei der γ -Energie der ^{44}Sc -Linie von

1157,02 keV zu erhalten, muss mit den Werten in Tab. B.10 die Kalibrierfunktion

$$\eta(E_\gamma) = \exp \left[a + b \ln \frac{E_i}{E_\gamma} + c \left(\ln \frac{E_i}{E_\gamma} \right)^2 \right] \quad \text{mit } E_i = 1157,02 \text{ keV} \quad (\text{B.15})$$

gefittet werden, woraus sich die Parameter

$$a = -6,3684 \pm 0,0016 \quad (\text{B.16})$$

$$b = 0,561 \pm 0,005 \quad (\text{B.17})$$

$$c = -0,073 \pm 0,013 \quad (\text{B.18})$$

ergeben. Die Nachweiswahrscheinlichkeit bei 1157,02 keV ergibt sich dann aus

$$\eta(1157,02 \text{ keV}) = e^a = e^{-6,3684} = 0,0017149 \quad (\text{B.19})$$

wobei der relative Messabweichung der Nachweiswahrscheinlichkeit dem absoluten Fehler des Parameters a entspricht. Damit folgt für die Messabweichung, welche aus dem Fit resultiert

$$\Delta A_{\text{fit}} = \frac{\Delta \eta}{\eta} = 0,16 \%. \quad (\text{B.20})$$

Die Messwerte und die resultierende Fitfunktion zeigt Abb. B.28.

B.5.6. Ermittlung der Aktivitäten der Titanquellen

Aktivitäten ohne Beachtung von Summationseffekten Um die Aktivität der Kalibrierquellen zu bestimmen, kann in Gl. (4.1) die Aktivität

$$A = \frac{N_L}{\eta W_\gamma t} \quad (\text{B.21})$$

freigestellt werden, wobei N_L für den Linieninhalt, η für die Nachweiswahrscheinlichkeit, W_γ für die relative Emissionswahrscheinlichkeit und t für die Messzeit stehen. Die Spektren der fünf Titan-Quellen sind in Abb. B.29 dargestellt.

In allen fünf Spektren ist die γ -Linie der Vernichtungsstrahlung bei 511 keV und die Vollenergielinie des ^{44}Sc bei 1157,02 keV zu erkennen. Über letzteren wurden die Aktivitäten der Titanquellen in Tab. B.11 bestimmt. Jedoch sind noch Summationseffekte zu berücksichtigen, was Inhalt des nächsten Abschnitts ist.

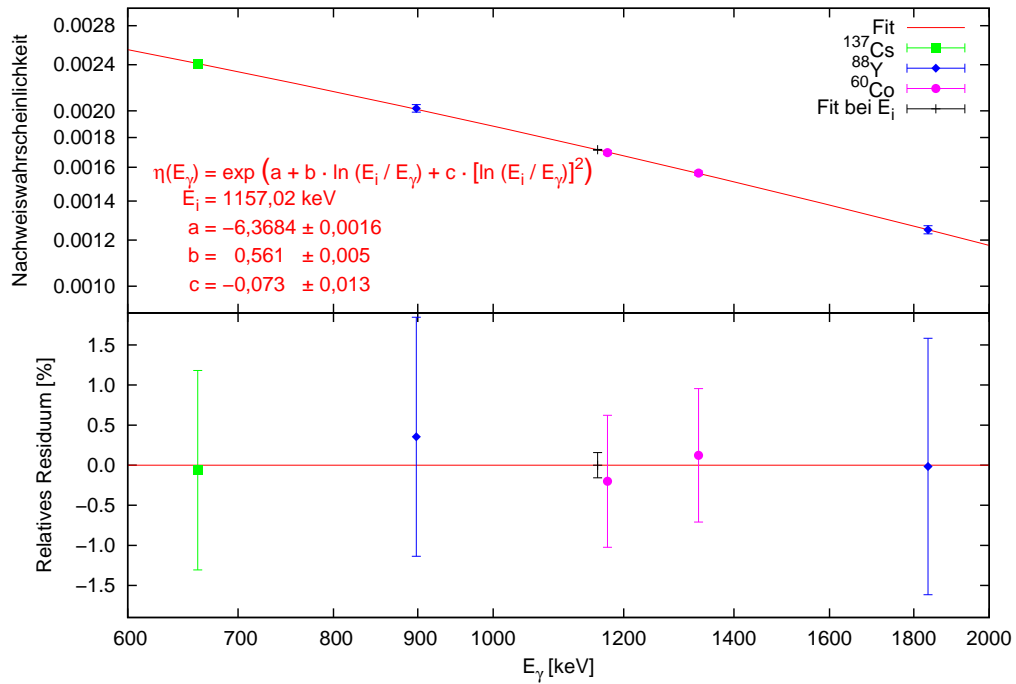
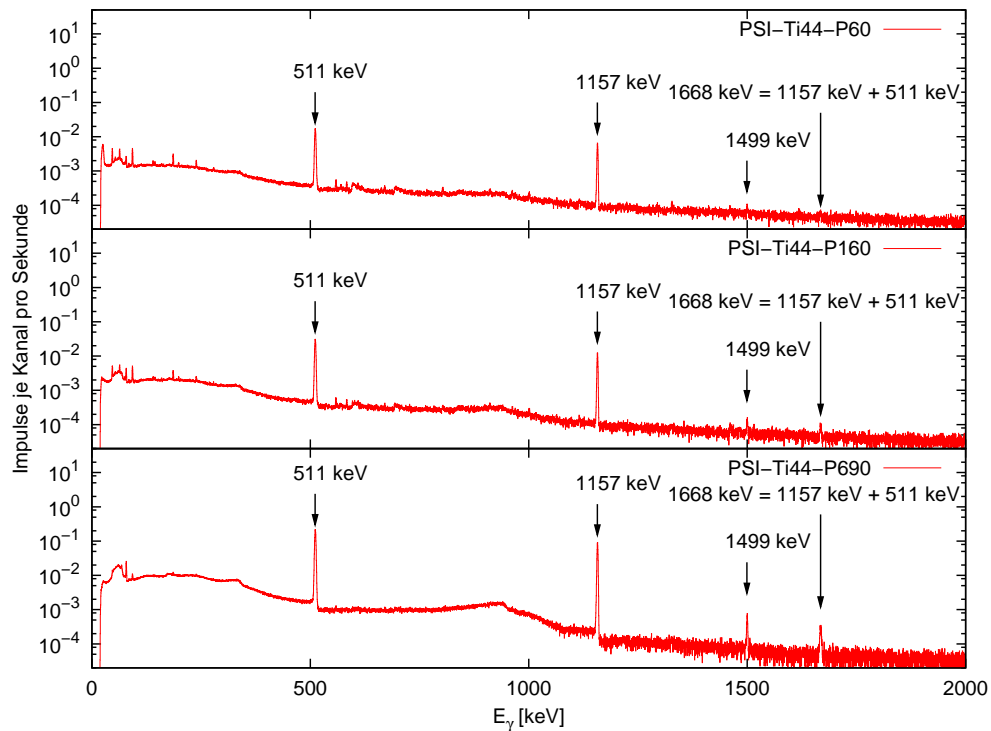


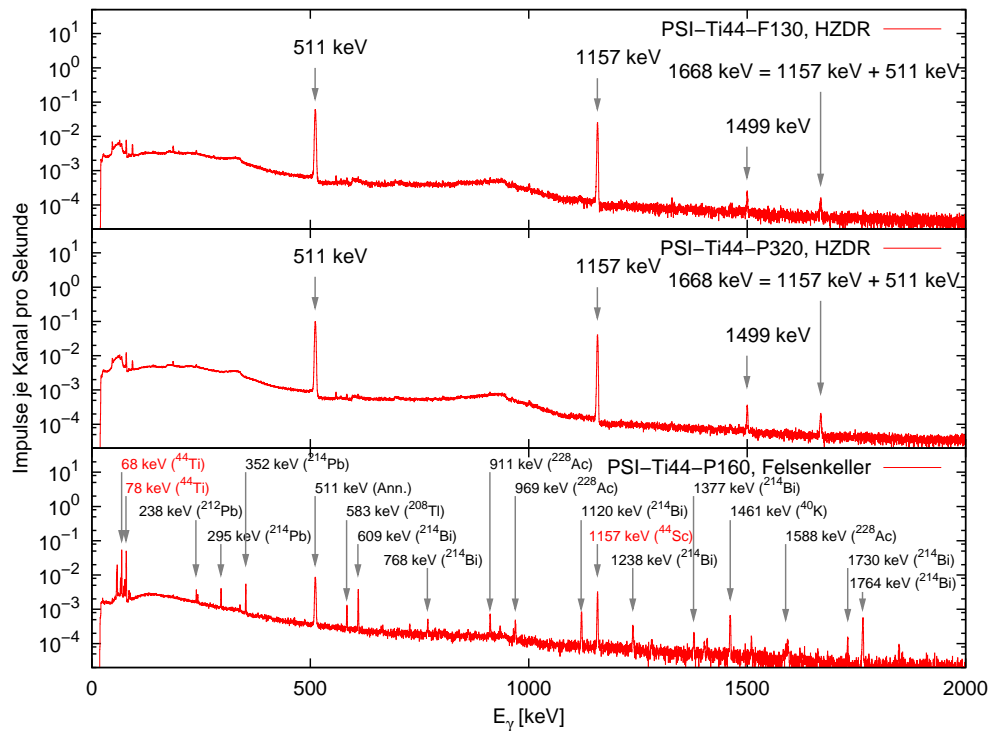
Abbildung B.28.: Kalibrierkurve zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit bei 1157,02 keV.

Tabelle B.11.: Werte zur Berechnung und Ergebnisse der Aktivitäten der Titan-Quellen (zum Messzeitpunkt, noch ohne Einberechnung der Summationseffekte) mit rein statistischen Fehlern.

Quelle	N_n	n	N_g	g	N_h	h
PSI-Ti44-P60	2 634	38	43 236	38	2 312	38
PSI-Ti44-P160	2 293	48	50 780	48	1 868	48
PSI-Ti44-F130	2 351	42	101 027	42	1 758	42
PSI-Ti44-F320	6 099	46	329 610	46	4 242	46
PSI-Ti44-P690	1 876	44	148 044	44	932	44
Quelle	t	W_γ	ΔW_γ	A	ΔA	$\Delta A/A$
	[s]			[Bq]	[Bq]	[%]
PSI-Ti44-P60	685 850,32	0,999	0,004	34,69	0,18	0,5
PSI-Ti44-P160	431 084,00	0,999	0,004	65,94	0,31	0,5
PSI-Ti44-F130	431 170,94	0,999	0,004	133,98	0,43	0,3
PSI-Ti44-F320	861 449,00	0,999	0,004	219,82	0,39	0,2
PSI-Ti44-P690	175 914,04	0,999	0,004	486,54	1,28	0,3



(a) Die γ -Spektren der Punktquellen wurden am HZDR aufgenommen.



(b) Die γ -Spektren der Flächenquellen wurden am HZDR aufgenommen.

Abbildung B.29.: Neben den Messungen am HZDR wurde das P160-Spektrum zusätzlich im Felsenkeller aufgenommen.

Somit ergeben sich sowohl die Messabweichung der Emissionswahrscheinlichkeit

$$\Delta A_{\text{emi}} = \frac{\Delta W_{\gamma}}{W_{\gamma}} = 0,4 \%, \quad (\text{B.22})$$

als auch die maximale statistische Abweichung der Aktivität (letzte Spalte Tab. B.11)

$$\Delta A_{\text{sta}} = 0,5 \%. \quad (\text{B.23})$$

Korrektur des Summationseffekts Auch in den Spektren der ^{44}Ti -Proben in Abb. B.29 sind bei 1668,02 keV Summenlinien zu erkennen. Analog zum Abschn. B.5.5 müssen auch die gemessenen Aktivitäten mit einem Faktor K korrigiert werden. Da sich die Ursachen für diese Summenlinien jedoch unterscheiden, folgt eine angepasste Herleitung.

Zunächst wird die Nachweiswahrscheinlichkeit für die Vernichtungslinie bei 511 keV benötigt, die sich aus der gefitteten Funktion (B.15) berechnet, zu

$$\eta(511 \text{ keV}) = \exp \left[-6,3684 + 0,561 \cdot \ln \frac{1157,02 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} - 0,073 \left(\ln \frac{1157,02 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} \right)^2 \right] \quad (\text{B.24})$$

$$= 2,5833 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.25})$$

Damit ein Impuls bei 1668,02 keV gezählt wird, muss der Detektor gleichzeitig ein Gammaquant mit 1157,02 keV und ein Annihilationsquant mit 511 keV als ein Ereignis registrieren. Die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet sich aus

$$\eta(1668,02 \text{ keV}) = \eta(511 \text{ keV}) \cdot \eta(1157,02 \text{ keV}) \cdot \frac{W(511 \text{ keV})}{W(1157,02 \text{ keV})}, \quad (\text{B.26})$$

wobei $W(E_{\gamma})$ die Emissionswahrscheinlichkeit ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gammaquant mit 1157,02 keV auch im Detektor als 1157,02 keV-Impuls gezählt wird, entspricht der Nachweiswahrscheinlichkeit im Detektor und ist $\eta(1157,02 \text{ keV})$. Der theoretische Wert

$$\chi_{\text{theo}} = \frac{\eta(1668,02 \text{ keV})}{\eta(1157,02 \text{ keV})} \quad (\text{B.27})$$

$$= \eta(511 \text{ keV}) \cdot \frac{W(511 \text{ keV})}{W(1157,02 \text{ keV})} \quad (\text{B.28})$$

$$= 2,5833 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{188,54}{99,9} \quad (\text{B.29})$$

$$= 4,8754 \cdot 10^{-3} \quad (\text{B.30})$$

sagt das Verhältnis zwischen Summen- und dem Vollenergielinie vorher. Der experimentelle

Tabelle B.12.: Werte und Unsicherheiten zur Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit der Summenlinie bei 1668,02 keV und Ergebnisse.

Quelle	$N_L(1668,02 \text{ keV})$	$N_L(1157,02 \text{ keV})$	χ_{exp}
PSI-Ti44-P60	143 ± 45	$40\,763 \pm 211$	$(3,5 \pm 1,1) \cdot 10^{-3}$
PSI-Ti44-P160	283 ± 38	$48\,700 \pm 228$	$(5,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$
PSI-Ti44-F130	562 ± 42	$98\,973 \pm 319$	$(5,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$
PSI-Ti44-F320	1741 ± 64	$324\,440 \pm 576$	$(5,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$
PSI-Ti44-P690	756 ± 35	$146\,640 \pm 386$	$(5,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$

Wert ergibt sich aus dem Verhältnis der Linienflächen

$$\chi_{\text{exp}} = \frac{N_L(1668,02 \text{ keV})}{N_L(1157,02 \text{ keV})}. \quad (\text{B.31})$$

Die benötigten Werte aus den Spektren und die Ergebnisse sind in Tab. B.12 aufgelistet.

Die experimentellen Messwerte bestätigen das theoretisch vorhergesagte Verhältnis. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis fälschlicherweise in der Summenlinie und nicht in der Vollenergielinie auftaucht, berechnet sich nach

$$W_{\text{sum}} = \eta(1157,02 \text{ keV}) \cdot \eta_{\text{tot}}(511 \text{ keV}) \cdot \frac{W(511 \text{ keV})}{W(1157,02 \text{ keV})}. \quad (\text{B.32})$$

Um die totale Nachweiswahrscheinlichkeit für die Annihilationslinie bei 511 keV abzuschätzen, wird das Verhältnis der Nachweiswahrscheinlichkeiten beim ^{137}Cs

$$\frac{\eta_{\text{tot}}(661,657 \text{ keV})}{\eta(661,657 \text{ keV})} = \frac{1,138 \cdot 10^{-2}}{2,4169 \cdot 10^{-3}} = 4,7085 \quad (\text{B.33})$$

genutzt. Dieses wird gleich dem Verhältnis bei 511 keV angenommen,

$$\frac{\eta_{\text{tot}}(511 \text{ keV})}{\eta(511 \text{ keV})} \stackrel{!}{=} \frac{\eta_{\text{tot}}(661,657 \text{ keV})}{\eta(661,657 \text{ keV})}, \quad (\text{B.34})$$

woraus

$$W_{\text{sum}} = \eta(1157,02 \text{ keV}) \cdot \frac{\eta_{\text{tot}}(661,657 \text{ keV})}{\eta(661,657 \text{ keV})} \cdot \underbrace{\eta(511 \text{ keV}) \cdot \frac{W(511 \text{ keV})}{W(1157,02 \text{ keV})}}_{\chi} \quad (\text{B.35})$$

folgt. Somit ergibt sich für die Korrektur

$$\frac{W_{\text{sum}}}{\eta(1157,02 \text{ keV})} = \frac{\eta_{\text{tot}}(661,657 \text{ keV})}{\eta(661,657 \text{ keV})} \cdot \chi = 4,7085 \cdot 4,8754 \cdot 10^{-3} = 0,023 \quad (\text{B.36})$$

und

$$K = \frac{1}{1 - 0,023} = 1,024 \quad (\text{B.37})$$

für den Korrekturfaktor, d. h., die tatsächlichen Aktivitäten sind um 2,4% größer als die gemessenen. Für die Abschätzung der durch die Summenlinie bedingten Messabweichung wird der größte Wert aus Tab. B.12 genutzt, woraus sich

$$\Delta A_{\text{sum}} = \frac{\Delta \chi_{\text{exp}}^{\text{max}}}{\chi_{\text{theo}}} \cdot (K - 1) = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{4,8754 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,4\% = 0,5\%. \quad (\text{B.38})$$

ergibt.

Betrachtung der Messabweichungen Die Messabweichungen am HZDR der Aktivität setzen sich aus folgenden Anteilen zusammen:

1. Die 1- σ -Abweichung der besten Kalibrierquelle ist

$$\text{nach Gl. (B.6)} \quad \Delta A_{\text{kal}} = 0,4\%.$$

2. Aus der Positionsabhängigkeit der Quellen im Detektor während der Messungen resultiert

$$\text{nach Gl. (B.12)} \quad \Delta A_{\text{pos}} = 0,7\%.$$

3. Eine Abschätzung bei der Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten ergab

$$\text{nach Gl. (B.14)} \quad \Delta A_{\text{eff}} = 0,55\%.$$

4. Der statistische Anteil aus dem Fit der Nachweiswahrscheinlichkeit beträgt

$$\text{nach Gl. (B.20)} \quad \Delta A_{\text{fit}} = 0,16\%.$$

5. Durch die Emissionswahrscheinlichkeit verursacht wird

$$\text{nach Gl. (B.22)} \quad \Delta A_{\text{emi}} = 0,4\%.$$

6. Bei der Bestimmung der Aktivität ergab sich aus der Statistik

$$\text{nach Gl. (B.23)} \quad \Delta A_{\text{sta}} = 0,5\%.$$

Tabelle B.13.: Gegenüberstellung der zeitlich auf den 01.01.2010 angepassten Aktivitäten.

Quelle	A_{PSI} [Bq]	A_{HZDR} [Bq]	$A_{Felsenkeller}$ [Bq]
PSI-Ti44-P60	46 ± 9 (20%)	$35,5 \pm 0,4$ (1,1%)	–
PSI-Ti44-P160	151 ± 15 (10%)	$67,5 \pm 0,8$ (1,2%)	63 ± 4 (6,3%)
PSI-Ti44-F130	146 ± 15 (10%)	$137,1 \pm 1,7$ (1,2%)	–
PSI-Ti44-F320	310 ± 30 (10%)	225 ± 3 (1,3%)	–
PSI-Ti44-P690	600 ± 60 (10%)	498 ± 6 (1,2%)	–

7. Aus dem Summationseffekt folgt

$$\text{nach Gl. (B.38)} \quad \Delta A_{\text{sum}} = 0,5\%.$$

Die gesamte Messabweichung berechnet sich damit über

$$\Delta A_{\text{ges}} = \sqrt{\Delta A_{\text{kal}}^2 + \Delta A_{\text{pos}}^2 + \Delta A_{\text{eff}}^2 + \Delta A_{\text{fit}}^2 + \Delta A_{\text{emi}}^2 + \Delta A_{\text{sta}}^2 + \Delta A_{\text{sum}}^2} = 1,2\% \quad (\text{B.39})$$

und ist neben den zeitlich angepassten Aktivitäten in Tab. B.13 zu finden.

Messung der P160-Quelle im Felsenkeller Dresden Zusätzlich wurde eine Messung der Quelle PSI-Ti44-P160-Quelle im Felsenkeller Dresden [KDL⁺09] in Auftrag gegeben, da bei dieser Probe eine auffällig große Abweichung

$$1 - \frac{A_{HZDR}}{A_{PSI}} = 55\% \quad (\text{B.40})$$

festzustellen ist. Die Punktquelle wurde am 05.02.2010 im Felsenkeller Dresden mit dem Detektor GMX 1 gemessen. Um einen Abstand zwischen Quelle und Detektor von 26 cm realisieren zu können, musste die Bleiabschirmung offen gelassen werden. Dies ist Ursache für den viel höheren Untergrund, der im Gegensatz zum geschlossenen Detektor auch Zerfallsprodukte von ²²⁶Ra aufweist. Dadurch sind im Spektrum in Abb. B.29(b) z. B. mehrere ²¹⁴Bi-Linien zu erkennen. Trotzdem sind die zwei niederenergetischen ⁴⁴Ti-Linien und die ⁴⁴Sc-Linie bei 1157,02 keV dominant. Wegen des großen Abstandes sind Summationseffekte vernachlässigbar, was das Fehlen der Summenlinie bei 1668,02 keV bestätigt.

Es wurde aufgrund der γ -Linie des ⁴⁴Sc eine Aktivität von

$$A_{\text{Felsenkeller}}^{\text{Messzeitpunkt}}(1157,02 \text{ keV}) = (63 \pm 4) \text{ Bq} \quad (\text{B.41})$$

(49) gemessen. Die zeitliche Anpassung auf den 01.01.2010 ist vernachlässigbar, sodass in

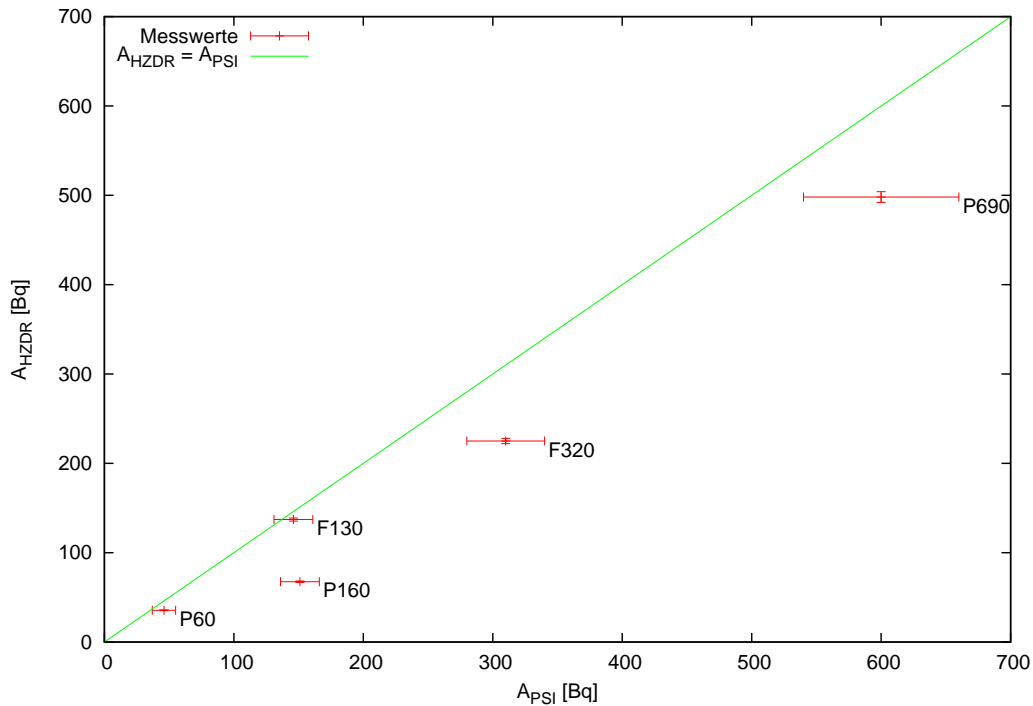


Abbildung B.30.: Vergleich der am PSI und am HZDR ermittelten Aktivitäten.

Tab. B.13 diese Aktivität unverändert zu finden ist.

Außerdem konnten in dieser Messung auch die niederenergetischen Linien bei 67,87 keV und 78,36 keV ausgewertet werden. Es ergab sich

$$A_{\text{Felsenkeller}}^{\text{Messzeitpunkt}}(^{44}\text{Ti}) = (62 \pm 3) \text{ Bq} \quad (\text{B.42})$$

Damit ist die Übereinstimmung zwischen den Messungen im Felsenkeller und am HZDR befriedigend, wodurch die Messungen am HZDR bestätigt werden.

Der Vergleich zwischen den am HZDR gemessenen Aktivitäten und den Nennaktivitäten des PSI ist ebenfalls in Tab. B.13 aufgelistet und in Abb.B.30 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die am HZDR gemessenen Aktivitäten stets unter den Nennaktivitäten des PSI liegen. Innerhalb der Messungenauigkeiten befindet sich nur die Messung der Flächenquelle PSI-Ti44-F130. Ursache hierfür ist, dass es sich nicht um geschlossene Quellen handelt. Dadurch konnten bereits ^{44}Ti -Kerne abgerieben werden, bevor die Schutzschicht aus Gold aufgedampft wurde.

Tabelle B.14.: Aktivitäten und PSL-Summen der Ti-Quellen

Standardquelle	A [Bq]	Summe aller PSL-Werte
PSI-Ti44-P60	$35,5 \pm 0,4$ (1,1 %)	4 747
PSI-Ti44-P160	$67,5 \pm 0,8$ (1,2 %)	7 989
PSI-Ti44-F130	$137,1 \pm 1,7$ (1,2 %)	14 320
PSI-Ti44-F320	225 ± 3 (1,3 %)	25 538
PSI-Ti44-P690	498 ± 6 (1,2 %)	53 773

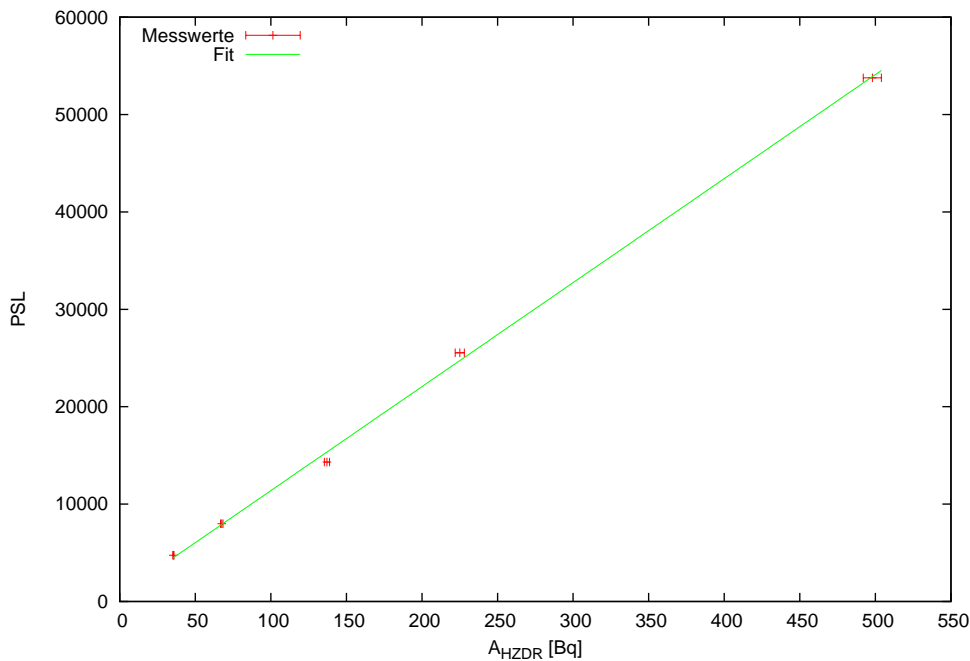


Abbildung B.31.: Die integralen Lumineszenzen sind direkt proportional zu den gemessenen Aktivitäten der Punkt- und Flächenquellen.

B.6. Zusammenhang zwischen PSL und Aktivität

Der Vergleich der Maxima in den Abbildungen B.6 bis B.10 der einzelnen Quellen lässt bereits eine direkte Proportionalität mit der Aktivität vermuten. Um dies etwas genauer zu untersuchen, soll folgend jeweils das Integral über die jeweilige Aufnahme gebildet werden. Die Ergebnisse sind in Tab. B.14 dargestellt.

Werden die jeweiligen Summen der PSL über die gemessene Aktivität aus Abschn. B.5 aufgetragen, ergibt sich der in Abb. B.31 geplottete, lineare Zusammenhang.

Der Fit ergab eine Funktion von

$$\text{PSL} = (107 \pm 2) \frac{A}{\text{Bq}} + (700 \pm 500). \quad (\text{B.43})$$

Dies bedeutet, dass es bei den Messungen der PSL einen Untergrund gibt, der zwischen 200 und 1200 schwankt. Auch bei der Ausmessung leerer IPs lagen die integralen Lumineszenzen innerhalb dieses Wertebereichs.

Die gespeicherte Strahlungsenergie der Punktquellen ist demnach zur Aktivität direkt proportional.

B.7. Diskussion

Die Ergebnisse aus Abschn. B.4 zeigen, dass die Standardquelle PSI-Ti44-P60 dem Modell einer Punktquelle am nächsten kommt.

Die Methode einer relativen Aktivitätsmessung hat bei allen fünf Titanquellen zu Ergebnissen geführt, die mit einer Messabweichung kleiner gleich 1,7% behaftet sind. Dies wird u. a. durch Abb. B.31 verdeutlicht, bei welcher die Messergebnisse der Lumineszenz-Methode über den Ergebnissen der γ -Spektrometrie dargestellt sind. Der gezeigte lineare Zusammenhang ermöglicht bei der Messung von Proben bekannter Aktivität die indirekte Messung einer unbekanntenen Quellaktivität. Da auch die Titanquelle P160 auf der Geraden liegt, bestätigt diese unabhängige Art der Aktivitätsmessung, dass die Messung mittels γ -Spektrometrie am HZDR korrekt ausgewertet wurde.

Der größte Vorteil der Messung mittels Lumineszenz-Methode ist jedoch, dass die Verteilung einer Quelle auf wenige Mikrometer genau ermitteln werden kann.

Mit der Aktivitätsbestimmung in der Bleiburg am HZDR wurden im Vergleich zu den Ergebnissen des PSI kleinere Werte gemessen, da es sich nicht um geschlossene Quellen handelt. Die Abschirmung der dünnen Schutzschicht aus Gold auf den Quellträgern ist vernachlässigbar.

Die zusätzliche Messung der P160-Quelle im Felsenkeller Dresden bestätigt die am HZDR durchgeführte Aktivitätsbestimmung.

Tabelle B.15.: Gegenüberstellung der zeitlich auf den 01. 01. 2012 angepassten Aktivitäten.

Quelle	A_{PSI}^{2007} [Bq]	A_{HZDR}^{2009} [Bq]	A_{HZDR}^{2011} [Bq]
PSI-Ti44-P60	45 ± 9 (20 %)	34,7 ± 0,4 (1,1 %)	24,0 ± 0,4 (1,7 %)
PSI-Ti44-P160	148 ± 15 (10 %)	66,0 ± 0,8 (1,2 %)	61,2 ± 0,9 (1,5 %)
PSI-Ti44-F130	143 ± 14 (10 %)	134,0 ± 1,6 (1,2 %)	129,5 ± 2,0 (1,5 %)
PSI-Ti44-F320	303 ± 30 (10 %)	220 ± 3 (1,3 %)	201 ± 3 (1,5 %)
PSI-Ti44-P690	586 ± 59 (10 %)	487 ± 6 (1,2 %)	479 ± 7 (1,5 %)

B.8. Erneute Bestimmung der Aktivität 2011

Da die ^{44}Ti -Proben durch leichte Beschädigungen einen Verlust an Aktivität zeigten, wurde im September 2011 die Aktivität erneut bestimmt. Die Messungen wurden wie zuvor beschrieben durchgeführt und erbrachten die Ergebnisse in Tab. B.15. Um weitere Beschädigungen zu verhindern, werden die Quellen seit dieser Messung in Ringen gelagert und in speziellen Gefäßen aufbewahrt.

Literaturverzeichnis

- [AAR⁺99] ANGULO, C. ; ARNOULD, M. ; RAYET, M. ; DESCOUVEMONT, P. ; BAYE, D. ; LECLERCQ-WILLAIN, C. ; COC, A. ; BARHOUMI, S. ; AGUER, P. ; ROLFS, C. ; KUNZ, R. ; HAMMER, J. W. ; MAYER, A. ; PARADELLIS, T. ; KOSSIONIDES, S. ; CHRONIDOU, C. ; SPYROU, K. ; DEGL'INNOCENTI, S. ; FIORENTINI, G. ; RICCI, B. ; ZAVATARELLI, S. ; PROVIDENCIA, C. ; WOLTERS, H. ; SOARES, J. ; GRAMA, C. ; RAHIGHI, J. ; SHOTTER, A. ; RACHTI, M. L.: A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. In: *Nuclear Physics A* 656 (1999), Nr. 1, S. 3–183
- [AGM⁺06] AHMAD, I. ; GREENE, J. P. ; MOORE, E. F. ; GHELBERG, S. ; OFAN, A. ; PAUL, M. ; KUTSCHERA, W.: Improved measurement of the ⁴⁴Ti half-life from a 14-year long study. In: *Phys. Rev. C* 74 (2006), Nr. 6, S. 065803
- [AKHF77] ANTILLA, A. ; KEINONEN, J. ; HAUTALA, M. ; FORSBLOM, I.: Use of the ²⁷Al(p,γ)²⁸Si, $E_p = 992$ keV resonance as a gamma-ray intensity standard. In: *Nuclear Instruments and Methods* 147 (1977), Nr. 3, S. 501–505
- [Ato11] ATOMKI: *Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences*. <http://www.atomki.hu/basicinf.html>, 2011. – Basic Information
- [AWT03] AUDI, G. ; WAPSTRA, A. H. ; THIBAUT, C.: The 2003 atomic mass evaluation: (II). Tables, graphs and references. In: *Nuclear Physics A* 729 (2003), Nr. 1, S. 337–676. – The 2003 NUBASE and Atomic Mass Evaluations
- [Bie60] BIEDENHARN, L. C.: Angular Correlations in Nuclear Spectroscopy. In: AJZENBERG-SELOVE, F. (Hrsg.): *Nuclear Spectroscopy*, 1960, S. 732
- [Boh15] BOHR, N.: LX. On the decrease of velocity of swiftly moving electrified particles in passing through matter. In: *Philosophical Magazine Series 6* 30 (1915), S. 581–612
- [BSM05] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard: *Taschenbuch der Mathematik*. 6. Aufl. Deutsch (Harri), 2005

- [BT07] BROWNE, E. ; TULI, J.K.: Nuclear Data Sheets for $A = 137$. In: *Nuclear Data Sheets* 108 (2007), Nr. 10, S. 2173–2318
- [Cen05] CENTER, NASA Goddard Space F.: *The Imaging Compton Telescope (COMPTEL)*. <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/cgro/comptel>, 2005
- [Cen11] CENTER, National Nuclear D.: *ENSDF: Evaluated Nuclear Structure Data File*. <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf>, 2011
- [Cha84] CHANDRASEKHAR, S.: On stars, their evolution and their stability. In: *Rev. Mod. Phys.* 56 (1984), Nr. 2, S. 137–147
- [CJA99] CAMERON J. A., Singh B.: Nuclear Data Sheets for $A = 44$. In: *Nuclear Data Sheets* 88 (1999), S. 299–416
- [Cla03] CLAYTON, Donald: *Handbook of Isotopes in the Cosmos: Hydrogen to Gallium (Cambridge Planetary Science)*. Cambridge University Press, 2003
- [DBG⁺04] DOLLINGER, G. ; BERGMAIER, A. ; GOERGENS, L. ; NEUMAIER, P. ; VANDERVORST, W. ; JAKSCHIK, S.: High resolution elastic recoil detection. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 219–220 (2004), S. 333–343
- [Dem04] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. 2. Aufl. Springer, 2004
- [DFBF98] DOLLINGER, G. ; FREY, C. M. ; BERGMAIER, A. ; FAESTERMANN, T.: Elastic recoil detection with single atomic layer depth resolution. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 136–138 (1998), S. 603–610
- [DSB82] DIXON, W. R. ; STOREY, R. S. ; BIELAJEW, A. F.: Q-value of the $^{40}\text{Ca}(\alpha, \gamma)^{44}\text{Ti}$ reaction. In: *Nuclear Physics A* 378 (1982), Nr. 2, S. 273–279
- [DSS80] DIXON, W. R. ; STOREY, R. S. ; SIMPSON, J. J.: An isospin-mixed triplet in ^{44}Ti . In: *Can. J. Phys.* 58 (1980), S. 1360–1366
- [DT98] DIEHL, R. ; TIMMES, F. X.: Gamma-Ray Line Emission from Radioactive Isotopes in Stars and Galaxies. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 110 (1998), S. 637–659

- [Fil97] FILIPPENKO, A. V.: Optical Spectra of Supernovae. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 35 (1997), S. 309–355
- [FL06] FESEN, Robert A. ; LONG, James: *Cassiopeia A - The colourful aftermath of a violent stellar death*. http://www.esa.int/esaSC/SEMSC06LARE_index_1.html, 2006. – NASA, ESA, and the Hubble Heritage (STScI/AURA)-ESA/Hubble Collaboration
- [FUJ98] FUJIFILM: *FUJIFILM WORLDWIDE - Company Information - Science Imaging Systems - What is Imaging Plate?* <http://home.fujifilm.com/info/products/science/ip/principle.html>, 1998. – Company Information
- [GH63] GENTNER, W. ; HORTIG, G.: Eine Methode zur Erzeugung von Strahlen negativer Ionen. In: *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 172 (1963), S. 353–357
- [Gil08] GILMORE, Gordon: *Practical Gamma-ray Spectroscopy*. 2. Aufl. Wiley, 2008
- [gnu10] *gnuplot homepage*. <http://www.gnuplot.info>, 2010
- [Hea64] HEATH, R. L.: *Scintillation spectrometry, gamma-ray spectrum catalogue*. Bd. 1. 2. Aufl. 1964. – USAEC Report IDO-16880
- [HPC⁺07] HIDDING, B. ; PRETZLER, G. ; CLEVER, M. ; BRANDL, F. ; ZAMPONI, F. ; LÜBCKE, A. ; KÄMPFER, T. ; USCHMANN, I. ; FÖRSTER, E. ; SCHRAMM, U. ; SAUERBREY, R. ; KROUPP, E. ; VEISZ, L. ; SCHMID, K. ; BENAVIDES, S. ; KARSCH, S.: Novel method for characterizing relativistic electron beams in a harsh laser-plasma environment. In: *Review of Scientific Instruments* 78 (2007), Nr. 8, S. 083301
- [IDB⁺94] IYUDIN, A. F. ; DIEHL, R. ; BLOEMEN, H. ; HERMSEN, W. ; LICHTI, G. G. ; MORRIS, D. ; RYAN, J. ; SCHÖNFELDER, V. ; STEINLE, H. ; VARENDORFF, M. ; VRIES, C. de ; WINKLER, C.: COMPTEL observations of ⁴⁴Ti gamma-ray line emission from CAS A. In: *Astronomy and Astrophysics* 284 (1994), S. L1–L4
- [IDL⁺97] IYUDIN, A. F. ; DIEHL, R. ; LICHTI, G. G. ; SCHÖNFELDER, V. ; STRONG, A. W. ; BLOEMEN, H. ; HERMSEN, W. ; RYAN, J. ; BENNETT, K. ; WINKLER, C.: Cas A in the Light of the ⁴⁴Ti 1.15MeV Gamma-Ray Line Emission. In:

C. WINKLER, & P. D. T. J.-L. Courvoisier J. T. J.-L. Courvoisier C. T. J.-L. Courvoisier (Hrsg.): *The Transparent Universe* Bd. 382, 1997 (ESA Special Publication), S. 37

- [Ili07] ILIADIS, Christian: *Nuclear Physics of Stars*. Wiley-VCH, 2007
- [Ima11] *ImageJ Website*. <http://rsb.info.nih.gov/ij/>, 2011
- [KCLR77] KOZUB, R. L. ; COOKE, B. E. ; LESLIE, J. R. ; ROBERTSON, B. C.: Partial widths and gamma-ray decay of the 2883- and 5037-keV levels in ^{41}Sc . In: *Phys. Rev. C* 16 (1977), Nr. 1, S. 132–138
- [KDL⁺09] KÖHLER, M. ; DEGERING, D. ; LAUBENSTEIN, M. ; QUIRIN, P. ; LAMPERT, M.-O. ; HULT, M. ; ARNOLD, D. ; NEUMAIER, S. ; REYSS, J.-L.: A new low-level γ -ray spectrometry system for environmental radioactivity at the underground laboratory Felsenkeller. In: *Applied Radiation and Isotopes* 67 (2009), Nr. 5, S. 736–740. – 5th International Conference on Radionuclide Metrology - Low-Level Radioactivity Measurement Techniques ICRM-LLRMT'08
- [Kno10] KNOLL, Glenn F.: *Radiation Detection and Measurement*. 4. Aufl. Wiley, 2010
- [Min41] MINKOWSKI, R.: Spectra of Supernovae. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 53 (1941), S. 224
- [MS05] MUKHERJEE, G. ; SONZOGNI, A.A.: Nuclear Data Sheets for A = 88. In: *Nuclear Data Sheets* 105 (2005), Nr. 2, S. 419–556
- [PS03] PRITYCHENKO, B. ; SONZOGNI, A.: *Q-value Calculator*. <http://www.nndc.bnl.gov/qcalc/>, 2003. – Atomic Mass Data Center
- [RVD⁺06] RENAUD, M. ; VINK, J. ; DECOURCHELLE, A. ; LEBRUN, F. ; HARTOG, P. R. ; TERRIER, R. ; COUVREUR, C. ; KNÖDLSIEDER, J. ; MARTIN, P. ; PRANTZOS, N. ; BYKOV, A. M. ; BLOEMEN, H.: The Signature of ^{44}Ti in Cassiopeia A Revealed by IBIS/ISGRI on INTEGRAL. In: *The Astrophysical Journal Letters* 647 (2006), Nr. 1, S. L41. – electronic edition
- [SN08] SCHUMANN, Dorothea ; NEUHAUSEN, Jörg: Accelerator waste as a source for exotic radionuclides. In: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 35 (2008), Nr. 1, S. 014046

- [TCD⁺06] THE, L.-S. ; CLAYTON, D. D. ; DIEHL, R. ; HARTMANN, D. H. ; IYUDIN, A. F. ; LEISING, M. D. ; MEYER, B. S. ; MOTIZUKI, Y. ; SCHÖNFELDER, V.: Are ⁴⁴Ti-producing supernovae exceptional? In: *Astronomy and Astrophysics* 450 (2006), Nr. 3, S. 1037–1050
- [TCJM98] THE, L.-S. ; CLAYTON, D. D. ; JIN, L. ; MEYER, B. S.: Nuclear Reactions Governing the Nucleosynthesis of ⁴⁴Ti. In: *Astrophysical Journal* 504 (1998), S. 500
- [Tro09] TROMPLER, Erik: *Messung des Wirkungsquerschnitts astrophysikalisch relevanter Kernreaktionen*. 2009. – Wissenschaftlich-Technische Berichte, FZD-523, Forschungszentrum Dresden-Rossendorf, zugl. Diplomarbeit, TU Dresden
- [Tul03] TULI, J. K.: Nuclear Data Sheets for A = 60. In: *Nuclear Data Sheets* 100 (2003), Nr. 3, S. 347–481
- [TWHH96] TIMMES, F. X. ; WOOSLEY, S. E. ; HARTMANN, D. H. ; HOFFMAN, R. D.: The Production of ⁴⁴Ti and ⁶⁰Co in Supernovae. In: *Astrophysical Journal* 464 (1996), S. 332
- [ULD11] UBERTINI, Pietro ; LEBRUN, Francois ; DICOCO, Guido: *IBIS: Imager on Board the INTEGRAL Satellite*. http://www.sciops.esa.int/index.php?project=INTEGRAL&page=About_INTEGRAL_IBIS, 2011. – INTEGRAL Science Operations Centre
- [VOT⁺07] VOCKENHUBER, C. ; OUELLET, C. O. ; THE, L.-S. ; BUCHMANN, L. ; CAGGIANO, J. ; CHEN, A. A. ; CRAWFORD, H. ; D'AURIA, J. M. ; DAVIDS, B. ; FOGARTY, L. ; FREKERS, D. ; HUSSEIN, A. ; HUTCHEON, D. A. ; KUTSCHERA, W. ; LAIRD, A. M. ; LEWIS, R. ; O'CONNOR, E. ; OTTEWELL, D. ; PAUL, M. ; PAVAN, M. M. ; PEARSON, J. ; RUIZ, C. ; RUPRECHT, G. ; TRINCZEK, M. ; WALES, B. ; WALLNER, A.: Measurement of the ⁴⁰Ca(α,γ)⁴⁴Ti reaction relevant for supernova nucleosynthesis. In: *Phys. Rev. C* 76 (2007), Nr. 3, S. 035801
- [WF76] WILKEN, Berend ; FRITZ, Theodore A.: Energy distribution functions of low energy ions in silicon absorbers measured for large relative energy losses. In: *Nuclear Instruments and Methods* 138 (1976), Nr. 2, S. 331–343
- [Wib07] WIBERG, Nils: *Lehrbuch der Anorganischen Chemie*. 102. Aufl. Berlin : Walter de Gruyter, 2007

- [Zie11] ZIEGLER, James F.: *SRIM - The Stopping and Range of Ions in Matter*. <http://www.srim.org>, 2011. – Particle Interactions with Matter
- [ZJAL90] ZIJDERHAND, F. ; JANSEN, F. P. ; ALDERLIESTEN, C. ; LEUN, C. van d.: Detector-efficiency calibration for high-energy gamma-rays. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 286 (1990), Nr. 3, S. 490–496
- [ZML87] ZIJDERHAND, F. ; MAKKUS, R. C. ; LEUN, C. Van D.: Investigation of ^{41}Sc by proton capture in ^{40}Ca . In: *Nuclear Physics A* 466 (1987), Nr. 2, S. 280–294

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Konrad Schmidt

Dresden, Februar 2011